

# แนวการจัดการเรียนรู้คณิต

พีชคณิต

O-NET

ช่วงชั้นที่ 3



เอกสารสพป.บส.1 ที่44/2555

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาบุรีรัมย์ เขต 1

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

กระทรวงศึกษาธิการ

## คำนำ

เอกสาร “แนวการจัดการเรียนรู้คณิตพิชิต O – NET” ช่วงชั้นที่ 3 จัดทำขึ้นเพื่อให้ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ใช้เป็นแนวทางในการจัดการเรียนการสอนโดยยึดมาตรฐานการเรียนรู้เป็นหลัก และยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ประกอบด้วย มาตรฐานการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตัวชี้วัด สิ่งที่นักเรียนต้องรู้ โจทย์ตัวอย่างและแนวคิด แบบฝึกหัด และแนวข้อสอบ O – NET โดยใช้สาระสำคัญของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) เป็นหลักในการจัดการเรียนการสอน

จากผลการนิเทศติดตามการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระคณิตศาสตร์ พบว่า ครูผู้สอนคณิตศาสตร์ส่วนใหญ่ไม่จบเอกคณิตศาสตร์โดยตรง ทำให้ขาดความรู้และเทคนิคในการสอนคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง และชัดเจน ตลอดทั้งในการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ครูไม่ได้ยึดมาตรฐานการเรียนรู้เป็นหลัก ส่วนใหญ่เป็นการสอนตามหนังสือที่ซื้อมาจากสำนักพิมพ์ต่างๆ ส่งผลให้การสอนไม่ครอบคลุมมาตรฐานการเรียนรู้ หรืออาจมีเนื้อหามากเกินไปสอนไม่ทันตามเนื้อหาในหนังสือในเวลาเรียนที่กำหนด

สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาบุรีรัมย์ เขต 1 จึงหวังเป็นอย่างยิ่งว่า เอกสาร “แนวการจัดการเรียนรู้คณิตพิชิต O – NET” จะช่วยแก้ปัญหาดังกล่าวให้กับครูผู้สอนคณิตศาสตร์ได้ และส่งผลต่อการยกระดับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ให้สูงขึ้นตามเป้าหมาย

ขอขอบคุณคณะกรรมการจัดทำเอกสารและผู้มีส่วนเกี่ยวข้องทุกท่าน และหวังเป็นอย่างยิ่งว่า เอกสารเล่มนี้จะเป็นประโยชน์แก่ผู้เกี่ยวข้องทุกฝ่าย หากมีข้อเสนอแนะประการใดกรุณาแจ้งคณะผู้จัดทำเพื่อพัฒนาให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น



สารบัญ (ต่อ)

	หน้า
มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจ และแก้ปัญหา	193
สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์	201
มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยง คณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์	201
บรรณานุกรม	224
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก    เฉลยแบบฝึกหัด	226
ภาคผนวก ข    ตัวอย่างข้อสอบ O-NET ทุกสาระ	289
ภาคผนวก ค    เฉลยแนวข้อสอบ O-NET ทุกสาระ	326
รายชื่อคณะกรรมการ	344

## สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวน  
ในชีวิตจริง

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/1

ระบุหรือยกตัวอย่าง และเปรียบเทียบ จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ ศูนย์ เศษส่วน  
และทศนิยม

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

- จำนวนเต็ม ประกอบด้วย จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และศูนย์ ดังนี้
  - จำนวนเต็มบวก คือ จำนวนเต็มที่มีค่ามากกว่า 0 ได้แก่ 1, 2, 3, 4, 5, ...
  - จำนวนเต็มลบ คือ จำนวนเต็มที่มีค่าน้อยกว่า 0 ได้แก่ -1, -2, -3, -4, -5, ...
  - ศูนย์ คือ จำนวนเต็มที่มีค่าเท่ากับ 0 ได้แก่ 0
- เศษส่วน ประกอบด้วยตัวเศษและตัวส่วน เช่น  $\frac{3}{11}$ ,  $\frac{3}{19}$
- ทศนิยม ประกอบด้วยส่วนที่เป็นจำนวนเต็มและส่วนที่เป็นทศนิยมและมีจุดคั่น  
เช่น 2.43
- การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม  
ในการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวนที่ไม่เท่ากันว่าจำนวนใดมากกว่าหรือจำนวนใด  
น้อยกว่า สามารถเห็นได้ง่ายโดยใช้เส้นจำนวน
- การเปรียบเทียบเศษส่วน
  - ในกรณีที่ส่วนเท่ากัน ให้เปรียบเทียบที่เศษ เศษส่วนที่มีเศษมากจะมีค่ามากกว่า  
เศษส่วนที่มีเศษน้อย เช่น  $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$
  - ในกรณีที่ส่วนไม่เท่ากัน ให้นำตัวเลขใดๆ มาคูณทั้งเศษและส่วนเพื่อปรับให้เศษส่วน  
ทั้งสองมีส่วนเท่ากันก่อนแล้วจึงทำการเปรียบเทียบเช่นเดียวกับกรณีที่มีส่วนเท่ากัน เช่น  $\frac{2}{6}$  กับ  $\frac{3}{5}$

$$\frac{2}{6} \times \frac{5}{5} = \frac{10}{30} < \frac{3}{5} \times \frac{6}{6} = \frac{18}{30}$$

5.3 ในกรณีเป็นจำนวนคละ ให้เปลี่ยนจำนวนคละให้เป็นเศษเกินก่อนแล้วจึงเปรียบเทียบเศษส่วนนั้น เช่น  $4\frac{5}{6}$  กับ  $4\frac{6}{7}$

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 จงพิจารณาประโยคต่อไปนี้ว่าประโยคใดเป็นจริง ประโยคใดเป็นเท็จ

....เท็จ..... 1) 0 เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด

....จริง..... 2) 1 เป็นจำนวนเต็ม

....เท็จ.... 3) จำนวนนับที่น้อยที่สุด คือ 0

....จริง.... 4) -2 เป็นจำนวนเต็ม

ตัวอย่างที่ 2 จงเปรียบเทียบ  $4\frac{5}{6}$  กับ  $4\frac{6}{7}$

แนวคิด ขั้นที่ 1 เปลี่ยนจำนวนคละให้เป็นเศษเกินก่อน

$$4\frac{5}{6} = \frac{(6 \times 4) + 5}{6} = \frac{29}{6}$$

$$4\frac{6}{7} = \frac{(7 \times 4) + 6}{7} = \frac{34}{7}$$

ขั้นที่ 2 เปรียบเทียบเศษเกินที่ได้จากขั้นที่ 1

$$\frac{29}{6} \text{ กับ } \frac{34}{7}$$

$$\frac{29}{6} \times \frac{7}{7} = \frac{203}{42} < \frac{34}{7} \times \frac{6}{6} = \frac{204}{42}$$

$$\frac{203}{42} < \frac{204}{42}$$

$$\text{ดังนั้น } 4\frac{5}{6} < 4\frac{6}{7}$$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 1 (ค 1.1 ม.1/1)

จงเลือกข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก.  $826 + 752 < 1,500$

ค.  $2,001 - 949 > 1,000$

ข.  $25 \times 70 > 1,800$

ง.  $22,776 \div 39 > 600$

2. ข้อใดเรียงลำดับเศษส่วนจากน้อยไปมากได้ถูกต้อง

ก.  $\frac{7}{12}, \frac{1}{6}, \frac{3}{14}, \frac{5}{7}$

ค.  $\frac{3}{11}, \frac{3}{19}, \frac{3}{14}, \frac{3}{17}, \frac{3}{8}$

ข.  $\frac{-3}{8}, \frac{-3}{11}, \frac{-3}{14}, \frac{-3}{17}, \frac{-3}{19}$

ง.  $\frac{-7}{12}, \frac{-1}{6}, \frac{-3}{14}, \frac{-5}{7}$

3. ข้อใดเรียงลำดับทศนิยมจากมากไปน้อยได้ถูกต้อง

ก. 2.43, 2.08, 2.045, 2.0119

ค. -30.05, -32.45, -20.50, -35.17

ข. -2.43, -2.34, -2.045, -2.540

ง. 6.003, 6.030, 6.300, 6.0003

4. ข้อใดมีค่ามากที่สุด

ก. 0.003

ค. -30.05

ข. -2.43

ง. 1.03

5. ข้อใดเป็นจำนวนเต็มบวกทั้งหมด

ก.  $\frac{8}{4}, \frac{5}{7}, 8.3, 2.03$

ค. 0.05, 2.45, 20.00, 5.17

ข. 2.43, 2.34, 2.045, 2.540

ง. 43, 72,  $\frac{18}{6}, 2\frac{8}{4}$

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/2

เข้าใจเกี่ยวกับเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม และเขียนแสดงจำนวนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ (scientific notation)

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. เลขยกกำลัง เป็นสัญลักษณ์ใช้แทนจำนวนที่เกิดจากการคูณตัวเอง ซ้ำกันหลาย ๆ ตัว

$$\text{เช่น } 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

$$(-2) \times (-2) \times (-2) = 2^3$$

$$(0.3) \times (0.3) = (0.3)^2$$

2. สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ เป็นการเขียนจำนวนในรูปการคูณของจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 1 แต่น้อยกว่า 10 กับเลขยกกำลังที่มีฐานเป็นสิบและเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม นิยมใช้กับจำนวนที่มีค่ามาก ๆ หรือมีค่าน้อย ๆ สัญกรณ์วิทยาศาสตร์ มีรูปทั่วไปเป็น  $A \times 10^n$  เมื่อ

$1 \leq A < 10$  และ n เป็นจำนวนเต็ม

2.1 การเขียนจำนวนที่มีค่ามาก ๆ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ เช่น

$$1. \quad 70,000 = 7 \times 10,000$$

$$= 7 \times 10^4$$

$$2. \quad 2,810,000 = 281 \times 10,000$$

$$= (2.81 \times 100) \times 10^4$$

$$= (2.81 \times 10^2) \times 10^4$$

$$= 2.81 \times 10^6$$

2.2 การเขียนจำนวนที่มีค่าน้อย ๆ ให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ เช่น

$$1. \quad 0.0008 = \frac{8}{10,000}$$

$$= \frac{8}{10^4}$$

$$= 8 \times 10^{-4}$$



$$\begin{aligned}
 2. \quad 0.00000985 &= \frac{985}{100,000,000} \\
 &= \frac{9.85 \times 10^2}{10^8} \\
 &= 9.85 \times 10^{2-8} \\
 &= 9.85 \times 10^{-6}
 \end{aligned}$$

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

1.  $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$

ตอบ  $\left(\frac{1}{3}\right)^4$  มี  $\frac{1}{3}$  เป็นฐาน และ 4 เป็นเลขชี้กำลัง

2.  $1.6 \times 1.6 \times 1.6 \times 1.6 \times 1.6 \times 1.6 \times 1.6$

ตอบ  $(1.6)^7$  มี 1.6 เป็นฐาน และ 7 เป็นเลขชี้กำลัง

3. 81

ตอบ  $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$  มี 3 เป็นฐาน และ 4 เป็นเลขชี้กำลัง

ตัวอย่างที่ 2 ให้หาว่าเลขยกกำลังต่อไปนี้แทนจำนวนใด

1.  $(-5)^2$

แนวคิด  $(-5)^2 = (-5) \times (-5)$

$= 25$

ตอบ 25

2.  $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

แนวคิด  $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5}$   
 $= \frac{8}{125}$

ตอบ  $\frac{8}{125}$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลลัพธ์ของ  $(20 \times 10^8) + (12 \times 10^8) - (7 \times 10^8)$  ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์

แนวคิด  $(20 \times 10^8) + (12 \times 10^8) - (7 \times 10^8) = (20 + 12 - 7) \times 10^8$   
 $= 25 \times 10^8$   
 $= 2.5 \times 10 \times 10^8$   
 $= 2.5 \times 10^9$

ตอบ  $2.5 \times 10^9$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 2 (ค 1.1 ม.1/2)

จงเลือกข้อที่ถูกที่สุดเพียงข้อเดียว

- เขียนให้อยู่ในรูปสัญกรณ์วิทยาศาสตร์ได้เท่ากับจำนวนในข้อใด
 

ก. $5.32 \times 10^2$	ค. $5.32 \times 10$
ข. $5.32 \times 10^{-1}$	ง. $5.32 \times 10^{-2}$
- เขียน  $32.1 \times 10^3$  ในรูป  $A \times 10^n$  (เมื่อ  $1 \leq A < 10$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็ม) ได้เท่ากับจำนวนในข้อใด
 

ก. $3.21 \times 10$	ค. $3.21 \times 10^3$
ข. $3.21 \times 10^4$	ง. $3.21 \times 10^5$
- เขียน  $8^2 \times 10^6$  อยู่ในรูป  $A \times 10^n$  (เมื่อ  $1 \leq A < 10$  และ  $n$  เป็นจำนวนเต็ม) ได้เท่ากับข้อใด
 

ก. $6.4 \times 10^6$	ค. $64 \times 10^7$
ข. $64 \times 10^6$	ง. $6.4 \times 10^7$
- $0.0000123$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
 

ก. $1.23 \times 10^{-7}$	ค. $1.23 \times 10^{-6}$
ข. $1.23 \times 10^{-5}$	ง. $1.23 \times 10^{-4}$
- $3.295 \times 10^6$  เท่ากับจำนวนในข้อใด
 

ก. 329,500	ค. 3,295,000
ข. 32,950,000	ง. 329,500,000

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/1

เขียนเศษส่วนในรูปทศนิยมและเขียน ทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. การเปลี่ยนเศษส่วนเป็นทศนิยมสามารถทำได้โดยใช้วิธีการหารยาว
2. ทศนิยมซ้ำ แบ่งเป็น 2 ประเภท คือ

$$2.1 \text{ ทศนิยมซ้ำศูนย์ เช่น } 1.6 = 1.6\dot{0}$$

$$2.2 \text{ ทศนิยมซ้ำซึ่งไม่ใช่ศูนย์ เช่น } 9.732\dot{4}$$

3. การเปลี่ยนทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วน ใช้หลักการ ดังนี้

ตัวเศษ นำตัวเลขหลังจุดทศนิยมทั้งหมดตั้ง ลบด้วยตัวเลขหลังทศนิยมที่ไม่ซ้ำ

ตัวส่วน เติมเลข 9 เท่ากับจำนวนตำแหน่งทศนิยมหลังจุดทศนิยมที่ซ้ำ แล้วจึงเติมเลข 0 เท่ากับจำนวนตำแหน่งทศนิยมไม่ซ้ำหลังจุดทศนิยมจำนวนนั้น

## โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 เปลี่ยน  $0.\dot{8}$  เป็นเศษส่วน

$$\text{ตัวเศษ คือ } 8 - 0 = 8$$

$$\text{ตัวส่วน คือ } 9$$

$$\text{ดังนั้น } 0.\dot{8} = \frac{8}{9}$$

ตัวอย่างที่ 2 เปลี่ยน  $0.3\dot{6}1\dot{7}$  เป็นเศษส่วน

$$\text{ตัวเศษ คือ } 3617 - 3 = 3614$$

$$\text{ตัวส่วน คือ } 9990$$

$$\text{ดังนั้น } 0.3\dot{6}1\dot{7} = \frac{3614}{9990}$$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 3 (ค 1.1 ม.2/1)

จงเปลี่ยนจำนวนต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปทศนิยมและเศษส่วน

1.  $\frac{5}{2}$  เขียนในรูปทศนิยมได้คือ .....

2.  $\frac{7}{15}$  เขียนในรูปทศนิยมได้คือ .....

3.  $0.1\dot{5}2\dot{8}$  เขียนในรูปเศษส่วนได้คือ .....

4.  $10.0\dot{1}\dot{2}$  เขียนในรูปเศษส่วนได้คือ .....

5.  $0.2\dot{3}\dot{6}$  เขียนในรูปเศษส่วนได้คือ .....

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/2

จำแนกจำนวนจริงที่กำหนดให้ และยกตัวอย่างจำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะได้

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่เขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วน  $\frac{a}{b}$  เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มที  $b \neq 0$  เช่น  $0, 1, 5, -7, \frac{2}{3}, \frac{-3}{5}, 0.5\dot{0}, 0.4\dot{6}, 0.7\dot{2}5, \dots$

2. จำนวนตรรกยะ ประกอบด้วยจำนวนประเภทต่างๆ ดังนี้

1.1 จำนวนเต็มบวก เช่น 9 สามารถเขียนแทนในรูปเศษส่วน คือ  $\frac{9}{1}$

1.2 ศูนย์ สามารถเขียนแทนในรูปเศษส่วน คือ  $\frac{0}{3}$

1.3 จำนวนเต็มบวก เช่น  $-8$  สามารถเขียนแทนในรูปเศษส่วน คือ  $\frac{-8}{1}$

1.4 เศษส่วน คือ  $\frac{1}{2}, \frac{-3}{5}$

1.5 ทศนิยมซ้ำศูนย์ เช่น  $1.5 = 1.5\dot{0}$

1.6 ทศนิยมซ้ำซึ่งไม่ใช่ศูนย์ เช่น  $9.7\dot{3}24$

2. จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วน  $\frac{a}{b}$

เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มที  $b \neq 0$  เช่น  $\sqrt{2}, 4.323223222\dots, 39.933933399\dots, 2.34567891011121314\dots$  เป็นต้น

## โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 3.14 เป็นจำนวนตรรกยะ

เนื่องจากสามารถเขียนในรูปเศษส่วนหรือทศนิยมซ้ำได้ คือ  $\frac{314}{100}$  หรือ  $3.14\dot{0}$

ตัวอย่างที่ 2  $\sqrt{3}$  เป็นจำนวนอตรรกยะ

เนื่องจากไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนหรือทศนิยมซ้ำได้

ตัวอย่างที่ 3 5.4316879... เป็นจำนวนอตรรกยะ

เนื่องจากไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนหรือทศนิยมซ้ำได้

ตัวอย่างที่ 4  $4.329329329\dots$  เป็นจำนวนตรรกยะ

เนื่องจากสามารถเขียนในรูปทศนิยมซ้ำได้ คือ  $4.\overline{329}$

ตัวอย่างที่ 5  $0$  เป็นจำนวนอตรรกยะ

เนื่องจากสามารถเขียนในรูปเศษส่วนหรือทศนิยมซ้ำได้ คือ  $\frac{0}{1}$  หรือ  $0.\overline{0}$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 4 (ค 1.1 ม.2/2)

จงพิจารณาจำนวนต่อไปนี้เป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะ

1.  $-3, 0, 5$  .....

2.  $\sqrt{4}, \frac{2}{1}, \frac{-9}{3}$  .....

3.  $\sqrt{2}, \pi, 3.123456\dots$  .....

4.  $\sqrt{100}, 9^2, 39.\overline{7324}$  .....

5.  $\sqrt{10}, 79.7797779\dots, 2.4313113111\dots$  .....

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/3

อธิบายและระบุรากที่สองและรากที่สามของจำนวนจริง

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

## 1. รากที่สอง

ให้  $a$  แทนจำนวนจริงบวกใด ๆ หรือ ศูนย์ รากที่สองของ  $a$  คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสองแล้วได้  $a$  เช่น

$$\begin{array}{llllll} 7 & \text{เป็นรากที่สองของ} & 49 & \text{เนื่องจาก} & 7^2 & = & 49 \\ -7 & \text{เป็นรากที่สองของ} & 49 & \text{เนื่องจาก} & (-7)^2 & = & 49 \\ 25 & \text{เป็นรากที่สองของ} & 625 & \text{เนื่องจาก} & 25^2 & = & 625 \\ -25 & \text{เป็นรากที่สองของ} & 625 & \text{เนื่องจาก} & (-25)^2 & = & 625 \end{array}$$

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก รากที่สองของ  $a$  มีสองราก คือ รากที่สองที่เป็นบวกซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์  $\sqrt{a}$  และรากที่สองที่เป็นลบ ซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์  $-\sqrt{a}$

ถ้า  $a = 0$  รากที่สองของ  $a$  คือ 0

## 2. รากที่สาม

ให้  $a$  แทนจำนวนจริงบวกใด ๆ รากที่สามของ  $a$  คือ จำนวนจริงที่ยกกำลังสามแล้วได้  $a$  เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $\sqrt[3]{a}$

สัญลักษณ์  $\sqrt[3]{a}$  อ่านว่ารากที่สามของ  $a$

$$\text{จากบทนิยามจะได้ } (\sqrt[3]{a})^3 = a$$

## โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 รากที่สองของ 36 มีสองราก เขียนแทนด้วย  $\sqrt{36}$  และ  $-\sqrt{36}$

$$\sqrt{36} = 6 \quad \text{และ} \quad -\sqrt{36} = -6$$

ตัวอย่างที่ 2 รากที่สองของ 0.01 มีสองราก เขียนแทนด้วย  $\sqrt{0.01}$  และ  $-\sqrt{0.01}$

$$\sqrt{0.01} = 0.1 \quad \text{และ} \quad -\sqrt{0.01} = -0.1$$



ตัวอย่างที่ 3 เนื่องจาก  $(-5)^3 = -125$

ดังนั้น รากที่สามของ  $-125$  คือ  $-5$  หรือ  $\sqrt[3]{-125} = -5$

ตัวอย่างที่ 4 เนื่องจาก  $(0.1)^3 = 0.001$

ดังนั้น รากที่สามของ  $0.001$  คือ  $0.1$  หรือ  $\sqrt[3]{0.001} = 0.1$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 5 (ค 1.1 ม.2/3)

จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

1.  $\sqrt{16} = \dots\dots\dots$

2.  $\sqrt[3]{27} = \dots\dots\dots$

3.  $\sqrt{\frac{9}{49}} = \dots\dots\dots$

4.  $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} = \dots\dots\dots$

5.  $\sqrt{0.01} = \dots\dots\dots$

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/4

ใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วน สัดส่วน และร้อยละในการแก้โจทย์ปัญหา

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. อัตราส่วน คือ ความสัมพันธ์ที่แสดงการเปรียบเทียบปริมาณสองปริมาณซึ่งอาจมีหน่วยเดียวกันหรือหน่วยต่างกันได้ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์  $a : b$  หรือ  $\frac{a}{b}$

2. การเขียนอัตราส่วน ให้พิจารณาที่หน่วย ดังนี้

2.1 ถ้ามีหน่วยต่างกัน ให้ระบุหน่วยด้วย

2.2 ถ้าหน่วยเหมือนกัน ไม่ต้องระบุหน่วย

3. การหาอัตราส่วนที่เท่ากัน สามารถทำได้ 2 วิธี คือ

3.1 โดยใช้หลักการคูณ เมื่อคูณแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม เช่น

$$\frac{4}{5} = \frac{4 \times 2}{5 \times 2} = \frac{8}{10}$$

3.2 โดยใช้หลักการหาร เมื่อหารแต่ละจำนวนในอัตราส่วนใดด้วยจำนวนเดียวกัน โดยที่จำนวนนั้นไม่เท่ากับศูนย์ จะได้อัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับอัตราส่วนเดิม เช่น

$$\frac{12}{15} = \frac{12 \div 3}{15 \div 3} = \frac{4}{5}$$

4. สัดส่วน คือ ประโยคที่แสดงการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วน

5. ร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ คือ อัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณใดปริมาณหนึ่ง ต่อ 100

6. การเขียนอัตราส่วนให้อยู่ในรูปร้อยละ จะต้องเขียนอัตราส่วนนั้นให้อยู่ในรูปที่มีจำนวนหลังของอัตราส่วนเป็น 100 แล้ว จะได้จำนวนแรกของอัตราส่วนเป็นค่าของร้อยละที่ต้องการ

7. การเขียนร้อยละให้เป็นอัตราส่วน ทำได้โดยการเขียนเป็นอัตราส่วนที่มีจำนวนแรกเป็นค่าของร้อยละ และจำนวนหลังเป็นร้อย 100 เช่น  $35\% = \frac{35}{100}$

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีอัตราส่วนของความยาวของด้านทั้งสามเป็น 2 : 5 : 6  
ถ้าด้านที่สั้นที่สุด ยาว 8 เซนติเมตร จงหาความยาวรอบรูป

แนวคิด ในอัตราส่วนที่กำหนดให้ 2 : 5 : 6 เป็นความยาวด้านที่สั้นที่สุด  
ถ้าต้องการให้ด้านที่สั้นที่สุดยาวเป็น 8 จะต้องนำ 4 มาคูณทุกจำนวนในอัตราส่วน  
จะได้  $2 : 5 : 6 = 2 \times 4 : 5 \times 4 : 6 \times 4$   
 $= 8 : 20 : 24$

ดังนั้น ความยาวรอบรูปเท่ากับ  $8 + 20 + 24 = 52$  เซนติเมตร

ตอบ ความยาวรอบรูปเท่ากับ 52 เซนติเมตร

ตัวอย่างที่ 2 จงหาค่าของ c ในสัดส่วน  $\frac{4}{5} = \frac{c}{35}$

แนวคิด เนื่องจาก  $\frac{4}{5} = \frac{4 \times 7}{5 \times 7} = \frac{28}{35}$

จะได้  $\frac{28}{35} = \frac{c}{35}$

ดังนั้น ค่าของ c = 28

ตอบ c เท่ากับ 28

ตัวอย่างที่ 3 พรซื้อที่ดินแปลงหนึ่ง จ่ายเงินมัดจำไป 36,000 บาท คิดเป็น 30 % ของราคา  
ที่ดินแปลงนี้ จงหาว่าที่ดินแปลงนี้ราคาเท่าไร

แนวคิด ให้พรซื้อที่ดินแปลงนี้ราคา x บาท

จ่ายเงินมัดจำไป 36,000 บาท

เงินมัดจำที่จ่ายไปคิดเป็น 30 % =  $\frac{30}{100}$

เขียนสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{36,000}{x} = \frac{30}{100}$

จะได้  $36,000 \times 100 = 30 \times x$

$x = \frac{36,000 \times 100}{30}$

ดังนั้น  $x = 120,000$

ตอบ พรซื้อที่ดินแปลงนี้ราคา 120,000 บาท

แบบฝึกหัด ชุดที่ 6 (ค 1.1 ม.2/4)

ตอนที่ 1 จงเลือกข้อที่ถูกต้องที่สุด

1. อัตราส่วนคู่ใดเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ก. 2 : 3 และ 38 : 58

ค. 5 : 7 และ 65 : 81

ข. 3 : 4 และ 51 : 68

ง. 4 : 5 และ 44 : 65

2. อัตราส่วนที่เป็น 7 เท่าของอัตราส่วน 9 : 13 คือข้อใด

ก. 49 : 81

ค. 56 : 81

ข. 6 : 91

ง. 63 : 91

3. ถ้า  $5 : A = 70 : 98$  ตัวแปร A มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 5

ค. 6

ข. 7

ง. 14

ตอนที่ 2 จงหาคำตอบ

1. ปุ๋ยชนิดหนึ่งมีอัตราส่วนผสมโดยน้ำหนักของไนโตรเจน ฟอสฟอรัส โพแทสเซียมและส่วนผสมอื่น ๆ เป็น 1 : 2 : 1 : 6 ตามลำดับ จงหาว่าปุ๋ยชนิดนี้น้ำหนัก 1 ตัน จะมีไนโตรเจน ฟอสฟอรัส โพแทสเซียม และส่วนผสมอื่น ๆ อย่างละกี่กิโลกรัม

ตอบ .....

2. ช่างรับเหมาทำโต๊ะ และม้านั่งนักเรียนให้แก่โรงเรียนแห่งหนึ่งเป็นเงิน 24,000 บาท ปรากฏว่ามีกำไร 20 % อยากทราบว่าต้นทุนของการทำโต๊ะและม้านั่งเป็นเท่าไร

ตอบ .....

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์  
ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/1

บวก ลบ คูณ หาร จำนวนเต็ม และนำไปใช้แก้ปัญหา ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของ  
คำตอบ อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ การหาร และบอก

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. การบวก ลบ คูณ หาร จำนวนเต็ม ให้หาผลลัพธ์ในวงเล็บก่อน แล้วจึงนำไปบวก ลบ คูณ  
หรือหารกับจำนวนนอกวงเล็บ

2. สมบัติของ 1 และ 0

2.1 จำนวนใดคูณกับ 1 จะได้จำนวนนั้น (เรียก 1 ว่า เอกลักษณ์การคูณ)

2.2 จำนวนใดหารด้วย 1 จะได้จำนวนนั้น

2.3 จำนวนใดบวกกับ 0 จะได้จำนวนนั้น (เรียก 0 ว่า เอกลักษณ์การบวก)

2.4 จำนวนใดคูณกับ 0 จะได้ 0 เสมอ

2.5 0 หารจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ 0 จะได้ 0 เสมอ

2.6 จำนวนใดๆ หารด้วย 0 จะไม่มีความหมายทางคณิตศาสตร์

2.7 ถ้าผลคูณของจำนวนสองจำนวนใดๆ เท่ากับ 0 แล้วจำนวนใดจำนวนหนึ่ง  
อย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเป็น 0 แน่ๆ

โจทย์ตัวอย่าง

จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1. [3 - (-6)] \times [4 + (-12)] &= 9 + (-8) \\ &= 9 - 8 \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. [(-144) \div 16] + [240 \div (-15)] &= (-9) + (-16) \\ &= -9 - 16 \\ &= -25 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \frac{-(-7)+(4-11)}{5+(-4+2)} &= \frac{7+(-7)}{5+(-2)} \\ &= \frac{7-7}{5-2} \\ &= \frac{0}{3} \\ &= 0 \end{aligned}$$

## แบบฝึกหัด ชุดที่ 7 (ค 1.2 ม.1/1)

จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

1.  $[(-98) \div 7] - (-24)$  = .....

2.  $[(-3) + 8] - [(-2) \times 3]$  = .....

3.  $[(-260) \div 4] \div (-5)$  = .....

4.  $[3 - (-7)] + [(-4) + 7]$  = .....

5.  $\left[ \frac{7 + (-25)}{6} \right] \times \left[ \frac{(-12) - 12}{4} \right]$  = .....

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/2

บวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน และทศนิยม และนำไปใช้แก้ปัญหา ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการบวก การลบ การคูณ การหาร และบอกความสัมพันธ์ของการบวกกับการลบ การคูณกับการหารของเศษส่วน และทศนิยม

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

## การบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน

1. การบวกหรือการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ต้องทำตัวส่วนให้เท่ากันก่อน โดยการหา ค.ร.น. ของตัวส่วนทั้งหมด
2. การคูณเศษส่วนให้นำตัวเศษคูณตัวเศษ ตัวส่วนคูณตัวส่วน
3. การหารเศษส่วน ให้กลับเศษเป็นส่วนของตัวหาร แล้วนำไปคูณกับตัวตั้ง
4. การบวก ลบ คูณ หารเศษส่วนที่เป็นจำนวนคละ ให้เขียนจำนวนคละในรูปเศษเกินก่อน แล้วจึงหาผลลัพธ์นั้น
5. การบวก ลบ คูณ หาร เศษส่วน ให้หาผลลัพธ์ในวงเล็บก่อน แล้วจึงนำไปบวก ลบ คูณ หรือหารกับจำนวนนอกวงเล็บ
6. การทอนเศษส่วนให้เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ ต้องดูว่าตัวเลขใดที่หารได้ทั้งเศษและส่วนในเบื้องต้นและควรต้องรู้ตรงนี้ก่อน
  - 6.1 จำนวนเต็มใดๆ หารด้วย 1 ลงตัวเสมอ
  - 6.2 จำนวนที่หารด้วย 2 ลงตัว ต้องลงท้ายด้วยเลขคู่ (อย่าลืม 0 ก็เป็นเลขคู่ด้วย)
  - 6.3 จำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว มีข้อสังเกต คือ ผลบวกของเลขโดดของเลขจำนวนนั้น หารด้วย 3 ลงตัว เช่น 3,651 เรานำ  $3+6+5+1 = 15$  ซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว ดังนั้น 3,651 หารด้วย 3 ลงตัวด้วย
  - 6.4 จำนวนที่หารด้วย 4 ลงตัว มีข้อสังเกต คือ ถ้าเลข 2 ตัวท้ายหารด้วย 4 ลงตัว หรือลงท้ายด้วย 0 สองตัว จะหารด้วย 4 ลงตัวด้วย เช่น 1,516 จะเห็นว่า 16 หารด้วย 4 ลงตัว ดังนั้น 1,516 หารด้วย 4 ลงตัวด้วย
  - 6.5 จำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว จะลงท้ายด้วย 5 หรือ 0
  - 6.7 จำนวนที่หารด้วย 6 ลงตัว ต้องเป็นเลขคู่ที่หารด้วย 3 ลงตัว
  - 6.8 จำนวนที่หารด้วย 9 ลงตัว ผลบวกของเลขโดดต้องหารด้วย 9 ลงตัว
  - 6.10 จำนวนที่หารด้วย 10 ลงตัว เลขตัวท้ายต้องเป็น 0





แบบฝึกหัด ชุดที่ 8 (ค 1.2 ม.1/2)

จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

1.  $(0.25 \times 1.6) \div (-0.08)$  = .....

2.  $[6.79 + (-6.79)] - [4.76 \times (-1)]$  = .....

3.  $\frac{(-44.32) + 5.78}{0.5 - \left(\frac{0.1}{1.11 + 0.89}\right)}$  = .....

4.  $\left(2\frac{5}{9} + 6\frac{6}{7}\right) - \left(-1\frac{2}{3}\right)$  มีค่าเป็นกี่เท่าของ  $\frac{132}{231}$

5. ถ้าเขียน  $\frac{23}{17}$  ในรูป  $1 + \frac{1}{a + \frac{1}{b + \frac{1}{c}}}$  โดยที่  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็มแล้ว  $abc$  มีค่าเท่าใด

6. ฟาร์มแห่งหนึ่งเลี้ยงม้า วัว สุกรและแพะรวม 2,000 ตัว เลี้ยงม้า  $\frac{1}{4}$  ของจำนวนสัตว์ทั้งหมด เลี้ยงวัว  $\frac{1}{5}$  ของจำนวนม้า เลี้ยงสุกร  $\frac{3}{8}$  ของสัตว์ที่เหลือ ฟาร์มเลี้ยงแพะกี่ตัว

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/3

อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการยกกำลังของจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยม

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

ถ้า  $a$  เป็นจำนวนใดๆ และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว  $a$  ยกกำลัง  $n$  หรือ  $a^n$  มีความหมายดังนี้

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ ตัว}}$$

เรียก  $a^n$  ว่า เลขยกกำลังที่มี  $a$  เป็นฐาน และ  $n$  เป็นเลขชี้กำลัง

โจทย์ตัวอย่าง

$$\begin{aligned} 1. \left(\frac{2}{3}\right)^3 &= \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right) \\ &= \left(\frac{8}{27}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \frac{2^3}{3} &= \left(\frac{2 \times 2 \times 2}{3}\right) \\ &= \left(\frac{8}{3}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \frac{-2^4}{3} &= \frac{-(2 \times 2 \times 2 \times 2)}{3} \\ &= -\frac{16}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4. (1.3)^2 &= (1.3) \times (1.3) \\ &= 1.69 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 9 (ค 1.2 ม.1/3)

จงเขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

1)  $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$  = .....

2)  $(-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7)$  = .....

3)  $(xy) \times (xy) \times (xy)$  = .....

4)  $\left(\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right)$  = .....

5) 100,000 = .....

6) 0.0081 = .....

7) -243 = .....

8) 625 = .....

9)  $(0.1) \times (0.1) \times (0.1)$  = .....

10)  $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$  = .....

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/4

คูณและหารเลขยกกำลังที่มีฐานเดียวกัน และเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

สมบัติของเลขยกกำลัง

กำหนดให้  $a, b$  แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ศูนย์ และให้  $m, n$  แทนจำนวนเต็มบวก จะได้

$$1. a^0 = 1$$

$$2. a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$3. a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$4. a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$5. (a^n)^m = a^{nm}$$

$$6. (ab)^n = a^n b^n$$

$$7. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

## โจทย์ตัวอย่าง

$$1. 2^5 \times 256 = 2^5 \times 2^8$$

$$= 2^{5+8}$$

$$= 2^{13}$$

ตอบ  $2^{13}$

$$2. (-5)^3 \times 625 = (-5)^3 \times (-5)^4 \quad (\text{เนื่องจาก } (-5)^4 = 625)$$

$$= (-5)^{3+4}$$

$$= (-5)^7$$

ตอบ  $(-5)^7$

$$\begin{aligned}
 3. \quad a^2b^3 \times a^5b &= a^2 \times b^3 \times a^5 \times b \\
 &= a^2 \times a^5 \times b^3 \times b \\
 &= a^{2+5} \times b^{3+1} \\
 &= a^7b^4
 \end{aligned}$$

ตอบ  $a^7b^4$

$$4. \quad \frac{5^3}{5^3}$$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีที่ 1} \quad \frac{5^3}{5^3} &= \frac{5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีที่ 2} \quad \frac{5^3}{5^3} &= 5^{3-3} \\
 &= 5^0 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

ตอบ 1

$$5. \quad \frac{a^5}{a^5} \text{ เมื่อ } a \neq 0$$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีที่ 1} \quad \frac{a^5}{a^5} &= \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a \times a} \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{วิธีที่ 2} \quad \frac{a^5}{a^5} &= a^{5-5} \\
 &= a^0 \\
 &= 1
 \end{aligned}$$

ตอบ 1

6. จงหาผลลัพธ์ของ  $\frac{5 \times 3^{n+1} - 9 \times 3^{n-1}}{3^{n+1} - 3^n}$

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด} \quad \frac{5 \times 3^{n+1} - 9 \times 3^{n-1}}{3^{n+1} - 3^n} &= \frac{3^n [(5 \times 3) - (9 \times 3^{-1})]}{3^n (3-1)} \\ &= \frac{[(5 \times 3) - (9 \times \frac{1}{3})]}{(3-1)} \\ &= \frac{15-3}{2} \\ &= \frac{12}{2} \\ &= 6 \end{aligned}$$

ตอบ 6

แบบฝึกหัด ชุดที่ 10 (ค 1.2 ม.1/4)

1. เขียนจำนวนต่อไปนี้ในรูปเลขยกกำลัง

1)  $(-2)^{15} \times (-2)^{10} \times (-2)^3 = \dots\dots\dots$

2)  $a^{10}b^5 \times a^3b^4 = \dots\dots\dots$

3)  $\left(\frac{5}{6}\right)^7 \div \left(\frac{5}{6}\right)^5 = \dots\dots\dots$

4)  $\frac{x^m}{x^n}, x \neq 0 \quad m > n = \dots\dots\dots$

2. หาผลลัพธ์ของ  $25^{3n-1} \times 125^{3-n} \times 5^{-6} \div 5^{3n+1}$

3. ในบริเวณหนึ่งมีแบคทีเรียเฉลี่ย  $6.4 \times 10^3$  ตัวต่อตารางเซนติเมตร ถ้าพื้นที่ของบริเวณนี้เท่ากับ 2.7 ตารางเมตร จำนวนแบคทีเรียทั้งหมดในบริเวณนี้เท่ากับกี่ตัว

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/1

หารากที่สอง และรากที่สามของจำนวนเต็ม โดยการแยกตัวประกอบ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. รากที่สองของจำนวนจริงบวกมี 2 จำนวน คือ จำนวนบวกและจำนวนลบซึ่งเป็นจำนวนตรงข้ามกัน

2. รากที่สองของ 0 มี 1 จำนวน คือ 0

3. รากที่สองอาจเป็นจำนวนตรรกยะหรือจำนวนอตรรกยะอย่างใดอย่างหนึ่ง พิจารณาได้ดังนี้

3.1 ถ้าสามารถหาจำนวนใดๆ ที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง รากที่สองของจำนวนนั้นเป็นจำนวนตรรกยะ เช่น  $0.3^2 = 0.09$  รากที่สองของ 0.09 เป็นจำนวนตรรกยะ

3.2 ถ้าไม่สามารถหาจำนวนใดๆ ที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง รากที่สองของจำนวนนั้นเป็นจำนวนอตรรกยะ เช่น ไม่สามารถหาจำนวนใดๆ ที่ยกกำลังสองแล้วมีค่าเท่ากับ 10 รากที่สองของ 10 เป็นจำนวนอตรรกยะ ซึ่งเขียนในรูกรณฑ์ที่สอง คือ  $\sqrt{10}$

4. การหารากที่สองโดยการแยกตัวประกอบ มีขั้นตอนดังนี้

4.1 แยกตัวประกอบของจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง

4.2 จัดให้ตัวประกอบอยู่ในรูปวงเล็บยกกำลังสองหรือ  $( )^2$

4.3 รากที่สอง คือ ผลคูณของจำนวนในวงเล็บ

5. การหารากที่สามโดยการแยกตัวประกอบ มีขั้นตอนดังนี้

5.1 แยกตัวประกอบของจำนวนที่ต้องการหารากที่สาม

5.2 จัดให้ตัวประกอบอยู่ในรูปวงเล็บยกกำลังสามหรือ  $( )^3$

5.3 รากที่สาม คือ ผลคูณของจำนวนในวงเล็บ

## โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 จงหารากที่สองของ 400 โดยการแยกตัวประกอบ

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด} \quad \text{เนื่องจาก} \quad 400 &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \\ &= (2 \times 2 \times 5)^2 \\ &= 20^2 \end{aligned}$$

$$\text{และ} \quad 400 = (-20)^2$$

ตอบ รากที่สองของ 400 คือ 20 และ -20

ตัวอย่างที่ 2 จงหารากที่สามของ 64 โดยการแยกตัวประกอบ

แนวคิด      เนื่องจาก       $64 = (2 \times 2) \times (2 \times 2) \times (2 \times 2)$   
 $64 = 4 \times 4 \times 4$   
 $64 = 4^3$

ตอบ รากที่สามของ 64 คือ 4

ตัวอย่างที่ 3 แจกกันทรงกระบอกใบหนึ่งมีปริมาตรประมาณ 192.5 ลูกบาศก์เซนติเมตร แจกกันใบนี้มี  
 ความสูง 5 เซนติเมตร และสูตรการหาปริมาตรทรงกระบอกเท่ากับ  $\pi r^2 h$   
 เมื่อ  $r$  แทนความยาวของรัศมี และ  $h$  แทนความสูง จงหาว่าแจกกันใบนี้มีรัศมียาว  
 กี่เซนติเมตร (กำหนด  $\pi \approx \frac{22}{7}$ )

แนวคิด      จากสูตรปริมาตรทรงกระบอก =  $\pi r^2 h$   
 จะได้       $192.5 \approx \frac{22}{7} \times r^2 \times 5$   
 $r^2 \approx \frac{192.5 \times 7}{22 \times 5}$   
 $r^2 \approx 12.25$   
 $r^2 \approx (3.5)^2$   
 $r \approx 3.5, -3.5$

เนื่องจาก  $r$  เป็นความยาวของรัศมีของวงกลม จึงใช้เฉพาะจำนวนบวก

ตอบ แจกกันใบนี้มีรัศมียาวประมาณ 3.5 เซนติเมตร

แบบฝึกหัด ชุดที่ 11 (ค 1.2 ม.2/1)

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงหารากที่สองของ 625 โดยการแยกตัวประกอบ
2. จงหารากที่สามของ -216 โดยการแยกตัวประกอบ
3.  $-\sqrt{\frac{25}{196}}$  มีค่าเท่าใด
4. ตัดกระดาษรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 5 เซนติเมตร ถ้าตัดกระดาษนี้เป็นรูปสามเหลี่ยมสองรูปตามแนวเส้นทแยงมุม จงหาว่าเส้นทแยงมุมยาวประมาณกี่เซนติเมตร
5. แท็งก์ใส่น้ำทรงลูกบาศก์มีความยาวด้านละ 70 เซนติเมตร ถ้าต้องการสร้างแท็งก์น้ำให้มีปริมาตรเป็นแปดเท่าของแท็งก์น้ำใบนี้ จะต้องสร้างแท็งก์น้ำให้มีความยาวด้านละกี่เซนติเมตร
6. ลูกบาศก์มีปริมาตร 343 ลูกบาศก์เซนติเมตร ลูกบาศก์มีความยาวด้านละเท่าใด



ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/2

อธิบายผลที่เกิดขึ้นจากการหารากที่สองและรากที่สามของจำนวนเต็ม เศษส่วน และทศนิยม บอกความสัมพันธ์ของการยกกำลังกับการหารากของจำนวนจริง

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. สมบัติของรากที่สอง

$$1.1 \sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$$

$$1.2 \sqrt{x^n} = x^{\frac{n}{2}} \text{ โดยที่ } n > 1$$

$$1.3 (\sqrt{x})^2 = (-\sqrt{x})^2 = x$$

$$1.4 \sqrt{x^2} = |x|$$

$$1.5 \sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{xy} \text{ เมื่อ } x \text{ และ } y \geq 0$$

$$1.6 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}} \text{ เมื่อ } x \geq 0 \text{ และ } y > 0$$

2. รูปร่างง่ายของรากที่ 2 เป็นการเปลี่ยนจำนวนซึ่งมีค่ามากและอยู่ในรากที่สองให้เป็นจำนวนที่น้อยลงโดยใช้สมบัติ  $\sqrt{x^2} = x$  เช่น  $5\sqrt{3}$  เป็นรูปร่างง่ายของ  $\sqrt{75}$

3. การบวกและการลบรากที่สอง มีหลักการ ดังนี้

3.1 ถ้ารากที่ต้องการบวกหรือลบมีจำนวนภายในรากต่างกัน ให้เปลี่ยนจำนวนภายในรากให้เหมือนกันโดยใช้หลักการทำให้อยู่ในรูปร่างง่ายของรากที่สอง

3.2 ถ้ารากที่ต้องการบวกหรือลบมีจำนวนภายในรากเท่ากัน ให้นำจำนวนซึ่งคูณกับราก มาบวกหรือลบกัน

4. การคูณและการหารรากที่สอง มีหลักการ ดังนี้

4.1 ถ้ารากที่ต้องการคูณหรือหารไม่อยู่ในรูปร่างง่าย ให้เปลี่ยนรากนั้นเป็นรูปร่างง่าย

4.2 ถ้าจำนวนใดมีตัวหารอยู่ในรูปของราก ให้เปลี่ยนเป็นจำนวนเต็มโดยคูณด้วย  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$  โดยที่  $x$  คือ จำนวนภายในรากของตัวหาร เช่น  $\frac{3}{\sqrt{6}}$  เปลี่ยนเป็น  $\frac{3}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{6}$

หรือ  $\frac{\sqrt{6}}{2}$

4.3 การคูณหรือการหารให้นำจำนวนซึ่งคูณกับรากมาคูณหรือหารกัน และนำรากมาคูณหรือหารกัน

5. ความสัมพันธ์ของรากกับการยกกำลัง คือ  $\sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}}$

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 ถ้า  $\sqrt[3]{36-x} = 5$  แล้ว จงหาค่าของ  $x$

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด} \quad \sqrt[3]{36-x} &= 5 \\ (\sqrt[3]{36-x})^3 &= (5)^3 \\ 36-x &= 125 \\ x &= 36-125 \\ x &= -89 \end{aligned}$$

ดังนั้น ถ้า  $\sqrt[3]{36-x} = 5$  แล้ว ค่าของ  $x$  คือ  $-89$

ตอบ  $x$  คือ  $-89$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลลัพธ์ของ  $2\sqrt{63} + 3\sqrt{7} - \frac{2}{\sqrt{7}}$

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด} \quad 2\sqrt{63} + 3\sqrt{7} - \frac{2}{\sqrt{7}} &= 6\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - \left( \frac{2}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \right) \\ &= 6\sqrt{7} + 3\sqrt{7} - \frac{2\sqrt{7}}{7} \\ &= 9\sqrt{7} - \frac{2\sqrt{7}}{7} \\ &= \frac{63\sqrt{7} - 2\sqrt{7}}{7} \\ &= \frac{61\sqrt{7}}{7} \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad 2\sqrt{63} + 3\sqrt{7} - \frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{61\sqrt{7}}{7}$$

$$\text{ตอบ} \quad \frac{61\sqrt{7}}{7}$$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 12 (ค 1.2 ม.2/2)

1. จงหาผลลัพธ์ของ  $2\sqrt{48} + \frac{3}{\sqrt{6}} + 3\sqrt{24} - \frac{3}{\sqrt{3}}$
2. จงหาผลลัพธ์ของ  $\left(\sqrt[3]{\frac{27}{125}}\right)\left(\sqrt{\frac{625}{9}}\right)$
3. ถ้า  $y$  เป็นจำนวนจริง และ  $4y^3 = 1,372$  แล้ว  $y$  มีค่าเท่าไร
4. ถ้า  $x$  เป็นจำนวนจริง และ  $\sqrt{x} = 14$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าไร
5. ถ้า  $z$  เป็นจำนวนจริง และ  $\frac{z^2 - 6}{5} = 15$  แล้ว  $z$  มีค่าเท่าไร

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/1

ใช้การประมาณค่าในสถานการณ์ต่างๆ ได้อย่างเหมาะสม รวมถึงใช้ในการพิจารณาความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้จากการคำนวณ

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. การประมาณค่าใช้เครื่องหมาย  $\approx$
2. การปัดเศษเมื่อเป็นจำนวนเต็ม ให้พิจารณาตัวเลขในหลักที่ต่ำกว่าหลักที่ต้องการปัดเศษหนึ่งหลัก ถ้าตัวเลขเป็น 0 – 4 ให้ปัดทิ้ง ถ้าเป็นตัวเลข 5 – 9 ให้ปัดขึ้น
3. การปัดเศษเมื่อเป็นทศนิยม ให้พิจารณาตัวเลขในทศนิยมในตำแหน่งที่ต่ำกว่าตำแหน่งที่ต้องการปัดเศษหนึ่งตำแหน่ง ถ้าตัวเลขเป็น 0 – 4 ให้ปัดทิ้ง ถ้าเป็นตัวเลข 5 – 9 ให้ปัดขึ้น
4. ถ้าต้องการหาค่าประมาณโดยการปัดเศษ สามารถทำได้ดังนี้
  - 4.1 หาค่าประมาณของแต่ละจำนวนที่โจทย์กำหนดโดยวิธีการปัดเศษเป็นจำนวนเต็มหน่วย จำนวนเต็มสิบ จำนวนเต็มร้อย และจำนวนเต็มอื่นๆ ตามความเหมาะสมของสถานการณ์
  - 4.2 นำค่าประมาณที่ได้จากข้อ 4.1 มาคำนวณหาผลลัพธ์ตามที่โจทย์ต้องการ

โจทย์ตัวอย่าง จงหาค่าประมาณเป็นจำนวนเต็มร้อยของ  $(1,816 + 3,190) \div 24.78$

- แนวคิด**
- ขั้นที่ 1 เนื่องจากการประมาณนี้เกี่ยวข้องกับการหารและต้องการผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็ม  
หาค่าประมาณเป็นจำนวนเต็มร้อยของ 1,816 กับ 3,190 ได้ดังนี้
- $$1,816 \approx 1,800$$
- $$3,190 \approx 3,200$$
- หาค่าประมาณเป็นจำนวนเต็มของ 24.78 ได้ดังนี้
- $$24.78 \approx 25$$
- ขั้นที่ 2 คำนวณหาผลลัพธ์
- $$(1,816 + 3,190) \div 24.78 \approx (1,800 + 3,200) \div 25$$
- $$\approx 5,000 \div 25$$
- $$\approx 200$$
- ดังนั้น  $(1,816 + 3,190) \div 24.78 \approx 200$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 13 (ค 1.3 ม.1/1)

จงหาคำตอบ

1. จงหาค่าประมาณของ  $\frac{41.4 \times 20.6}{3.1 + 4.85}$
2. จงหาค่าประมาณของ  $\left(\frac{-3}{4}\right) + \left(\frac{-5}{8}\right) - \left(-3\frac{3}{7}\right)$
3. ณฑชใช้เงินไป 9.75% ของจำนวนเงินที่มีอยู่ ถ้านณฑชมีเงิน 65,670 บาท ณฑชใช้เงินประมาณกี่บาท
4. กล่องใบหนึ่งมีฐานกว้าง 63 เซนติเมตร ยาว 48 เซนติเมตร มีปริมาตร 74,999 ลูกบาศก์เซนติเมตร กล่องใบนี้สูงประมาณกี่เซนติเมตร
5. เต้ขับรถด้วยอัตราเร็ว 97 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นเวลา 2.08 ชั่วโมง เต้ขับรถด้วยอัตราเร็ว 72 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เป็นเวลา 4.97 ชั่วโมง เต้ขับรถไกลกว่าเต้ประมาณกี่กิโลเมตร

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/1

หาค่าประมาณของรากที่สอง และรากที่สาม ของจำนวนจริง และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. การหาค่าประมาณของรากที่สอง สามารถทำได้ดังนี้

1.1 หาจำนวนเต็มบวกสองจำนวนที่เรียงกัน ซึ่งกำลังสองของจำนวนทั้งสอง ต้องมีจำนวนที่น้อยกว่ากับจำนวนที่มากกว่าจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง และมีค่าใกล้เคียงจำนวนที่ต้องการหารากที่สองมากที่สุด

1.2 หาค่าเฉลี่ยของจำนวนที่ได้จากข้อ 5.1 แล้วนำค่าเฉลี่ยที่ได้มายกกำลังสอง พิจารณาว่ามากหรือน้อยกว่าจำนวนที่ต้องการหารากที่สอง ถ้ามากกว่า ให้นำจำนวนที่น้อยกว่ากับจำนวนที่เป็นค่าเฉลี่ยมาหาค่าเฉลี่ย แล้วนำไปยกกำลังสองอีก

ถ้าน้อยกว่า ให้นำจำนวนที่เป็นค่าเฉลี่ยกับจำนวนที่มากกว่ามาหาค่าเฉลี่ย แล้วนำไปยกกำลังสองอีก

1.3 ทำตามข้อ 5.2 ซ้ำอีกจนได้จำนวนที่มีค่าใกล้เคียงกับจำนวนที่นำมาหารากที่สอง

2. การหาค่าประมาณของรากที่สาม สามารถทำได้โดยใช้วิธีการเดียวกันกับการหาค่าประมาณของรากที่สอง

## โจทย์ตัวอย่าง

จงหาค่าประมาณของ  $\sqrt{12}$  (ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)

แนวคิด ขั้นที่ 1 เนื่องจาก  $3^2 = 9$  และ  $4^2 = 16$

จะได้ว่า  $\sqrt{12}$  มีค่าอยู่ระหว่าง 3 และ 4

ขั้นที่ 2 หาค่าเฉลี่ยของ 3 และ 4 ได้ 3.5

นำ 3.5 ไปยกกำลังสองได้ 12.25 ซึ่งมีค่ามากกว่า 12

ดังนั้น นำ 3 และ 3.5 มาหาค่าเฉลี่ยได้ 3.25

ขั้นที่ 3 นำค่าเฉลี่ยที่ได้จากขั้นที่ 2 (3.25) ไปยกกำลังสองได้ 10.5625

ซึ่งมีค่าน้อยกว่า 12 ดังนั้นนำ 3.25 และ 3.5 มาหาค่าเฉลี่ย

ได้ 3.375 จากนั้นทำขั้นที่ 3 ซ้ำอีกจนได้จำนวนที่มีค่าใกล้เคียงกับ

จำนวนที่นำมาหารากที่สอง

$$\begin{array}{ccc} 3.375 & & 3.5 \\ & \searrow & \swarrow \\ & \text{ค่าเฉลี่ย} = 3.4375 & \end{array}$$

$$(3.4375)^2 = 11.8164$$

$$\begin{array}{ccc} 3.4375 & & 3.5 \\ & \searrow & \swarrow \\ & \text{ค่าเฉลี่ย} = 3.46875 & \end{array}$$

$$(3.46875)^2 = 12.032$$

ดังนั้น  $\sqrt{12} \approx 3.46875$  แต่โจทย์ต้องการคำตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง

ตอบ  $\sqrt{12} \approx 3.46$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 14 (ค 1.3 ม.2/1)

จงหาค่าประมาณของจำนวนต่อไปนี้ (ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)

1.  $\sqrt{14}$  = .....

2.  $\sqrt{20}$  = .....

3.  $-\sqrt{24}$  = .....

4.  $-\sqrt{35}$  = .....

5.  $\sqrt{13} + \sqrt[3]{125}$  = .....

## มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอสมบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/1

นำความรู้และสมบัติเกี่ยวกับจำนวนเต็มไปใช้ในการแก้ปัญหา

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

## 1. สมบัติของจำนวนเต็ม

1.1 สมบัติการสลับที่การบวก เมื่อมีจำนวนเต็มสองจำนวนบวกกัน สามารถสลับที่ระหว่างตัวตั้งและตัวบวก โดยที่ผลลัพธ์มีค่าเท่ากัน เช่น

$$2 + 3 = 3 + 2 = 5$$

$$2 + (-3) = (-3) + 2 = -1$$

นั่นคือ ถ้า a และ b แทนจำนวนใด ๆ แล้ว  $a + b = b + a$

1.2 สมบัติการสลับที่การคูณ เมื่อมีจำนวนเต็มสองจำนวนคูณกัน สามารถสลับที่ระหว่างตัวตั้งและตัวคูณ โดยที่ผลลัพธ์มีค่าเท่ากัน เช่น

$$2 \times 3 = 3 \times 2 = 6$$

$$2 \times (-3) = (-3) \times 2 = -6$$

นั่นคือ ถ้า a และ b แทนจำนวนใด ๆ แล้ว  $a \times b = b \times a$

1.3 สมบัติการเปลี่ยนหมู่การบวก เมื่อมีจำนวนเต็มสามจำนวนบวกกัน สามารถบวกจำนวนเต็มคู่แรกหรือคู่หลังก่อนก็ได้ โดยที่ผลลัพธ์มีค่าเท่ากัน เช่น

$$\{(-8)+9\}+(-4) = (-8)+\{9+(-4)\} = -5$$

นั่นคือ ถ้า a ,b และ c แทนจำนวนใด ๆ แล้ว  $(a + b) + c = a + (b + c)$

1.4 สมบัติการเปลี่ยนหมู่การคูณ เมื่อมีจำนวนเต็มสามจำนวนคูณกัน สามารถคูณจำนวนเต็มคู่แรกหรือคู่หลังก่อนก็ได้ โดยที่ผลลัพธ์มีค่าเท่ากัน เช่น

$$\{(-2) \times 5\} \times (-3) = (-2) \times \{5 \times (-3)\} = 30$$

นั่นคือ ถ้า a ,b และ c แทนจำนวนใด ๆ แล้ว  $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

1.5 สมบัติการแจกแจง เป็นสมบัติที่แสดงความเกี่ยวข้องระหว่างการบวกและการคูณ ที่กล่าวว่า ถ้า a ,b และ c แทนจำนวนใด ๆ แล้ว

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

$$\text{และ } (b + c) \times a = (b \times a) + (c \times a)$$

$$\text{เช่น } (-7) \times \{(-5) + 3\} = \{(-7) \times (-5)\} + \{(-7) \times 3\} = 14$$

$$\text{และ } \{(-5) + 3\} \times (-7) = \{(-5) \times (-7)\} + \{3 \times (-7)\} = 14$$



## 1.6 สมบัติของหนึ่ง

1.6.1 การคูณจำนวนใดๆ ด้วยหนึ่งหรือคูณหนึ่งด้วยจำนวนใดๆ จะได้ผลคูณเท่ากับจำนวนนั้น เช่น  $5 \times 1 = 1 \times 5 = 5$

$$(-3) \times 1 = 1 \times (-3) = -3$$

1.6.2 การหารจำนวนใด ๆ ด้วยหนึ่งหรือหารหนึ่งด้วยจำนวนใด ๆ จะได้ผลหารเท่ากับจำนวนนั้น เช่น  $\frac{27}{1} = 27$

$$-\frac{35}{1} = -35$$

นั่นคือ ถ้า a แทนจำนวนใด ๆ แล้ว  $a \times 1 = 1 \times a = a$

## 1.7 สมบัติของศูนย์

1.7.1 การบวกจำนวนใด ๆ ด้วยศูนย์หรือบวกศูนย์ด้วยจำนวนใด ๆ จะได้ผลบวกเท่ากับจำนวนนั้น เช่น  $5 + 0 = 0 + 5 = 5$

$$(-13) + 0 = 0 + (-13) = -13$$

1.7.2 การคูณจำนวนใด ๆ ด้วยศูนย์หรือคูณศูนย์ด้วยจำนวนใด ๆ จะได้ผลคูณเท่ากับจำนวนศูนย์ เช่น  $7 \times 0 = 0 \times 7 = 0$

$$(-25) \times 0 = 0 \times (-25) = 0$$

นั่นคือ ถ้า a แทนจำนวนใด ๆ แล้ว  $a \times 0 = 0 \times a = 0$

## 2. การหาห.ร.ม. และ ค.ร.น. ของจำนวนนับ

2.1 การหา ห.ร.ม. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปเป็นการหาตัวหารร่วมหรือตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของจำนวนนับเหล่านั้น เราจึงอาศัยการหาตัวประกอบร่วม ในการหา ห.ร.ม. ซึ่งมี 3 วิธี คือ

2.1.1 โดยการพิจารณาตัวประกอบ

2.1.2 โดยการแยกตัวประกอบ

2.1.3 โดยการตั้งหาร

2.2 การหา ค.ร.น. ของจำนวนนับตั้งแต่สองจำนวนขึ้นไปเป็นการหาจำนวนนับที่หารด้วยจำนวนนับที่กำหนดให้ลงตัว ซึ่งเรียกว่า พหุคูณของจำนวนนับที่กำหนดให้ นั้น มี 3 วิธี คือ

2.2.1 โดยการพิจารณาพหุคูณ

2.2.2 โดยการแยกตัวประกอบ

2.2.3 โดยการตั้งหาร

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 จงหา ห.ร.ม. ของ 30 และ 45 โดยการพิจารณาตัวประกอบ

แนวคิด ตัวประกอบของ 30 ได้แก่ 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15 และ 30

ตัวประกอบของ 45 ได้แก่ 1, 2, 3, 5, 9, 15 และ 45

ตัวประกอบของ 30 และ 45 ได้แก่ 1, 3, 5, และ 15

ตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของ 30 และ 45 คือ 15

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 30 และ 45 คือ 15

ตอบ ห.ร.ม. ของ 30 และ 45 คือ 15

ตัวอย่างที่ 2 จงหา ห.ร.ม. ของ 18 และ 30 โดยการแยกตัวประกอบ

แนวคิด  $18 = 2 \times 3 \times 3$

$30 = 2 \times 3 \times 5$

ตัวประกอบร่วมของ 18 และ 30 ได้แก่ 2, 3

ตัวประกอบร่วมที่มากที่สุดของ 18 และ 30 คือ  $2 \times 3 = 6$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 18 และ 30 คือ 6

ตอบ ห.ร.ม. ของ 18 และ 30 คือ 6

ตัวอย่างที่ 3 จงหา ห.ร.ม. ของ 24, 36 และ 48 โดยการตั้งหาร

แนวคิด  $2) \underline{24 \quad 36 \quad 48}$

$2) \underline{12 \quad 18 \quad 24}$

$3) \underline{6 \quad 9 \quad 12}$

$\underline{2 \quad 3 \quad 4}$

ดังนั้น ห.ร.ม. ของ 24, 36 และ 48 คือ  $2 \times 2 \times 3 = 12$

ตอบ ห.ร.ม. ของ 24, 36 และ 48 คือ 12

ตัวอย่างที่ 4 จงหาจำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 15, 23 และ 31 แล้วเหลือเศษ 1, 2, และ 3 ตามลำดับ

แนวคิด จำนวนนับที่หาร 15 แล้วเหลือเศษ 1 จะเป็นจำนวนที่หาร  $15 - 1$  หรือ 14 ลงตัว

จำนวนนับที่หาร 23 แล้วเหลือเศษ 2 จะเป็นจำนวนที่หาร  $23 - 2$  หรือ 21 ลงตัว

จำนวนนับที่หาร 31 แล้วเหลือเศษ 3 จะเป็นจำนวนที่หาร  $31 - 3$  หรือ 28 ลงตัว

จำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 14, 21 และ 28 ลงตัวจะเป็น ห.ร.ม. ของ 14, 21 และ 28

หา ห.ร.ม. ของ 14, 21 และ 28 ได้ดังนี้

$$7) \frac{14}{2} \quad \frac{21}{3} \quad \frac{28}{4}$$

$$\frac{2}{2} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{4}{4}$$

ห.ร.ม. ของ 14, 21 และ 28 คือ 7

**ตอบ** จำนวนนับที่มากที่สุดที่หาร 15, 23 และ 31 แล้วเหลือเศษ 1, 2, และ 3 ตามลำดับ คือ 7

**ตัวอย่างที่ 5** จงหา ค.ร.น. ของ 8 และ 12 โดยการพิจารณาพหุคูณ

**แนวคิด** เนื่องจาก 8, 16, 24, 32, 40, 48,... เป็นพหุคูณของ 8

12, 24, 36, 48,... เป็นพหุคูณของ 12

จะเห็นว่า 24, 48,... เป็นพหุคูณของ 8 และ 12

24 เป็นพหุคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 8 และ 12

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 8 และ 12 คือ 24

**ตอบ** ค.ร.น. ของ 8 และ 12 คือ 24

**ตัวอย่างที่ 6** จงหา ค.ร.น. ของ 6 และ 20 โดยการแยกตัวประกอบ

**แนวคิด** แยกตัวประกอบของ 6 และ 20 ได้ดังนี้

$$6 = 2 \times 3$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

จากการแยกตัวประกอบของ 6 และ 20

จะเห็นว่า พหุคูณร่วมที่น้อยที่สุดของ 6 และ 20 คือ  $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 6 และ 20 คือ 60

**ตอบ** ค.ร.น. ของ 6 และ 20 คือ 60

**ตัวอย่างที่ 7** จงหา ค.ร.น. ของ 8, 30 และ 42 โดยการตั้งหาร

**แนวคิด** 2)  $\frac{8}{2} \quad \frac{30}{3} \quad \frac{42}{6}$

3)  $\frac{4}{4} \quad \frac{15}{5} \quad \frac{21}{7}$

$\frac{4}{4} \quad \frac{5}{5} \quad \frac{7}{7}$

ดังนั้น ค.ร.น. ของ 8, 30 และ 42 คือ  $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 7 = 840$

**ตอบ** ค.ร.น. ของ 8, 30 และ 42 คือ 840

**ตัวอย่างที่ 8** จงหาจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หาร 36, 54 และ 63 แล้วเหลือเศษ 7 ทุกจำนวน

**แนวคิด** จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หาร 36, 54 และ 63 ลงตัว คือ ค.ร.น. ของ 36, 54 และ 63

แต่ต้องการหาจำนวนนับที่น้อยที่สุดซึ่งหารด้วย 36, 54 และ 63 แล้วเหลือเศษ 7

จำนวนนับที่ต้องการหาจึงต้องมากกว่า ค.ร.น. ของทั้งสามจำนวนอยู่ 7

เนื่องจาก ค.ร.น. ของ 36, 54 และ 63 คือ 756

ดังนั้น จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หาร 36, 54 และ 63 แล้วเหลือเศษ 7

$$\text{คือ } 756 + 7 = 763$$

**ตอบ** จำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หาร 36, 54 และ 63 แล้วเหลือเศษ 7 คือ 763

แบบฝึกหัด ชุดที่ 15 (ค 1.4 ม.1/1)

ตอนที่ 1 จงเติมจำนวนเต็มให้ประโยคเป็นจริง

$$1) 2 + 305 = 305 + \dots\dots$$

$$2) 2 + (-93) = \dots\dots + 2$$

$$3) 57 \times 28 = \dots\dots \times 57$$

$$4) 25 \times (-63) = (-63) \times \dots\dots$$

$$5) \{(-28)+9\}+(-4) = (-28)+\{\dots\dots+(-4)\}$$

$$6) (-7)\times\{(-45)+3\} = \{(-7)\times(-45)\}+\{(-7)\times\dots\dots\}$$

$$7) 875 \times 1 = \dots\dots\dots$$

$$8) (-255) \times 0 = \dots\dots\dots$$

$$9) (-113) + 0 = \dots\dots\dots$$

$$10) \frac{2735}{1} = \dots\dots\dots$$

## ตอนที่ 2 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

- 1) ป็อกมีเงินมากกว่าแดง 10 บาท แดงมีเงินมากกว่านก 15 บาท ถ้าป็อก แดง และ นก มีเงินรวมกัน 55 บาท แดงจะมีเงินเท่าไร
  - ก. 20 บาท
  - ข. 30 บาท
  - ค. 25 บาท
  - ง. 35 บาท
- 2) จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งเมื่อหารด้วย 18, 24 และ 36 แล้วเหลือเศษ 5 ทุกจำนวน คือข้อใด
  - ก. 72
  - ข. 95
  - ค. 77
  - ง. 101
- 3) ข้อใดเป็นจำนวนเฉพาะของจำนวนนับตั้งแต่ 14 ถึง 32
  - ก. 15
  - ข. 29
  - ค. 21
  - ง. 32
- 4) จำนวนนับที่มากที่สุดซึ่งนำไปหาร 53, 80 และ 101 แล้วเหลือเศษ 2 ทุกจำนวน คือจำนวนใด
  - ก. 2
  - ข. 6
  - ค. 3
  - ง. 9
- 5) ถ้า A เป็นตัวหารร่วมมากของ 36 และ 54 และ B เป็นตัวคูณร่วมน้อยของ 36 และ 54 แล้ว  $B \div A$  จะมีค่าเป็นเท่าไร
  - ก. 3
  - ข. 9
  - ค. 6
  - ง. 12

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/1

บอกความเกี่ยวข้องของจำนวนจริง จำนวนตรรกยะ และจำนวนอตรรกยะ

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. จำนวนจริง คือ จำนวนที่เป็นจำนวนตรรกยะ หรือจำนวนอตรรกยะ
2. จำนวนเต็ม ประกอบด้วย จำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และศูนย์
3. จำนวนตรรกยะ คือ จำนวนที่สามารถเขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วนได้
4. จำนวนอตรรกยะ คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนแทนได้ด้วยทศนิยมซ้ำหรือเศษส่วนได้

เช่น  $\sqrt{3}$  ,  $-\sqrt{10}$  ,  $\pi$  เป็นต้น

โจทย์ตัวอย่าง

เติมเครื่องหมาย  $\sqrt{\quad}$  หน้าข้อที่ถูกต้อง หรือเครื่องหมาย  $\times$  หน้าข้อที่ไม่ถูกต้อง

- ..... $\times$ ..... 1.  $\sqrt{17}$  เป็นจำนวนอตรรกยะ แต่ไม่เป็นจำนวนจริง
- ..... $\times$ ..... 2. ทศนิยมทุกจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ
- ..... $\times$ ..... 3. กรณที่ซึ่งไม่สามารถหาค่าที่แน่นอน ไม่เป็นจำนวนจริง
- ..... $\times$ ..... 4. ทศนิยมไม่ซ้ำบางจำนวนเป็นจำนวนอตรรกยะ
- ..... $\sqrt{\quad}$ ..... 5. ถ้าจำนวนใดไม่เป็นจำนวนตรรกยะต้องเป็นจำนวนอตรรกยะเสมอ

แบบฝึกหัด ชุดที่ 16 (ค 1.4 ม.2/1)

เติมเครื่องหมาย  $\sqrt{\quad}$  หน้าข้อที่ถูกต้อง หรือเครื่องหมาย  $\times$  หน้าข้อที่ไม่ถูกต้อง

- ..... 1. จำนวนทุกจำนวนเป็นจำนวนจริง
- ..... 2. ทศนิยมไม่ซ้ำเป็นจำนวนอตรรกยะ
- ..... 3. จำนวนเต็มทุกจำนวนเป็นจำนวนอตรรกยะ
- ..... 4.  $\sqrt{49}$  ไม่เป็นจำนวนอตรรกยะ แต่เป็นจำนวนจริง
- ..... 5.  $\pi$  ไม่เป็นจำนวนอตรรกยะเพราะมีค่าเท่ากับ  $\frac{22}{7}$

สาระที่ 2 การวัด

มาตรฐาน ค. 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งของที่ต้องการวัด

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/1

เปรียบเทียบหน่วยความยาว หน่วยพื้นที่ในระบบเดียวกัน และต่างระบบ และเลือกใช้หน่วยการวัดได้อย่างเหมาะสม

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. หน่วยความยาว

หน่วยความยาวในระบบเมตริก

10 มิลลิเมตร	เท่ากับ	1 เซนติเมตร
100 เซนติเมตร	เท่ากับ	1 เมตร
1,000 เมตร	เท่ากับ	1 กิโลเมตร

หน่วยการวัดความยาวในระบบอังกฤษ

12 นิ้ว	เท่ากับ	1 ฟุต
3 ฟุต	เท่ากับ	1 หลา
1,760 หลา	เท่ากับ	1 ไมล์

หน่วยความยาวในมาตราไทย

12 นิ้ว	เท่ากับ	1 คืบ
2 คืบ	เท่ากับ	1 ศอก
4 ศอก	เท่ากับ	1 วา
20 วา	เท่ากับ	1 เส้น
400 เส้น	เท่ากับ	1 โยชน์

กำหนดการเทียบ

1 วา	เท่ากับ	2 เมตร
------	---------	--------

หน่วยการวัดความยาวในระบบอังกฤษเทียบกับระบบเมตริก (โดยประมาณ)

1 นิ้ว	เท่ากับ	2.54 เซนติเมตร
1 หลา	เท่ากับ	0.9144 เมตร
1 ไมล์	เท่ากับ	1.6093 กิโลเมตร



## 3. หน่วยการวัดพื้นที่

4.

## หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบเมตริก

1 ตารางเซนติเมตร	เท่ากับ	100 หรือ $10^2$	ตารางมิลลิเมตร
1 ตารางเมตร	เท่ากับ	10,000 หรือ $10^4$	ตารางเซนติเมตร
1 ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	1,000,000 หรือ $10^6$	ตารางเมตร

## หน่วยการวัดความยาวในระบบอังกฤษ

1 ตารางฟุต	เท่ากับ	144 หรือ $12^2$	ตารางนิ้ว
1 ตารางหลา	เท่ากับ	9 หรือ $3^2$	ตารางฟุต
1 เอเคอร์	เท่ากับ	4,840	ตารางหลา
1 ตารางไมล์	เท่ากับ	460	เอเคอร์
หรือ 1 ตารางไมล์	เท่ากับ	$1,760^2$	ตารางหลา

## หน่วยความยาวในมาตราไทย

100 ตารางวา	เท่ากับ	1	งาน
4 งาน	เท่ากับ	1	ไร่
หรือ 400 ตารางวา	เท่ากับ	1	ไร่

## หน่วยการวัดพื้นที่ในมาตราไทยเทียบกับระบบเมตริก

1 ตารางวา	เท่ากับ	4	ตารางเมตร
1 งาน	เท่ากับ	400	ตารางเมตร
หรือ 1 ไร่	เท่ากับ	1,600	ตารางเมตร
1 ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	625	ไร่

## หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบอังกฤษเทียบกับระบบเมตริก (โดยประมาณ)

1 ตารางนิ้ว	เท่ากับ	6.4516	ตารางเซนติเมตร
1 ตารางฟุต	เท่ากับ	0.0929	ตารางเมตร
1 ตารางหลา	เท่ากับ	0.8361	ตารางเมตร
1 เอเคอร์	เท่ากับ	4046.856	ตารางเมตร (2.529 ไร่)
1 ตารางไมล์	เท่ากับ	2.5899	ตารางกิโลเมตร

**โจทย์ตัวอย่าง**

ภราดร ศรีชาพันธุ์ นักเทนนิสที่มีชื่อเสียงของไทยสูง 185 เซนติเมตร ไมเคิล จอร์แดน นักบาสเกตบอลที่มีชื่อเสียงของสหรัฐอเมริกาสูง 6 ฟุต 6 นิ้ว อยากทราบว่าใครสูงกว่ากัน

**แนวคิด** จากโจทย์ จะเปรียบเทียบกันได้ต้องเปลี่ยนให้เป็นหน่วยเดียวกันก่อน

เนื่องจาก ไมเคิล จอร์แดน สูง 6 ฟุต 6 นิ้ว

คิดเป็นความสูง  $(6 \times 12) + 6 = 72 + 6 = 78$  นิ้ว

เนื่องจาก ความยาว 1 นิ้ว เท่ากับ 2.54 เซนติเมตร (โดยประมาณ)

ดังนั้น ไมเคิล จอร์แดน สูงประมาณ  $78 \times 2.54 = 198.12$  เซนติเมตร

แต่ภราดร ศรีชาพันธุ์ สูงเพียง 185 เซนติเมตร

ดังนั้น ไมเคิล จอร์แดน สูงกว่า ภราดร ศรีชาพันธุ์

**ตอบ** ไมเคิล สูงกว่า ภราดร

**แบบฝึกหัด ชุดที่ 1 (ค 2.1 ม.2/1)**

**คำชี้แจง** เปลี่ยนหน่วยวัดความยาวต่อไปนี้ให้เป็นหน่วยใหม่ แต่ให้มีความยาวเท่าเดิม

- |                            |   |                      |               |
|----------------------------|---|----------------------|---------------|
| 1. 61.5 มิลลิเมตร          | ⇒ | 6.15                 | เซนติเมตร     |
| 2. 0.211 เมตร              | ⇒ | <input type="text"/> | เซนติเมตร     |
| 3. 0.058 กิโลเมตร          | ⇒ | <input type="text"/> | เมตร          |
| 4. พื้นที่ 8,400 ตารางเมตร | ⇒ | <input type="text"/> | ตารางกิโลเมตร |
| 5. พื้นที่ 80 ตารางวา      | ⇒ | <input type="text"/> | ตารางเมตร     |

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/2

คาดคะเนเวลา ระยะทาง พื้นที่ ปริมาตรและน้ำหนักได้อย่างใกล้เคียงและอธิบายวิธีการใช้ในการคาดคะเน

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

การคาดคะเน คือ การบอกค่าประมาณของปริมาณของสิ่งต่าง ๆ โดยไม่ได้วัดจริง

## โจทย์ตัวอย่าง

## ตัวอย่างที่ 1

ถ้าเดินทางออกจากบ้านไปถึงสถานีหัวลำโพง ต้องใช้เวลาเดินทาง  $1\frac{1}{2}$  ชั่วโมง และมานะ

ต้องการไปถึงสถานีรถไฟก่อนรถไฟออกอย่างน้อยครึ่งชั่วโมง และเดินทางด้วยขบวนด่วนพิเศษ 43 (ออกจากสถานีหัวลำโพงเวลา 07.45 น.) มานะจะต้องออกเดินทางจากบ้านเวลาใดจึงจะไปถึงสถานีตามเวลาที่ต้องการ

**แนวคิด** รถไฟขบวนด่วนพิเศษ 43 ออกจากสถานีหัวลำโพงเวลา 07.45 น.

มานะใช้เวลาเดินทางมาถึงสถานี  $1\frac{1}{2}$  ชั่วโมง

และมานะต้องการมาถึงสถานีก่อน  $\frac{1}{2}$  ชั่วโมง

ดังนั้น มานะต้องใช้เวลาทั้งหมด  $1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 2$  ชั่วโมง

นั่นคือ มานะจะต้องออกจากบ้านก่อน 05.45 น.

**ตอบ** มานะจะต้องออกเดินทางจากบ้านเวลา 05.45 น.

## ตัวอย่างที่ 2

ถ้าต้องการซื้อผ้ามาตัดเสื้อ 1 ตัว ซึ่งมีขนาดดังรูป



จงใช้การคาดคะเนเพื่อหาว่า  
จะต้องซื้อผ้าขนาดเท่าใด

**แนวคิด**

จากรูป คาคคเนขนาดของผ้าที่ต้องซื้อ โดยการแบ่งพื้นที่ของเสื้อออกเป็นตารางที่มีความยาวช่องละ 5 นิ้ว  $\times$  5 นิ้ว นับจำนวนช่องที่เต็มตารางก่อน แล้วนับส่วนที่ไม่เต็มตาราง ทั้งความยาวและความกว้างของตัวเสื้อ พร้อมคาคคเน



จะได้ ความยาวของเสื้อ 8 ช่อง คิดเป็นความยาวเท่ากับ  $8 \times 5 = 40$  นิ้ว  
 ความกว้างของตัวเสื้อ 4 ช่อง คิดเป็นความยาวเท่ากับ  $4 \times 5 = 20$  นิ้ว  
 เนื่องจาก การตัดเสื้อนั้น ข้างตัดเสื้อจะเผื่อผ้าไว้สำหรับรอยเย็บด้วย

นั่นคือ ความกว้างและความยาวของผ้าต้องมากกว่าความกว้างและความยาวของเสื้อ  
 แต่ขนาดของผ้าที่ซื้อต้องเลือกซื้อตามขนาดกว้างของผ้าที่มีขายตามท้องตลาด  
 คือ มีขนาดกว้าง 45, 48 และ 60 นิ้ว

ดังนั้น ขนาดผ้าที่ต้องเลือกซื้อ คือ 45 นิ้ว  $\times$  45 นิ้ว

ตอบ จะต้องซื้อผ้าขนาด 45 นิ้ว  $\times$  45 นิ้ว

**ตัวอย่างที่ 3**

จากรูปภาชนะที่กำหนดให้รูป ข มีความจุ 275 ลูกบาศก์เซนติเมตร จงคาคคเน รูป ก มีความจุกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร



รูป ก



รูป ข

**แนวคิด**

จากการคาดคะเนด้วยสายตาคิดว่า ภาชนะ รูป ก มีรัศมีเป็น 2 เท่าของภาชนะ รูป ข แต่ภาชนะทั้งสองมีความสูงเท่ากัน

จะได้ว่า พื้นที่ฐานของภาชนะ รูป ก เท่ากับ  $\pi(2r)^2$  เมื่อ  $r$  แทนรัศมีภาชนะ รูป ข แต่ภาชนะ รูป ข มีการเว้าเข้า

จะได้ว่า ภาชนะ รูป ก มีความจุมากกว่า 4 เท่าของความจุภาชนะ รูป ข

นั่นคือ ภาชนะ รูป ก มีความจุมากกว่า  $4 \times 275$

หรือ มีความจุมากกว่า 1,100 ลูกบาศก์เซนติเมตร

จึงคาดคะเนว่าภาชนะ รูป ก มีความจุประมาณ 1,150 ลูกบาศก์เซนติเมตร

**ตอบ** รูป ก มีความจุประมาณ 1,150 ลูกบาศก์เซนติเมตร

แบบฝึกหัด ชุดที่ 2 (ค 2.1 ม.2/2)

จงวิเคราะห์การคาดคะเนของสถานการณ์ต่อไปนี้ว่าเหมาะสมหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. โก้ชวนเอกไปร่วมงานครบรอบ 30 ปี ของโรงเรียน โดยนัดจะมารับเวลา 9.15 น. เอกตกลงรับคำที่จะไปร่วมงานด้วย แต่ตัวเองจะต้องจัดการกับงานประจำที่จะต้องช่วยแม่ทำงานให้เสร็จก่อน เอกได้ลองคาดคะเนเวลาดูแล้วว่า งานของแม่ต้องใช้เวลาไม่น้อยกว่า 3 ชั่วโมง  
เอกจึงตั้งนาฬิกาปลุก เวลา 6.00 น.

2. โรงเรียนของจิตราเข้าแถวเคารพธงชาติตอนเช้า เวลา 7.50 น. ทุกวันจิตราจะออกจากบ้านไปโรงเรียนใน เวลา 7.15 น. และถึงโรงเรียนก่อนเข้าแถวประมาณ 5 นาที วันนี้ครูนัดให้มาถึงโรงเรียนก่อน 7.30 น.  
จิตราจึงออกจากบ้านไปโรงเรียนเมื่อเวลา 6.45 น.

3. สำลีเป็นลูกค้าคนแรกที่สั่งข้าวไข่เจียว แม่ครัวใช้เวลาเจียวไข่ 5 นาที จึงได้อาหาร สิดาตามมาทีหลังเห็นแม่ครัวยกข้าวไข่เจียวมาให้ สำลีจึงสั่งข้าวไข่เจียวด้วย แม่ครัวบอกสิดาว่า  
จะเสร็จภายใน 3 นาที

**ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/3**

ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

**สิ่งที่นักเรียนต้องรู้**

การบอกค่าประมาณของปริมาณของสิ่งต่าง ๆ โดยไม่ได้วัดจริง เรียกว่า การคาดคะเน

**โจทย์ตัวอย่าง**

ต้องการออกกำลังกายรอบสนามให้ได้ระยะทาง 4 กิโลเมตร โดยความยาวรอบสนามเท่ากับ 400 เมตร จะต้องวิ่งกี่รอบ

**แนวคิด**

เนื่องจาก	1 กิโลเมตร	มีค่าเท่ากับ	1,000	เมตร
ดังนั้นระยะทาง	4 กิโลเมตร	มีค่าเท่ากับ	$4 \times 1,000$	เมตร
			$= 4,000$	เมตร

แต่ความยาวรอบสนามมีค่าเท่ากับ 400 เมตร

ดังนั้น ต้องวิ่งรอบสนาม	$= 4,000 \div 400$	รอบ
	$= 10$	รอบ

**ตอบ** ต้องวิ่งรอบสนาม 10 รอบ

## แบบฝึกหัด ชุดที่ 3 (ค 2.1 ม.2/3)

## จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จ้างช่างทาสีสนามวอลเลย์บอลขนาด กว้าง 9 เมตร ยาว 18 เมตร ในราคาตารางเมตรละ 15 บาท จะต้องจ่ายเงินค่าจ้างเท่าไร

ตอบ .....

2. ต้องการนำกระดาษสี่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส กว้าง 5 เซนติเมตร ไปแปะบนกระดาษชาร์ดที่มีความกว้าง 60 เซนติเมตร ยาว 1 เมตร จะต้องใช้กระดาษสีอย่างน้อยกี่แผ่น

ตอบ .....

3. ระยะทางจากบ้านน้อยไปสวนเท่ากับ 800 เมตร ระยะทางจากบ้านน้อยไปตลาดเท่ากับ 2 กิโลเมตร ระยะทางจากบ้านน้อยไปบ้านเพื่อน 1.5 กิโลเมตร น้อยเดินทางไปสวน 5 ครั้ง และไปตลาด 2 ครั้ง ไปบ้านเพื่อน 4 ครั้ง น้อยเดินทางไปไหนมีระยะทางไกลที่สุด

ตอบ .....

4. พ่อมีที่ดิน 2 ไร่ ต้องการแบ่งออกเป็นแปลง ๆ ละ 50 ตารางวา พ่อแบ่งที่ดินได้กี่แปลง

ตอบ .....

5. สมพรขายที่ดิน 1 ไร่ ในราคาตารางวาละ 400 บาท สมชายขายที่ดิน 1 ไร่ ในราคา 100,000 บาท ใครขายได้ราคามากที่สุด และมากกว่ากันเท่าไร

ตอบ .....



**ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/1**

หาพื้นที่ผิวของปริซึมและทรงกระบอก

**สิ่งที่นักเรียนต้องรู้**

พื้นที่ผิวของปริซึม คือผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งด้านบนและด้านล่างกับพื้นที่ด้านข้างทั้งหมดของปริซึมหรือผลรวมของพื้นที่หน้าตัดด้านหน้าและด้านหลังกับพื้นที่ด้านข้างทั้งหมดของปริซึม

พื้นที่ผิวทรงกระบอก คือ ผลรวมของพื้นที่ฐานหรือหน้าตัดและพื้นที่ผิวข้างทั้งหมดของทรงกระบอก นั่นคือพื้นที่ผิวของทรงกระบอกแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ พื้นที่ฐานหรือหน้าตัดและพื้นที่ผิวข้าง

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวทรงกระบอก} = 2 \pi r^2 + 2 \pi r h$$

เมื่อ  $r$  แทน รัศมีของทรงกระบอก

$h$  แทน ความสูงของทรงกระบอก

**โจทย์ตัวอย่าง**

จงหาพื้นที่ผิวภายนอกของแก้วน้ำใบหนึ่ง ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 9 เซนติเมตร และสูง 10.5 เซนติเมตร ( กำหนด  $\pi = 3.14$  )

**แนวคิด**

เนื่องจากพื้นที่ผิวภายนอกของแก้วน้ำเกิดจากพื้นที่ฐานด้านเดียวบวกกับพื้นที่ผิวข้าง

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น พื้นที่ผิวภายนอกของแก้วน้ำ} &= \pi r^2 + 2 \pi r h \\ &= (3.14 \times 4.5 \times 4.5) + (2 \times 3.14 \times 4.5 \times 10.5) \\ &= 63.585 + 296.73 \\ &= 360.315 \quad \text{ตารางเซนติเมตร} \end{aligned}$$

**ตอบ** 360.315 ตารางเซนติเมตร

แบบฝึกหัด ชุดที่ 4 (ค 2.1 ม.3/1)

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ต้องการสร้างกล่องไม่มีฝาปิดที่มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 90 เซนติเมตร สูง 1.50 เมตร จะต้องใช้กระดาษในการสร้างกี่ตารางเมตร  
ตอบ .....
2. ถังเก็บน้ำฝนทรงกระบอกมีเส้นผ่านศูนย์กลาง ยาว 2.8 เมตร สูง 4 เมตร มีพื้นที่ผิวข้างเท่าไร  
ตอบ .....
3. ขนมหั้วทรงปริซึมฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีความยาวฐานด้านละ 20 เซนติเมตร ความสูง 8 เซนติเมตร จงหาพื้นที่ผิวของขนมหั้ว  
ตอบ .....
4. กล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากใบหนึ่งมีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาวด้านละ 30 เซนติเมตร กล่องมีความสูง 40 เซนติเมตร พื้นที่ผิวข้างของกล่องเท่ากับเท่าไร  
ตอบ .....
5. ต้องการทาสีภายนอกของถังเก็บน้ำฝนอันหนึ่ง มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีความยาวของฐาน 3 เมตร กว้าง 2 เมตร สูง 4 เมตร จงหาพื้นที่ในการทาสีเป็นเท่าไร  
ตอบ .....

ตัวชี้วัดชั้นปี ม. 3/2

หาปริมาตรของทรงกระบอก พีระมิด กรวย และทรงกลม

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. ปริมาตรของปริซึม =  $\text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$

2. ปริมาตรของทรงกระบอก =  $\text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$   
 =  $\pi r^2 \times h$

เมื่อ  $r$  แทน รัศมีของทรงกระบอก

$h$  แทน ความสูงของทรงกระบอก

3. ปริมาตรของพีระมิด =  $\frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$

4. ปริมาตรของกรวย

=  $\frac{1}{3}$  ของปริมาตรของทรงกระบอกซึ่งมีพื้นที่ฐานและความสูงเท่ากัน

=  $\frac{1}{3} \times \pi r^2 h$

ดังนั้น ปริมาตรของกรวย =  $\frac{1}{3} \pi r^2 h$

เมื่อ  $r$  แทน รัศมีของทรงกรวย

$h$  แทน ความสูงของทรงกรวย

5. ปริมาตรของทรงกลม

=  $\frac{2}{3}$  ของปริมาตรของทรงกระบอก

=  $\frac{2}{3} \times \pi r^2 h$

=  $\frac{2}{3} \times \pi r^2 \times 2r$  (เนื่องจาก  $h = 2r$ )

=  $\frac{4}{3} \pi r^3$

ดังนั้น ปริมาตรของทรงกลม =  $\frac{4}{3} \pi r^3$

เมื่อ  $r$  แทน รัศมีของทรงกลม

**โจทย์ตัวอย่าง**

กล่องบรรจุผลิตภัณฑ์เป็นปริซึมฐานหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า มีพื้นที่ฐาน 101 ตารางเซนติเมตร ถ้ากล่องนี้สูง 11 เซนติเมตร จะมีปริมาตรกี่ลิตร

**แนวคิด**

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของปริซึม} &= \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\
 &= 101 \times 11 \\
 &= 1,111 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{เนื่องจาก } 1,000 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} &= 1 \text{ ลิตร} \\
 \text{ดังนั้น } 1,111 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร} &= \frac{1 \times 1111}{1000} \\
 &= 1.111 \text{ ลิตร}
 \end{aligned}$$

**ตอบ** กล่องบรรจุผลิตภัณฑ์ใบนี้มีปริมาตร 1.111 ลิตร

## แบบฝึกหัด ชุดที่ 5 (ค 2.1 ม.3/2)

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ปริซึมทรงสามเหลี่ยมมุมฉากมีพื้นที่ฐานเท่ากับ 45 ตารางเซนติเมตร มีความยาว 25 เซนติเมตร มีปริมาตรเท่าไร

ตอบ .....

2. ถังบรรจุน้ำมันทรงสี่เหลี่ยมใบหนึ่ง กว้าง 30 เซนติเมตร ยาว 40 เซนติเมตรและสูง 50 เซนติเมตร ถ้าซื้อถังบรรจุน้ำมันมา 3 ใบ จะได้ปริมาณน้ำมันกี่ลิตร (1,000 ลูกบาศก์เซนติเมตร เท่ากับ 1 ลิตร)

ตอบ .....

3. บ่อเลี้ยงปลาที่มีลักษณะเป็นปริซึม มีฐานเป็นรูปห้าเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าที่มีพื้นที่ 12 ตารางเมตร บ่อลึก 3 เมตร บ่อเลี้ยงปลาจุน้ำเท่าไร

ตอบ .....

4. ต้องการหล่อลูกแปดของเหล็กที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 8 เซนติเมตร จำนวน 12 ลูกจะต้องใช้เหล็กในการหล่อเท่าไร (กำหนดให้  $\pi = 3.14$ )

ตอบ .....

5. ถังน้ำทรงกระบอกและกรวยมีความสูงและมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากัน โดยมีความสูง 15 เซนติเมตร ถ้าใช้กรวยตักน้ำให้เต็มพอดีแล้วเทใส่ถังทรงกระบอก จงหาว่าระดับน้ำในถังทรงกระบอกจะสูงกี่เซนติเมตร

ตอบ .....

**ตัวชี้วัดชั้นปี ม. 3/3**

เปรียบเทียบหน่วยความจุ หรือหน่วยปริมาตรในระบบเดียวกันหรือต่างระบบ และเลือกใช้หน่วยการวัดได้อย่างเหมาะสม

**สิ่งที่นักเรียนต้องรู้**

**การเปรียบเทียบหน่วยความจุหรือหน่วยปริมาตร**

**การเปรียบเทียบหน่วยปริมาตรในมาตราเมตริก**

1 ลูกบาศก์เซนติเมตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์มิลลิเมตร
1 ลูกบาศก์เดซิเมตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์เซนติเมตร
1 ลูกบาศก์เมตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์เดซิเมตร
1 ลูกบาศก์เดคาเมตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์เมตร
1 ลูกบาศก์เฮกโตเมตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์เดคาเมตร
1 ลูกบาศก์กิโลเมตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์เฮกโตเมตร
1 ลูกบาศก์เมตร	เท่ากับ	1,000,000	ลูกบาศก์เซนติเมตร
1 ลูกบาศก์กิโลเมตร	เท่ากับ	1,000,000,000	ลูกบาศก์เมตร

**การเปรียบเทียบหน่วยปริมาตรในมาตราอังกฤษ**

1 ลูกบาศก์ฟุต	เท่ากับ	1,728	ลูกบาศก์นิ้ว
1 ลูกบาศก์หลา	เท่ากับ	27	ลูกบาศก์ฟุต

**การเปรียบเทียบหน่วยปริมาตรในมาตราไทย**

1 ลูกบาศก์คืบ	เท่ากับ	1,728	ลูกบาศก์นิ้ว
1 ลูกบาศก์ศอก	เท่ากับ	8	ลูกบาศก์คืบ
1 ลูกบาศก์วา	เท่ากับ	64	ลูกบาศก์ศอก
1 ลูกบาศก์เส้น	เท่ากับ	8,000	ลูกบาศก์วา
1 ลูกบาศก์โยชน์	เท่ากับ	64,000,000	ลูกบาศก์เส้น

**ในทำนองเดียวกัน เราสามารถเปรียบเทียบหน่วยการตวงได้ดังนี้**

1 เซนต์ลิตร	เท่ากับ	10	มิลลิลิตร
1 เดซิลิตร	เท่ากับ	10	เซนติลิตร
1 ลิตร	เท่ากับ	10	เดซิลิตร
1 เดคาลิตร	เท่ากับ	10	ลิตร
1 เฮกโตลิตร	เท่ากับ	10	เดคาลิตร
1 กิโลลิตร	เท่ากับ	10	เฮกโตลิตร

ในการเปรียบเทียบหน่วยปริมาตรและการเปรียบเทียบหน่วยการตวงสามารถเปรียบเทียบ  
ในมาตราเดียวกัน หรือต่างมาตราก็ได้ เช่น

1 ลิตร	เท่ากับ	1,000	ลูกบาศก์เซนติเมตร
1 ลิตร	เท่ากับ	61.02	ลูกบาศก์นิ้ว
1 ลิตร	เท่ากับ	0.035	ลูกบาศก์ฟุต
1 ลูกบาศก์ฟุต	เท่ากับ	0.028	ลูกบาศก์เมตร
1 ลูกบาศก์ฟุต	เท่ากับ	28,316.84	ลูกบาศก์เซนติเมตร
1 ลูกบาศก์เซนติเมตร	เท่ากับ	0.06102	ลูกบาศก์นิ้ว

การเปรียบเทียบหน่วยการตวงของไทย เช่น

1 ลิตร	เท่ากับ	1	ทะนานหลวง (ท)
20 ลิตร	เท่ากับ	1	สัดหลวง (ถัง) (ส.1)
1,000 ลิตร	เท่ากับ	1	บั้นหลวง (บ.1)
2,000 ลิตร	เท่ากับ	1	เกวียนหลวง

โจทย์ตัวอย่าง

ขวดยาขวดหนึ่งมีก้นขวดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสยาวด้านละ 5 เซนติเมตร สูง 13 เซนติเมตร  
ขวดยานี้จะบรรจุยาได้กี่มิลลิลิตร

แนวคิด

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของยาที่บรรจุในขวด} &= \text{ความกว้าง} \times \text{ความยาว} \times \text{ความสูง} \\
 &= 5 \times 5 \times 13 \\
 &= 325 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}
 \end{aligned}$$

เนื่องจาก 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร เท่ากับ 1 มิลลิลิตร

ดังนั้น 325 ลูกบาศก์เซนติเมตร เท่ากับ 325 มิลลิลิตร

ตอบ ขวดยานี้จะบรรจุยาได้ 325 มิลลิลิตร

## แบบฝึกหัด ชุดที่ 6 (ค 2.1 ม.3/3)

## จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถังน้ำมันทรงกระบอกมีรัศมี 2 เมตร สูง 3 เซนติเมตร จะจุน้ำมันได้กี่ลิตร

ตอบ .....

2. กอล่องเหล็กมีฐานกว้าง 50 เซนติเมตร ยาว 60 เซนติเมตร สูง 70 เซนติเมตร จะบรรจุทรายได้กี่ลิตร

ตอบ .....

3. ถังเก็บน้ำมันทรงกระบอกใบหนึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 4 เมตร สูง 9 เมตร จะจุน้ำมันได้เต็มที กี่ลิตร (กำหนดให้  $\pi \approx 3.14$ )

ตอบ .....

4. แก้วน้ำทรงกระบอกใบหนึ่งวัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายในได้ 8 เซนติเมตร แก้วน้ำลึก 10 เซนติเมตร จะจุน้ำได้เท่าไร (กำหนดให้  $\pi = 3.14$ )

ตอบ .....

5. อ่างเก็บน้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว 20 เมตร กว้าง 10 เมตร ถ้าต้องการเก็บน้ำไว้ในอ่าง 1,000 ลูกบาศก์เมตร ระดับน้ำจะต้องสูงจากก้นอ่างเท่าไร

ตอบ .....



ตัวชี้วัดชั้นปี ม. 3/4

ใช้การคาดคะเนเกี่ยวกับการวัดในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. การบอกค่าประมาณของปริมาณของสิ่งต่าง ๆ โดยไม่ได้วัดจริง เรียกว่า การคาดคะเน
2. ค่าที่ได้จากการคาดคะเนอาจมากกว่าหรือน้อยกว่าที่ได้จากการใช้เครื่องมือวัด เรียกค่าที่มากกว่าหรือน้อยกว่านี้ว่า ค่าความคลาดเคลื่อน
3. การคาดคะเนจะมีความคลาดเคลื่อนมากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับประสบการณ์ แนวคิด หรือรูปแบบที่ใช้ประกอบการตัดสินใจ

โจทย์ตัวอย่าง

จงคาดคะเนความจุของแจกันที่กำหนด



← ส่วนบน

← ส่วนล่าง

**แนวคิด** พิจารณารูปแจกันที่กำหนดประกอบด้วย 2 ส่วน ส่วนบนมีลักษณะคล้ายทรงกระบอก ส่วนล่างมีลักษณะคล้ายทรงกลม ดังนั้นการคาดคะเนความจุของแจกันนี้ ต้องคาดคะเนจากส่วนบน และส่วนล่างดังนี้

ส่วนบน	ส่วนล่าง
คาดคะเนรัศมีของปากแจกันและความสูง แล้วคำนวณความจุจากสูตร $\pi r^2 h$	คาดคะเนรัศมีแล้วคำนวณความจุจากสูตร $\frac{4}{3} \pi r^3$ แล้วหาค่าคาดคะเนของความจุของแจกัน ใบนี้นำค่าคาดคะเนความจุจากส่วนบนรวมกับค่าคาดคะเนความจุจากส่วนล่าง

## แบบฝึกหัด ชุดที่ 7 (ค 2.1 ม.3/4)

คำชี้แจง ให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ต่อไปนี้

สุปัญญาต้องบริโภคน้ำส้มทุกวัน จึงต้องการตรวจสอบว่าปริมาณน้ำส้มที่เท่ากันของน้ำส้มสำเร็จรูปกับน้ำส้มที่คั้นเอง น้ำส้มแบบใดประหยัดเงินได้มากกว่า จึงได้สำรวจราคาขายส้มเขียวหวานพบว่า ส้มเขียวหวานราคากิโลกรัมละ 45 บาท เมื่อน้ำส้มเขียวหวาน 1 กิโลกรัม มาคั้นน้ำจะได้น้ำส้มปริมาตร 600 ลูกบาศก์เซนติเมตร แต่น้ำส้มเขียวหวานคั้นสำเร็จรูป 100% ราคาลิตรละ 72 บาท นักเรียนคิดว่า สุปัญญาควรเลือกซื้อน้ำส้มเขียวหวานคั้นสำเร็จรูป 100% หรือซื้อส้มเขียวหวานสดมาคั้นเอง จึงจะคุ้มค่า โดยใช้ความรู้เรื่องการคาดคะเนมาช่วยในการตัดสินใจ (เมื่อกำหนดให้คุณค่าทางโภชนาการของน้ำส้มเขียวหวานคั้นสำเร็จรูป 100% และน้ำส้มเขียวหวานคั้นสดไม่แตกต่างกัน)

ตอบ .....

มาตรฐาน ค 2.2 แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

ตัวชี้วัดชั้นปี ม. 2/1

ใช้ความรู้เกี่ยวกับความยาว และพื้นที่แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส = ด้าน × ด้าน
2. พื้นที่รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า = กว้าง × ยาว

ความยาว	1 เมตร	เท่ากับ	100 เซนติเมตร
ดังนั้น พื้นที่	$1 \times 1$ ตารางเมตร	เท่ากับ	$100 \times 100$ ตารางเซนติเมตร
นั่นคือ พื้นที่	1 ตารางเมตร	เท่ากับ	10,000 ตารางเซนติเมตร
หรือ พื้นที่	1 ตารางเมตร	เท่ากับ	$10^4$ ตารางเซนติเมตร

หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบเมตริก

1 ตารางเซนติเมตร	เท่ากับ	100	หรือ $10^2$	ตารางมิลลิเมตร
1 ตารางเมตร	เท่ากับ	10,000	หรือ $10^4$	ตารางเซนติเมตร
1 ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	1,000,000	หรือ $10^6$	ตารางเมตร

หน่วยการวัดความยาวในระบบอังกฤษ

1 ตารางฟุต	เท่ากับ	144	หรือ $12^2$	ตารางนิ้ว
1 ตารางหลา	เท่ากับ	9	หรือ $3^2$	ตารางฟุต
1 เอเคอร์	เท่ากับ	4,840		ตารางหลา
1 ตารางไมล์	เท่ากับ	460		เอเคอร์
หรือ 1 ตารางไมล์	เท่ากับ	$1,760^2$		ตารางหลา

หน่วยความยาวในมาตราไทย

100 ตารางวา	เท่ากับ	1	งาน
4 งาน	เท่ากับ	1	ไร่
หรือ 400 ตารางวา	เท่ากับ	1	ไร่

หน่วยการวัดพื้นที่ในมาตราไทยเทียบกับระบบเมตริก

1 ตารางวา	เท่ากับ	4	ตารางเมตร
1 งาน	เท่ากับ	400	ตารางเมตร
หรือ 1 ไร่	เท่ากับ	1,600	ตารางเมตร
1 ตารางกิโลเมตร	เท่ากับ	625	ไร่

หน่วยการวัดพื้นที่ในระบบอังกฤษเทียบกับระบบเมตริก (โดยประมาณ)

1 ตารางนิ้ว	เท่ากับ	6.4516	ตารางเซนติเมตร
1 ตารางฟุต	เท่ากับ	0.0929	ตารางเมตร
1 ตารางหลา	เท่ากับ	0.8361	ตารางเมตร
1 เอเคอร์	เท่ากับ	4046.856	ตารางเมตร (2.529 ไร่)
1 ตารางไมล์	เท่ากับ	2.5899	ตารางกิโลเมตร

โจทย์ตัวอย่าง

พื้นที่ 3 ไร่ 44 ตารางเมตร ประมาณกี่ตารางวา

แนวคิด

$$\begin{aligned}
 \text{พื้นที่ 1 ไร่} &= 1,600 \text{ ตารางเมตร} \\
 \text{พื้นที่ 3 ไร่} &= 4,800 \text{ ตารางเมตร} \\
 \text{พื้นที่ 4 ตารางเมตร} &= 1 \text{ ตารางวา} \\
 \text{พื้นที่ 4,800 ตารางเมตร} &= 4,800 \div 4 \\
 &= 1,200 \text{ ตารางวา} \\
 \text{พื้นที่ 44 ตารางเมตร} &= 44 \div 4 \\
 &= 11 \text{ ตารางวา} \\
 \text{ดังนั้นพื้นที่ 3 ไร่ 44 ตารางเมตร} &= 1,200 + 11 \\
 &= 1,211 \text{ ตารางวา}
 \end{aligned}$$

ตอบ 1,211 ตารางวา

แบบฝึกหัด ชุดที่ 8 (ค 2.2 ม.2/1)

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. สมชายขายที่ดินไร่ละ 150,000 บาท นิรันดร์ขายที่ดินตารางเมตรละ 150 บาท วินัยขายที่ดิน 100 ตารางวา 40,000 บาท ใครขายที่ดินได้ราคาสูงที่สุด

ตอบ .....

2. ต้องการสร้างรั้วเหล็กรอบสนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีความยาว 40 เมตร กว้าง 30 เมตร โดยเหล็ก ราคาเมตรละ 40 บาท ต้องใช้เงินเพื่อซื้อเหล็กอย่างน้อยเท่าไร

ตอบ .....

3. สนามฟุตบอลกว้าง 60 เมตร ยาว 80 เมตร อมรต้องการใช้เชือกเพื่อทำเส้นทแยงมุม 2 เส้น จะต้องใช้เชือกยาวกี่เมตร

ตอบ .....

4. นำโต๊ะที่มีความกว้าง 60 เซนติเมตร ยาว 80 เซนติเมตร จำนวน 20 ตัว มาต่อกันเพื่อเป็น เวทีแสดง จะได้เวทีในการแสดงกี่ตารางเมตร

ตอบ .....

5. ซื่อสีมาทาสนามวอลเลย์บอลกว้าง 9 เมตร ยาว 18 เมตร โดยสี 1 กระป๋อง ทาได้ 18 ตารางเมตร จะต้องซื้อสีอย่างน้อยกี่กระป๋องจึงจะพอใช้ในการทาสนามวอลเลย์บอล

ตอบ .....

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/1

ใช้ความรู้เกี่ยวกับพื้นที่ พื้นที่ผิวและปริมาตรในการแก้ปัญหาสถานการณ์ต่าง ๆ

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. พื้นที่ผิว

พื้นที่ผิวของปริซึม คือ ผลรวมของพื้นที่ฐานทั้งด้านบนและด้านล่างกับพื้นที่ด้านข้างทั้งหมดของปริซึมหรือผลรวมของพื้นที่หน้าตัดด้านหน้าและด้านหลัง กับพื้นที่ด้านข้างทั้งหมดของปริซึม

พื้นที่ผิวทรงกระบอก คือ ผลรวมของพื้นที่ฐานหรือหน้าตัดและพื้นที่ผิวข้างทั้งหมดของทรงกระบอก นั่นคือพื้นที่ผิวของทรงกระบอกแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ พื้นที่ฐานหรือหน้าตัดและพื้นที่ผิวข้าง

$$\text{ดังนั้น พื้นที่ผิวทรงกระบอก} = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

เมื่อ  $r$  แทน รัศมีของทรงกระบอก

เมื่อ  $h$  แทน ความสูงของทรงกระบอก

2. ปริมาตร

$$2.1 \text{ ปริมาตรของปริซึม} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง}$$

$$2.2 \text{ ปริมาตรของทรงกระบอก} = \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{สูง} \\ = \pi r^2 h$$

เมื่อ  $r$  แทน รัศมีของทรงกระบอก

เมื่อ  $h$  แทน ความสูงของทรงกระบอก

$$2.3 \text{ ปริมาตรของพีระมิด} = \frac{1}{3} \times \text{พื้นที่ฐาน} \times \text{ความสูง}$$

$$2.4 \text{ ปริมาตรของกรวย} = \frac{1}{3} \text{ ของปริมาตรของทรงกระบอกซึ่งมี} \\ \text{พื้นที่ฐานและความสูงเท่ากัน} \\ = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

เมื่อ  $r$  แทน รัศมีของทรงกรวย

เมื่อ  $h$  แทน ความสูงของทรงกรวย

$$\begin{aligned}
 2.5 \text{ ปริมาตรของทรงกลม} &= \frac{2}{3} \text{ ของปริมาตรของทรงกระบอก} \\
 &= \frac{2}{3} \times \pi r^2 \times h \\
 &= \frac{2}{3} \times \pi r^2 \times 2r \quad (\text{เนื่องจาก } h = 2r) \\
 &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\
 \text{ดังนั้นปริมาตรของทรงกลม} &= \frac{4}{3} \pi r^3
 \end{aligned}$$

เมื่อ  $r$  แทน รัศมีของทรงกลม  
 $h$  แทน ความสูงของทรงกลม

### โจทย์ตัวอย่าง

ต้องการนำกล่องชอล์คที่มีฐานเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ยาว 20 เซนติเมตร สูง 20 เซนติเมตร บรรจุลงในถังทรงสี่เหลี่ยมที่มีความกว้าง 60 เซนติเมตร ยาว 80 เซนติเมตร และสูง 1 เมตร โดยปิดฝาถังให้มิดชิดจะบรรจุได้มากที่สุดกี่กล่อง

### แนวคิด

$$\begin{aligned}
 \text{ปริมาตรของถัง} &= 60 \times 80 \times 100 \\
 &= 480,000 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{ปริมาตรของกล่องชอล์ค} &= 20 \times 20 \times 20 \\
 &= 8,000 \quad \text{ลูกบาศก์เซนติเมตร} \\
 \text{บรรจุได้} &= 480,000 \div 8,000 \\
 &= 60 \quad \text{กล่อง} \\
 \text{ตอบ} \text{ บรรจุได้มากที่สุด } &60 \text{ กล่อง}
 \end{aligned}$$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 9 (ค 2.2 ม.3/1)

จงหาคำตอบต่อไปนี้

1. ใช้วัสดุตัดทายเป็นพีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัสกว้าง 20 เซนติเมตร สูง 30 เซนติเมตรลงในถังทรงกระบอกที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 1.4 เมตร สูง 1 เมตร จำนวนกี่ครั้งจึงจะเต็มถังพอดี

ตอบ .....

2. มีกระดาษหนึ่งแผ่น กว้าง 18 เซนติเมตร ยาว 63 เซนติเมตร ถ้าต้องการตัดกระดาษดังกล่าวเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านกว้างและด้านยาวเป็นจำนวนนับที่มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ โดยที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้จะต้องมีขนาดเท่ากันทุกชิ้น และเมื่อตัดเสร็จแล้วจะต้องไม่มีเศษกระดาษเหลืออยู่เลย จงหาว่าจะตัดกระดาษได้ทั้งหมดกี่ชิ้น

ตอบ .....

3. ใส่น้ำลงในอ่างน้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 25 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตร และสูง 38 เซนติเมตร ถ้าระดับน้ำต่ำกว่าขอบบนของอ่างอยู่ 8 เซนติเมตร จงหาว่ามีน้ำอยู่ในอ่างดังกล่าวกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร

ตอบ .....

4. ต้องการทำเค้กทรงกระบอกชิ้นหนึ่งที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตรเป็นชั้น ๆ ดังนี้  
 ชั้นที่ 1 เป็นเนื้อเค้กหนา 3 เซนติเมตร  
 ชั้นที่ 2 เป็นแยมหนา 1 เซนติเมตร  
 ชั้นที่ 3 เป็นเนื้อเค้กหนา 2 เซนติเมตร  
 ชั้นที่ 4 เป็นครีมหนา 1.5 เซนติเมตร

ถ้าเนื้อเค้ก 100 ลูกบาศก์เซนติเมตรราคา 10 บาท แยม 100 ลูกบาศก์เซนติเมตรราคา 25 บาท และครีม 100 ลูกบาศก์เซนติเมตรราคา 25 บาท ถ้าต้องการกำไรจากการขายเค้กก้อนนี้ 20 % จะต้องตั้งราคาขายเค้กก้อนนี้ไว้ที่กี่บาท

ตอบ .....

5. พีระมิดฐานสามเหลี่ยมมุมฉากมีด้านประกอบมุมฉากยาว 7 เซนติเมตร และ 9 เซนติเมตร ถ้าพีระมิดนี้มีปริมาตร 126 ลูกบาศก์เซนติเมตร พีระมิดนี้สูงกี่เซนติเมตร

ตอบ .....





## สาระที่ 3 เรขาคณิต

## มาตรฐาน ค 3.1 อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/1

สร้างและบอกขั้นตอนการสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

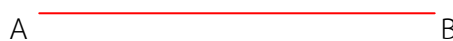
## 1. คำพื้นฐานทางเรขาคณิต

1.1 จุด (point) ใช้สำหรับบอกตำแหน่ง

1.2 เส้นตรง (straight line) มีความยาวไม่จำกัด มีเส้นตรงเพียงเส้นเดียวเท่านั้นที่ผ่านจุด 2 จุดที่กำหนด เส้นตรงสองเส้นตัดกันที่จุดเดียวเท่านั้น



1.3 ส่วนของเส้นตรง (line segment) คือ ส่วนของเส้นตรงที่มีจุดปลาย 2 จุด



1.4 รังสี (ray) คือ ส่วนหนึ่งของเส้นตรงซึ่งมีจุดปลายเพียงจุดเดียว เช่น



ข้อสังเกต → การเรียกชื่อรังสีให้ใช้จุดปลายขึ้นก่อนเสมอเสมอ เช่น A เป็นจุดปลาย เรียก AB

1.5 มุม (angle) คือ รังสี 2 เส้นที่มีจุดปลายเป็นจุดเดียวกัน เรียกรังสี 2 เส้นนี้ว่าแขนของมุม และเรียกจุดปลายที่เป็นจุดเดียวกันว่า จุดยอดของมุม (vertex) มุมมี 5 ชนิดคือ มุมแหลม มุมป้าน มุมฉาก มุมตรง มุมกลับ

มุมแหลม คือ มุมที่มีขนาดน้อยกว่า 90 องศา

มุมป้าน คือ มุมที่มีขนาดมากกว่า 90 องศา แต่น้อยกว่า 180 องศา

มุมฉาก คือ มุมที่มีขนาดเท่ากับ 90 องศา

มุมตรง คือ มุมที่มีขนาดเท่ากับ 180 องศา

มุมกลับ คือ มุมที่มีขนาดมากกว่า 180 องศา แต่น้อยกว่า 360 องศา

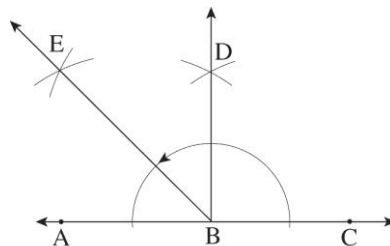
2. การสร้างรูปเรขาคณิตโดยการไขว้เวียนและเส้นตรงในทางคณิตศาสตร์ เรียกว่า การสร้างทางเรขาคณิตเบื้องต้น ได้แก่ การสร้างส่วนของเส้นตรงและการแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรง การสร้างมุมและการแบ่งครึ่งมุม การสร้างมุมตรง มุมฉาก มุม  $45^\circ$  มุม  $60^\circ$  และมุมอื่นๆ การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดที่กำหนดให้ และการสร้างรูปเรขาคณิตอย่างง่าย

3. เส้นตรงสองเส้นตั้งฉากกัน ก็ต่อเมื่อเส้นตรงทั้งสองเส้นตัดกันและทำให้เกิดมุมฉาก
4. เส้นตรงซึ่งแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรงที่กำหนดให้ จะตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงนั้นด้วย

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1

จงสร้างมุมให้มีขนาด  $135^\circ$



แนวคิด : วิธีสร้าง

(1) สร้าง  $\leftrightarrow AC$  และให้ B เป็นจุดจุดหนึ่งบน  $\leftrightarrow AC$

(2) ที่จุด B สร้าง  $\rightarrow BD$  ให้ตั้งฉากกับ  $\leftrightarrow AC$

จะได้  $m(\hat{ABD}) = m(\hat{CBD}) = 90^\circ$

(3) สร้าง BE แบ่งครึ่งมุมฉาก ABD

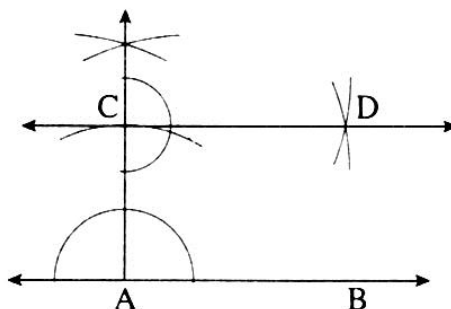
จะได้  $m(\hat{DBE}) = 45^\circ$

ดังนั้น  $\hat{CBE} = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$  ตามต้องการ

หมายเหตุ อาจสร้างมุม  $180^\circ$  ก่อน แล้วหักออกด้วยมุมที่มีขนาด  $45^\circ$  ก็ได้

ตัวอย่างที่ 2

จงสร้างเส้นคู่ขนานคู่หนึ่ง ให้มีระยะห่างระหว่างเส้นขนาน 4 เซนติเมตร

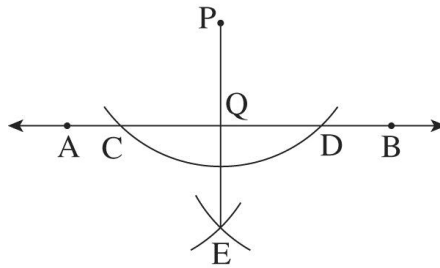


แนวคิด : วิธีสร้าง

- (1) สร้าง  $\overleftrightarrow{AB}$
- (2) ที่จุด A สร้าง  $\overrightarrow{AC}$  ให้ตั้งฉากกับ  $\overleftrightarrow{AB}$  และสร้าง  $\overline{AC}$  ให้  $AC = 4$  เซนติเมตร
- (3) ที่จุด C สร้าง  $\overleftrightarrow{CD}$  ให้ตั้งฉากกับ  $\overline{AC}$  จะได้  $\overleftrightarrow{CD}$  ขนานกับ  $\overleftrightarrow{AB}$  และมีระยะห่างเท่ากับ 4 เซนติเมตร ตามต้องการ

ตัวอย่างที่ 3

การสร้างส่วนของเส้นตรง จากจุด P ให้ตั้งฉากกับ  $\overleftrightarrow{AB}$  ทำได้ดังนี้

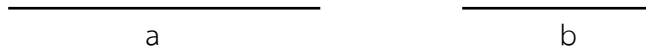


- (1) ใช้ P เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวพอสมควร เขียนส่วนโค้งตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  ที่จุด C และจุด D
- (2) ใช้ C และ D เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวเท่ากัน เขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด E
- (3) ลาก  $\overline{EP}$  ตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  ที่จุด Q จะได้ EP ตั้งฉาก กับ  $\overleftrightarrow{AB}$  ที่จุด Q ตามต้องการ

แบบฝึกหัดที่ 1 (ค 3.1 ม.1/1)

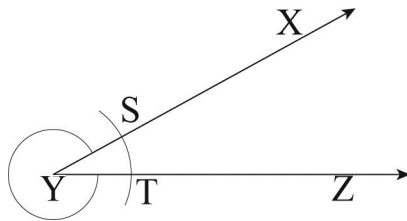
คำชี้แจง จงสร้างรูปต่อไปนี้โดยใช้วงเวียนและเส้นตรง พร้อมทั้งบอกขั้นตอนการสร้าง

- กำหนด  $a$  และ  $b$  แทนความยาวของส่วนของเส้นตรงสองเส้นดังรูป



จงสร้างส่วนของเส้นตรงให้มีความยาวเท่ากับ

- $a + b$
  - $a - b$
- จงสร้าง  $\hat{ABC}$  ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมกลับที่กำหนดให้



- จงสร้าง  $\hat{ABC}$  ให้มีขนาดน้อยกว่า  $180$  องศา

- จงสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุม  $ABC$
- จงสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุมกลับ  $ABC$
- เส้นแบ่งครึ่งมุมในข้อ 1) และ 2) เกี่ยวข้องกันอย่างไร

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/2

สร้างรูปเรขาคณิตสองมิติ โดยใช้การสร้างพื้นฐานทางเรขาคณิต และบอกขั้นตอนการสร้าง โดยไม่เน้นการพิสูจน์

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

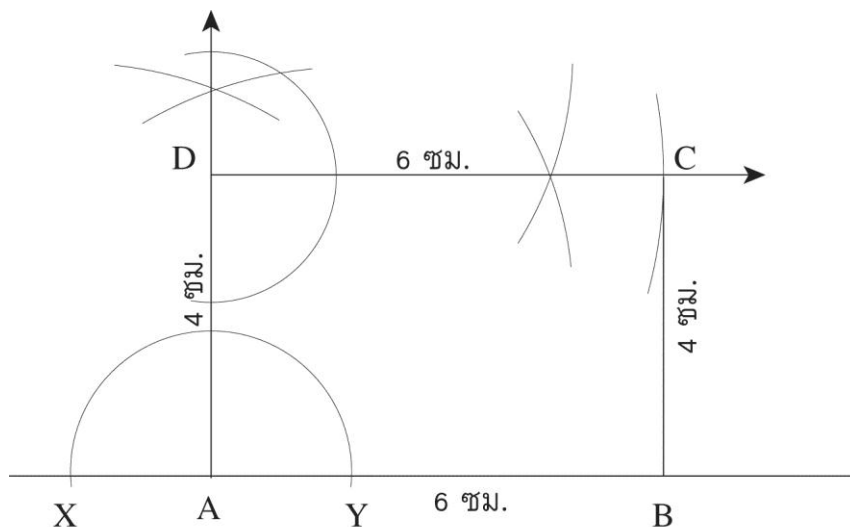
ก่อนที่นักเรียนจะสร้างรูปเรขาคณิตสองมิติได้ นักเรียนต้องมีความรู้เกี่ยวกับการสร้างทางเรขาคณิตเบื้องต้น ได้แก่

- การสร้างส่วนของเส้นตรง
- การแบ่งครึ่งส่วนของเส้นตรง
- การสร้างมุมและการแบ่งครึ่งมุม
- การสร้างมุมตรง มุมฉาก มุม  $45^{\circ}$  มุม  $60^{\circ}$  และมุมอื่นๆ
- การสร้างเส้นตั้งฉากจากจุดที่กำหนดให้
- การสร้างเส้นขนาน เป็นต้น

โจทย์ตัวอย่าง

จงสร้างรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีขนาดของด้านกว้างและด้านยาวเป็น 4 เซนติเมตร และ 6 เซนติเมตร ตามลำดับ

แนวคิด : วิธีสร้าง

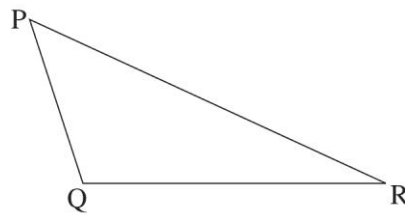


- (1) สร้าง  $\overline{AB}$  ให้  $AB = 6$  เซนติเมตร
- (2) สร้าง  $\overline{AD}$  ให้ตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  ที่จุด A และ  $AD = 4$  เซนติเมตร
- (3) สร้าง  $\overline{DC}$  ให้ขนานกับ  $\overline{AB}$  โดยสร้าง  $\hat{ADC}$  ให้มีขนาด  $90^\circ$  เท่ากับ  $\hat{XAD}$  ซึ่งเป็นมุมแย้ง และให้  $DC = 6$  เซนติเมตร
- (4) ลาก  $\overline{BC}$  จะได้ รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD ที่มีด้านยาว 4 เซนติเมตร และ 6 เซนติเมตร ตามต้องการ

แบบฝึกหัดที่ 2 (ค 3.1 ม.1/2)

คำชี้แจง จงสร้างรูปต่อไปนี้โดยใช้วงเวียนและเส้นตรง พร้อมทั้งบอกขั้นตอนการสร้าง

1. จงสร้างรูปสามเหลี่ยม MON ให้มีด้าน ON ยาว 5 เซนติเมตร มุม MON มีขนาด  $60^\circ$  และมุม MNO มีขนาด  $45^\circ$
2. จงสร้างส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม PQR ทั้ง 3 เส้น



3. จงสร้างรูปสามเหลี่ยม ABC ให้ด้าน BC ยาว 6 เซนติเมตร ด้าน AB ยาว 4 เซนติเมตร และมุม ABC มีขนาด  $105^\circ$  แล้วลากเส้นตรงเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/3

สืบเสาะ สังเกต และคาดการณ์เกี่ยวกับสมบัติทางเรขาคณิต

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. รูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปหลายเหลี่ยมซึ่งมีส่วนประกอบคือ หน้า สัน จุดมุม และฐาน เราสามารถเขียนรูปเรขาคณิตสามมิติที่เกิดจากภาพสองมิติใดๆ ที่กำหนดให้ได้ ในทำนองเดียวกันเราสามารถระบุภาพสองมิติที่เกิดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติได้

2. ลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติขึ้นอยู่กับชนิดของรูปเรขาคณิตที่เป็นส่วนประกอบ ดังนี้

2.1 ปริซึม คือ รูปทรงตันที่มีหน้าตัดเป็นรูปเหลี่ยม โดยที่เหลี่ยมทั้งสองข้างต้องเป็นรูปเดียวกันพื้นที่เท่ากันและขนานกันด้วย

2.2 พีระมิด คือ รูปทรงตันที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลม ซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐานด้านข้างทุกด้านเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดรวมกันที่ยอดแหลม

2.3 ทรงกระบอก คือ รูปทรงตันที่มีหน้าตัดฐานเป็นวงกลม และอยู่ในระนาบที่ขนานกัน (ทรงกระบอกกับปริซึมคล้ายกัน ต่างกันที่หน้าตัดเป็นวงกลมหรือหลายเหลี่ยม)

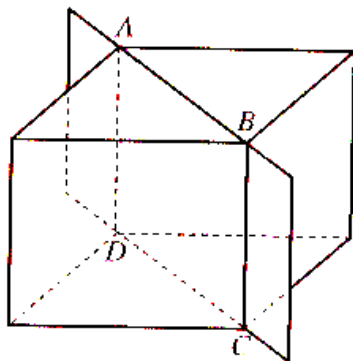
2.4 กรวย คือ รูปทรงตันที่มีฐานเป็นวงกลมและมียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน

2.5 ทรงกลม คือ รูปทรงตันที่เกิดจากการหมุน (แผ่น) รูปครึ่งวงกลมไปรอบเส้นผ่านศูนย์กลาง

โจทย์ตัวอย่าง

ถ้าใช้ระนาบตัดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตามแนวเส้นทแยงมุม AB และเส้นทแยงมุม CD จะได้หน้าตัดเป็นรูปอะไร

แนวคิด

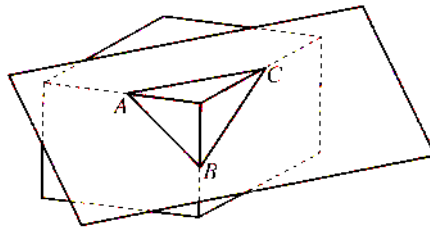


ตอบ รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ABCD

แบบฝึกหัดที่ 3 (ค 3.1 ม.1/3)

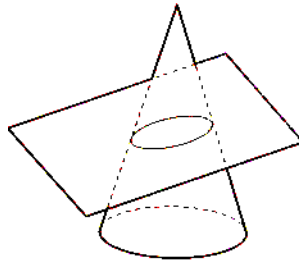
คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ถ้าใช้ระนาบตัดมุมของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก จะได้หน้าตัดเป็นรูปอะไร



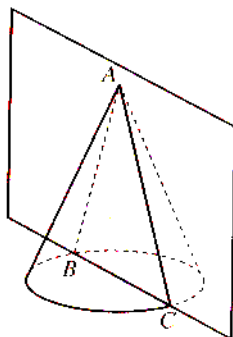
ตอบ .....

2. ถ้าใช้ระนาบตัดกรวยในแนวเฉียงซึ่งไม่ขนานกับฐานและไม่ตั้งฉาก ดังรูป จะได้หน้าตัดเป็นรูปอะไร



ตอบ .....

3. ถ้าใช้ระนาบตัดกรวยในแนวตั้งฉากกับฐาน โดยตัดผ่านจุดยอดกรวย จะได้หน้าตัดเป็นรูปอะไร



ตอบ .....



ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/4

อธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตสามมิติจากภาพที่กำหนดให้

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. รูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปหลายเหลี่ยมซึ่งมีส่วนประกอบคือ หน้า สัน จุดมุม และฐาน เราสามารถเขียนรูปเรขาคณิตสามมิติที่เกิดจากภาพสองมิติใดๆ ที่กำหนดให้ได้ ในทำนองเดียวกันเราสามารถระบุภาพสองมิติที่เกิดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติได้

2. ลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติขึ้นอยู่กับชนิดของรูปเรขาคณิตที่เป็นส่วนประกอบ ดังนี้

2.1 ปริซึม คือ รูปทรงตันที่มีหน้าตัดเป็นรูปเหลี่ยม โดยที่เหลี่ยมทั้งสองข้างต้องเป็นรูปเดียวกันพื้นที่เท่ากันและขนานกันด้วย

2.2 พีระมิด คือ รูปทรงตันที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลม ซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐานด้านข้างทุกด้านเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดรวมกันที่ยอดแหลม

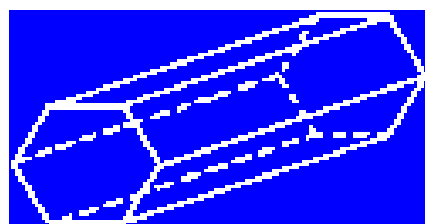
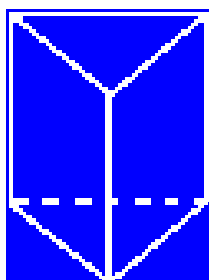
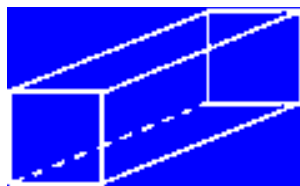
2.3 ทรงกระบอก คือ รูปทรงตันที่มีหน้าตัดฐานเป็นวงกลม และอยู่ในระนาบที่ขนานกัน (ทรงกระบอกกับปริซึมคล้ายกัน ต่างกันที่หน้าตัดเป็นวงกลมหรือหลายเหลี่ยม)

2.4 กรวย คือ รูปทรงตันที่มีฐานเป็นวงกลมและมียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน

2.5 ทรงกลม คือ รูปทรงตันที่เกิดจากการหมุน (แผ่น) รูปครึ่งวงกลมไปรอบเส้นผ่านศูนย์กลาง

3. ตัวอย่างรูปเรขาคณิตสามมิติต่าง ๆ

ปริซึม



ทรงกระบอก

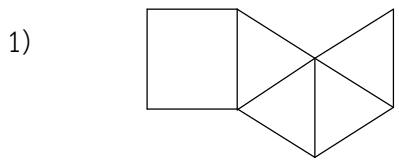


พีระมิด

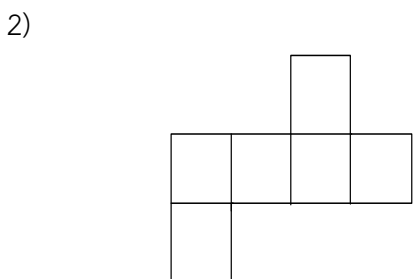


โจทย์ตัวอย่าง

จงบอกชนิดของรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีรูปคลี่ดังต่อไปนี้



ตอบ พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส



ตอบ ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก (ลูกบาศก์)

แบบฝึกหัดที่ 4 (ค 3.1 ม.1/4)

คำชี้แจง บอกชื่อรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1)

2)

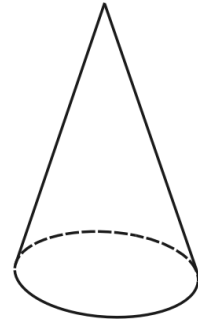
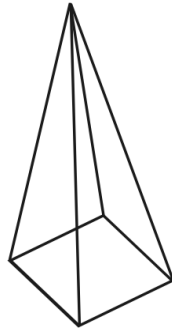
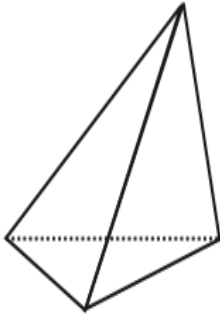
3)

.....

4)

5)

6)

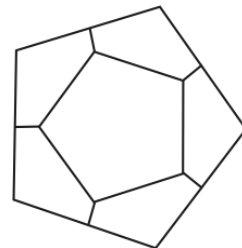
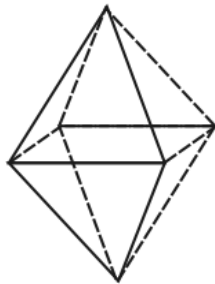
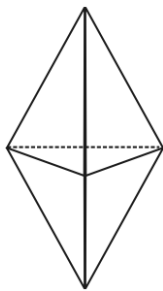


.....

7)

8)

9)



.....

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/5

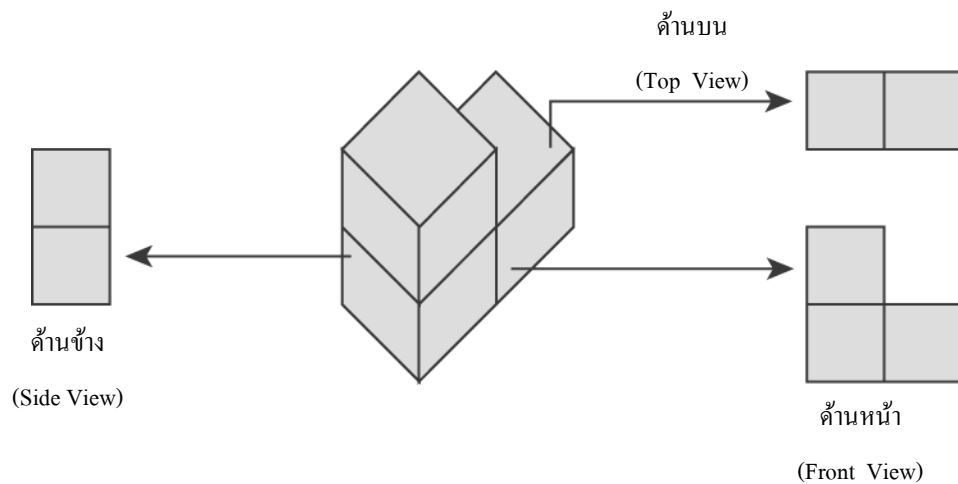
ระบูกภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า (front view) ด้านข้าง (side view) หรือด้านบน (top view) ของรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

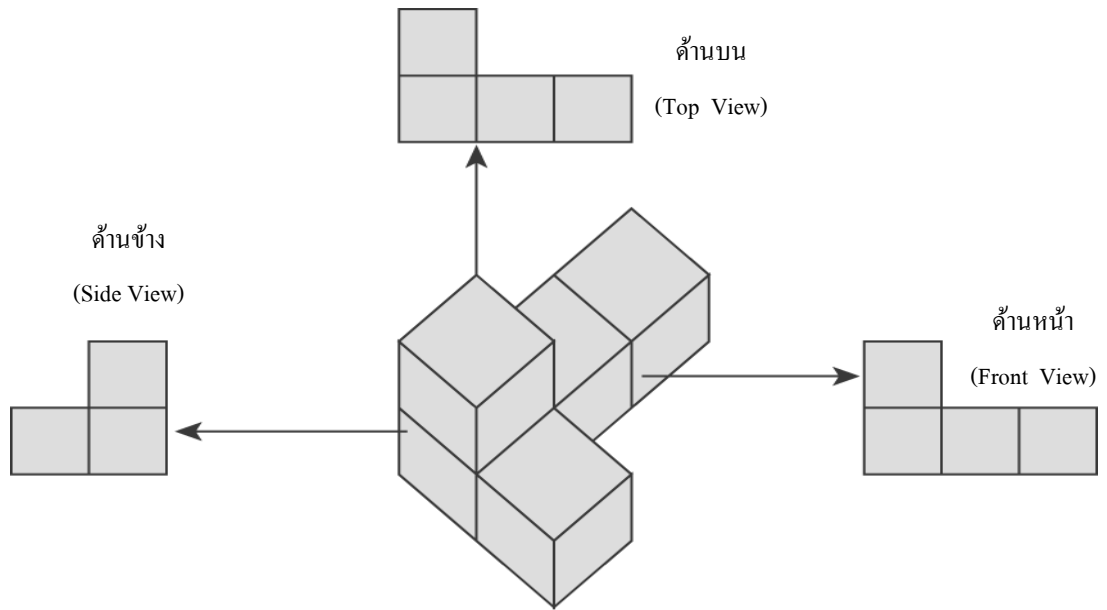
รูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปหลายเหลี่ยมซึ่งมีส่วนประกอบคือ หน้า สัน จุดมุม และฐาน เราสามารถเขียนรูปเรขาคณิตสามมิติที่เกิดจากภาพสองมิติใด ๆ ที่กำหนดให้ได้ ในทำนองเดียวกัน เราสามารถระบูกภาพสองมิติที่เกิดจากการมองด้านบน ด้านหน้า และด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิตินั้นได้

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1

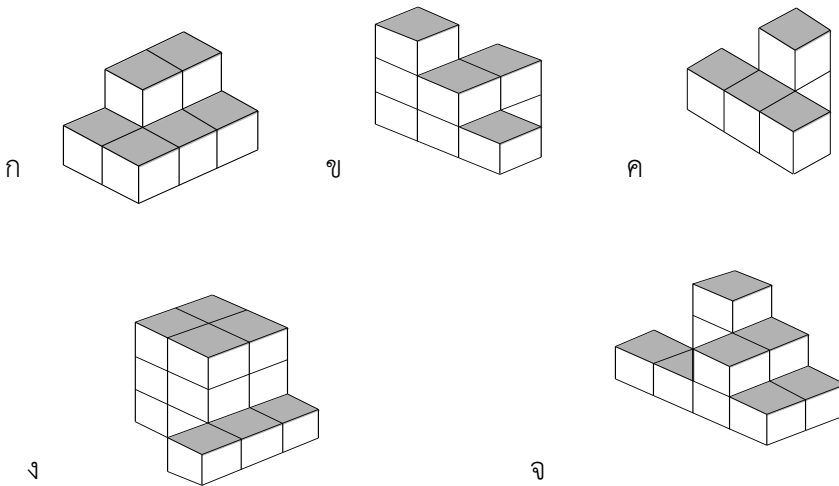


ตัวอย่างที่ 2



แบบฝึกหัดที่ 5 (ค 3.1 ม.1/5)

**คำชี้แจง** จงจับคู่ภาพด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนในแต่ละข้อต่อไปนี้กับรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ทางข้างบน โดยเลือกตัวอักษรที่กำกับรูปเรขาคณิตสามมิติเขียนเติมในช่องว่างบนขวาของแต่ละข้อ



1)

	2	
1	1	1

ภาพด้านบน

	1	
1	2	1

ภาพด้านหน้า

	1
3	1

ภาพด้านข้าง

2)

1	2	
3	2	1

ภาพด้านบน

1		
1	2	
2	2	1

1		
2	1	
3	2	

ภาพด้านหน้า                      ภาพด้านข้าง

3)

	3	2	1
1	1	2	1

ภาพด้านบน

	1		
	1	2	
1	2	2	2

		1	
1	2		
4	3		

ภาพด้านหน้า                      ภาพด้านข้าง

4)

3	3	1	
3	3	1	
		1	

ภาพด้านบน

2	2		
2	2		
2	2	3	

	2	2	
	2	2	
1	3	3	

ภาพด้านหน้า                      ภาพด้านข้าง

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/6

วาดหรือประดิษฐ์รูปเรขาคณิตสามมิติที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์ เมื่อกำหนดภาพสองมิติที่ได้จากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนให้

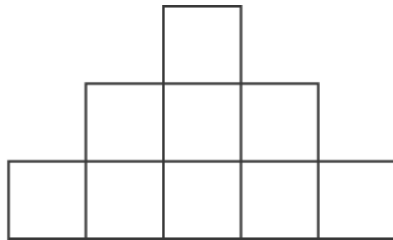
สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

ลูกบาศก์ เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติที่มีความกว้าง ความยาว และความสูงเท่ากัน คือ 1 หน่วย ถ้าเรานำลูกบาศก์มาประกอบกันหลาย ๆ ลูก จะเป็นรูปเรขาคณิตสามมิติอีกรูปแบบหนึ่ง ซึ่งเราสามารถเขียนภาพสองมิติที่เกิดจากการมองด้านหน้า ด้านข้าง และด้านบนของรูปเรขาคณิตที่ประกอบขึ้นจากลูกบาศก์นี้ได้

โจทย์ตัวอย่าง จงวาดรูปเรขาคณิตสามมิติแสดงการจัดเรียงของลูกบาศก์



ด้านข้าง

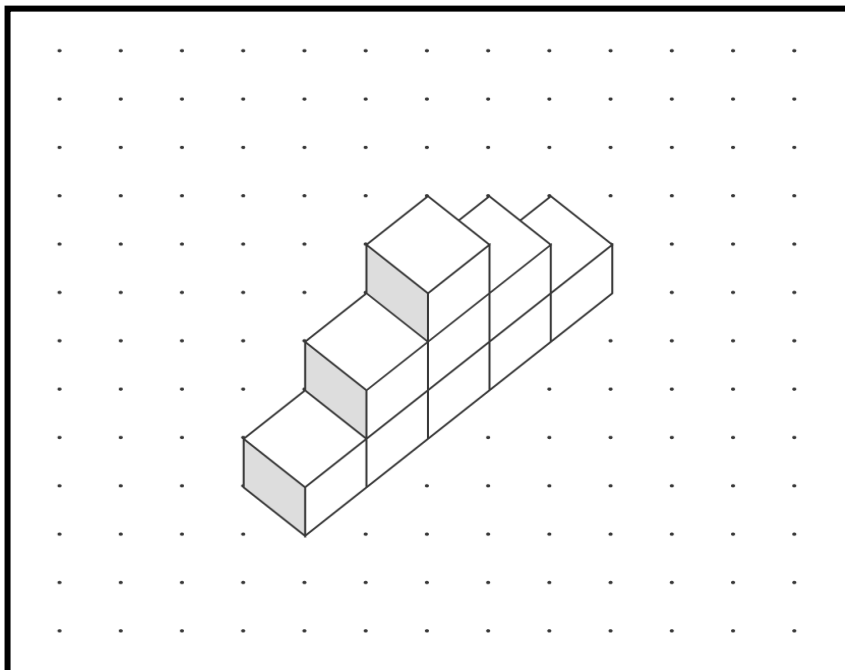


ด้านหน้า



ด้านบน

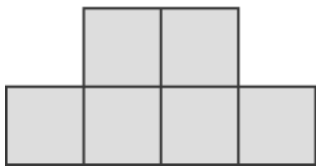
แนวคิด จะได้รูปเรขาคณิตสามมิติแสดงการจัดเรียงของลูกบาศก์ ดังนี้



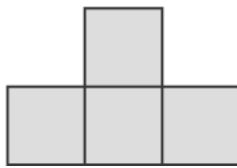


แบบฝึกหัดที่ 6 (ค 3.1 ม.1/6)

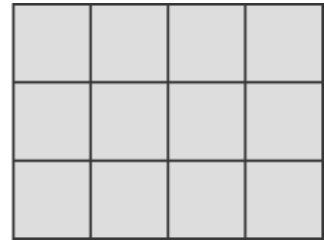
คำชี้แจง จงวาดรูปเรขาคณิตสามมิติแสดงการจัดเรียงของลูกบาศก์



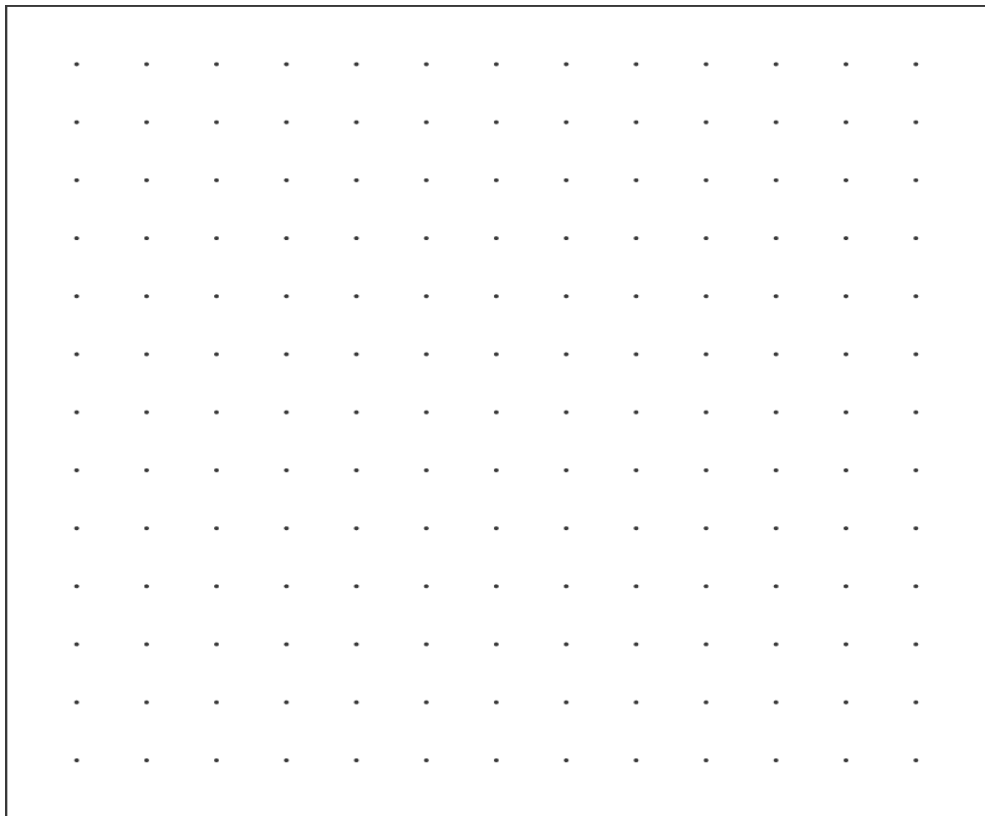
ด้านข้าง



ด้านหน้า



ด้านบน



ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/1

อธิบายลักษณะและสมบัติของปริซึม พีระมิด ทรงกระบอก กรวย และทรงกลม

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. รูปเรขาคณิตสามมิติ เป็นรูปหลายเหลี่ยมซึ่งมีส่วนประกอบคือ หน้า สัน จุดมุม และฐาน เราสามารถเขียนรูปเรขาคณิตสามมิติที่เกิดจากภาพสองมิติใดๆ ที่กำหนดให้ได้ ในทำนองเดียวกันเราสามารถระบุภาพสองมิติที่เกิดจากการมองด้านบน ด้านหน้าและด้านข้างของรูปเรขาคณิตสามมิติได้

2. ลักษณะและสมบัติของรูปเรขาคณิตสามมิติขึ้นอยู่กับชนิดของรูปเรขาคณิตที่เป็นส่วนประกอบ ดังนี้

2.1 ปริซึม คือ รูปทรงตันที่มีหน้าตัดเป็นรูปเหลี่ยม โดยที่เหลี่ยมทั้งสองข้างต้องเป็นรูปเดียวกันพื้นที่เท่ากันและขนานกันด้วย

2.2 พีระมิด คือ รูปทรงตันที่มีฐานเป็นรูปเหลี่ยมใดๆ มียอดแหลม ซึ่งไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐานด้านข้างทุกด้านเป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีจุดยอดร่วมกันที่ยอดแหลม

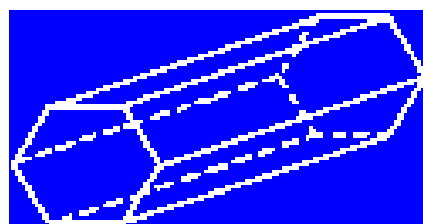
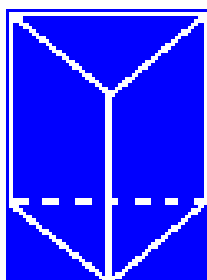
2.3 ทรงกระบอก คือ รูปทรงตันที่มีหน้าตัดฐานเป็นวงกลม และอยู่ในระนาบที่ขนานกัน (ทรงกระบอกกับปริซึมคล้ายกัน ต่างกันที่หน้าตัดเป็นวงกลมหรือหลายเหลี่ยม)

2.4 กรวย คือ รูปทรงตันที่มีฐานเป็นวงกลมและมียอดแหลมที่ไม่อยู่บนระนาบเดียวกับฐาน

2.5 ทรงกลม คือ รูปทรงตันที่เกิดจากการหมุน (แผ่น) รูปครึ่งวงกลมไปรอบเส้นผ่านศูนย์กลาง

3. ตัวอย่างรูปเรขาคณิตสามมิติต่าง ๆ

ปริซึม



ทรงกระบอก

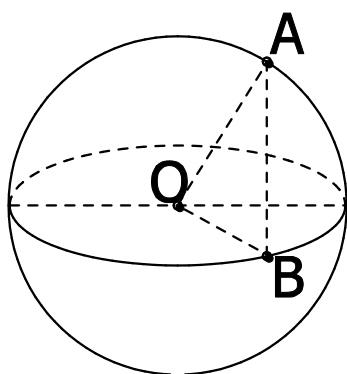


พีระมิด



โจทย์ตัวอย่าง

จากรูป ถ้า  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของทรงกลม รูปสามเหลี่ยม  $OAB$  เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด

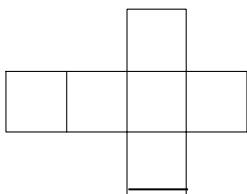


ตอบ รูปสามเหลี่ยม  $OAB$   
เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

แบบฝึกหัดที่ 7 (ค 3.1 ม.3/1)

คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. รูปคลี่ที่กำหนดให้ เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดใด



ตอบ .....

2. ถ้าใช้ระนาบตัดกรวยในแนวตั้งฉากกับฐานโดยตัดผ่านจุดยอดกรวยจะได้หน้าตัดเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

ตอบ .....

3. ถ้าใช้ระนาบตัดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตามแนวเส้นทแยงมุม และให้ระนาบตั้งฉากกับฐาน หน้าตัดจะเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

ตอบ .....

4. ถ้าใช้ระนาบตัดมุมของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากออก จะได้หน้าตัดเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

ตอบ .....

5. ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวที่ตั้งฉากกับฐานจะได้หน้าตัดเป็นรูปเรขาคณิต ชนิดใด

ตอบ .....

6. ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกลม จะได้หน้าตัดเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

ตอบ .....

**มาตรฐาน ค 3.2 ใช้การนิกภาพ (visualization) ใช้เหตุผลเกี่ยวกับปริภูมิ (spatial reasoning) และใช้แบบจำลองทางเรขาคณิต (geometric model) ในการแก้ปัญหา**

**ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/1**

ใช้สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม และสมบัติของเส้นขนานในการให้เหตุผล และแก้ปัญหา

**สิ่งที่นักเรียนต้องรู้**

**สมบัติเกี่ยวกับความเท่ากันทุกประการ**

1. รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ ก็ต่อเมื่อ ด้านคู่ที่สมนัยกันและมุมคู่ที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมทั้งสองรูปนั้น มีขนาดเท่ากันเป็นคู่ๆ สัญลักษณ์ที่ใช้แทนความเท่ากันทุกประการ คือ  $\cong$
2. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสองคู่ และมุมในระหว่างด้านคู่ที่ยาวเท่ากัน มีขนาดเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นเท่ากันทุกประการ
3. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ ที่มีความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม.) กล่าวคือ มีมุมที่มีขนาดเท่ากันสองคู่ และด้านซึ่งเป็นแขนร่วมของมุมทั้งสองยาวเท่ากัน แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นจะเท่ากันทุกประการ
4. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ ที่มีความสัมพันธ์แบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด.) กล่าวคือ มีด้านยาวเท่ากันสามคู่ แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้น จะเท่ากันทุกประการ
5. รูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ ที่มีมุมที่มีขนาดเท่ากัน 2 คู่ และมีแขนของมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันคู่หนึ่ง ซึ่งไม่เป็นแขนร่วมของมุมที่มีขนาดเท่ากัน 2 คู่ นั้น แล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูป จะมีความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน เขียนแทนด้วย ม.ม.ด.
6. ความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน ต่างจากความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม ที่ด้านที่เท่ากันในความสัมพันธ์แบบ มุม-มุม-ด้าน ต้องเป็นด้านที่ไม่ใช่แขนร่วมของมุมคู่ที่เท่ากัน แต่ด้านที่เท่ากันในความสัมพันธ์แบบ มุม-ด้าน-มุม ต้องเป็นด้านที่เป็นแขนร่วมของมุมคู่ที่เท่ากัน

**สมบัติของเส้นขนาน**

เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกัน ก็ต่อเมื่อ เส้นตรงทั้งสองเส้นนั้นไม่ตัดกัน เมื่อมีเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นขนาน จะทำให้เกิดมุมแย้ง มุมภายนอก และมุมภายใน มุมแย้ง หมายถึง มุมคู่หนึ่งที่อยู่คนละข้างของเส้นตัดและไม่ใช่มุมประชิด ซึ่งมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด จะมีขนาดเท่ากัน และถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดกับเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

### เส้นขนานและรูปสามเหลี่ยม

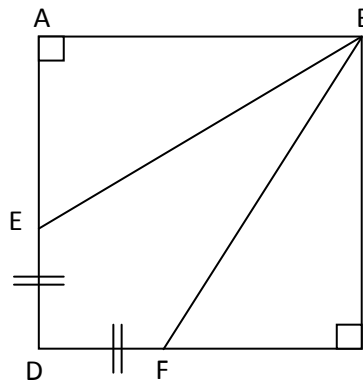
ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใดๆ รวมกันได้ 180 องศา และถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้น จะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น และสมบัติดังกล่าวนี้สามารถนำไปใช้แก้ปัญหามากมายที่เกี่ยวข้องกับขนาดของมุมได้

### โจทย์ตัวอย่าง

#### ตัวอย่างที่ 1

กำหนดรูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และ  $DE = DF$

จงให้เหตุผลว่า  $\triangle ABE \cong \triangle CBF$

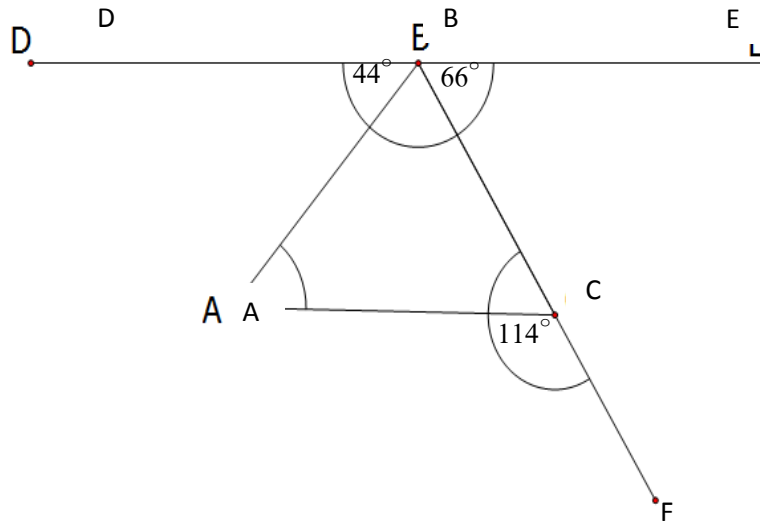


แนวคิด

1.  $AB = BC$  (ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสย่อมยาวเท่ากัน)
  2.  $\angle EAB = \angle FCB$  (มุมของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสย่อมมีขนาดเท่ากัน)
  3.  $DE = DF$  (โจทย์กำหนดให้)
- และ  $AD = CD$  (ด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส)
- จะได้  $AE = CF$  (สมบัติของการเท่ากัน)
4.  $\triangle ABE \cong \triangle CBF$  (ด.ม.ด.)

ตัวอย่างที่ 2

หาขนาดของมุมภายในแต่ละมุมของรูปสามเหลี่ยม ABC ที่กำหนดให้ต่อไปนี้



แนวคิด เนื่องจาก  $\hat{A}BD + \hat{A}BC + \hat{C}BE = 180^\circ$  (มุมตรงมีขนาดเท่ากับ  $180^\circ$ )

$$\text{จะได้ } 44^\circ + \hat{A}BC + 66^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{A}BC = 180^\circ - 44^\circ - 66^\circ$$

$$\hat{A}BC = 70^\circ$$

เนื่องจาก  $\hat{A}CB + \hat{A}CF = 180^\circ$  (มุมตรงมีขนาดเท่ากับ  $180^\circ$ )

$$\hat{A}CB + 114^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{A}CB = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$$

เนื่องจาก  $\hat{B}AC + \hat{A}BC + \hat{A}CB = 180^\circ$  (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม รวมกันได้  $180^\circ$ )

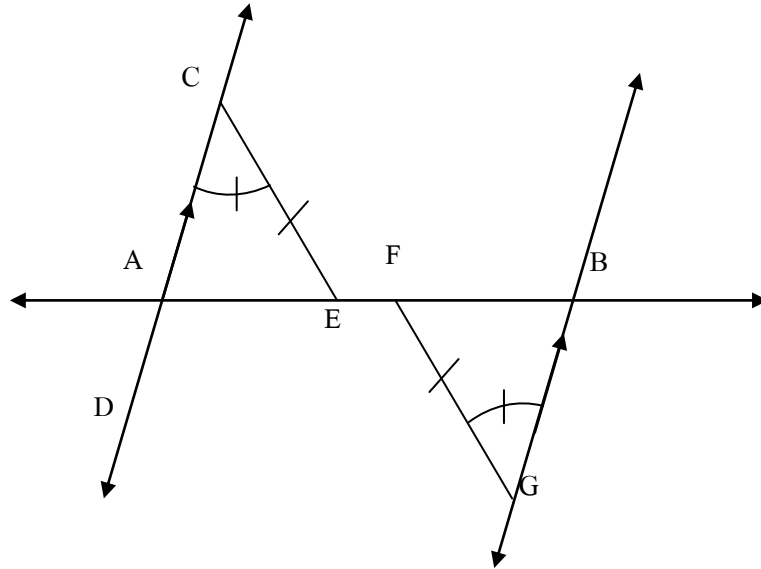
$$\hat{B}AC + 70^\circ + 66^\circ = 180^\circ$$

$$\hat{B}AC = 180^\circ - 70^\circ - 66^\circ = 44^\circ$$

ดังนั้น  $\hat{A}BC = 70^\circ$ ,  $\hat{A}CB = 66^\circ$ ,  $\hat{B}AC = 44^\circ$

ตัวอย่างที่ 3

จากรูปกำหนดให้  $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{BG}$  และมี  $\overleftrightarrow{AB}$  เป็นเส้นตัด ถ้า  $CE = GF$ ,  $\hat{A}CE = \hat{B}GF$   
 จงแสดงว่า รูปสามเหลี่ยม AEC เท่ากันทุกประการกับรูปสามเหลี่ยม BFG



แนวคิด

จากรูป จะแสดงว่า  $\triangle AEC \cong \triangle BFG$  ได้ดังนี้

1.  $\hat{A}CE = \hat{B}GF$  (กำหนดให้)
2.  $\hat{CAE} = \hat{GBF}$  (มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน จะมีขนาดเท่ากัน)
3.  $CE = GF$  (กำหนดให้)

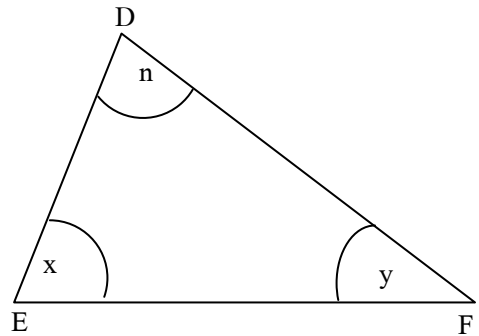
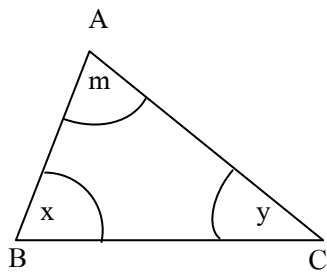
ดังนั้น  $\triangle AEC \cong \triangle BFG$  (ม.ม.ด.)



แบบฝึกหัด ชุดที่ 8 (ค 3.2 ม.2/1)

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่

- แสดงเหตุผลให้เห็นว่า “ถ้ามุมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้วมุมคู่ที่สามจะมีขนาดเท่ากันด้วย” เป็นความจริง



.....

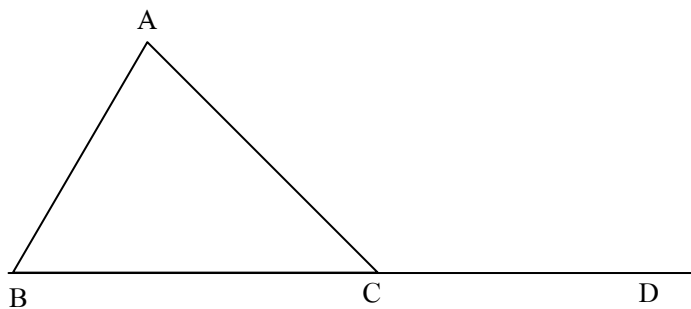
.....

.....

.....

.....

- แสดงเหตุผลให้เห็นว่า “ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้น จะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น” เป็นความจริง



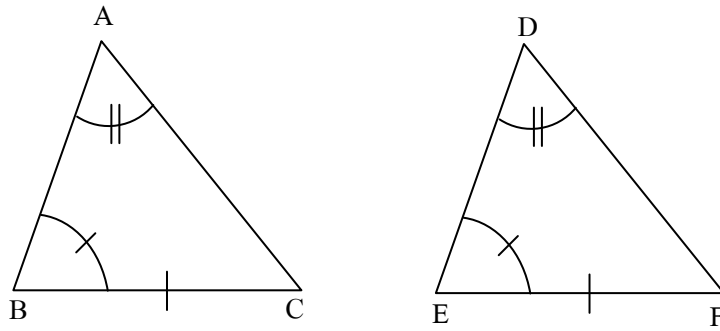
.....

.....

.....

.....

3. แสดงเหตุผลให้เห็นว่า “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่ และมีด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันคู่หนึ่งแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จะเท่ากันทุกประการ” เป็นความจริง



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/2

ใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสและบทกลับในการให้เหตุผลและแก้ปัญหา

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส เป็นทฤษฎีที่ว่าด้วยความสัมพันธ์ของความยาวของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งกล่าวไว้ว่า กำลังสองของความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านประกอบมุมฉาก

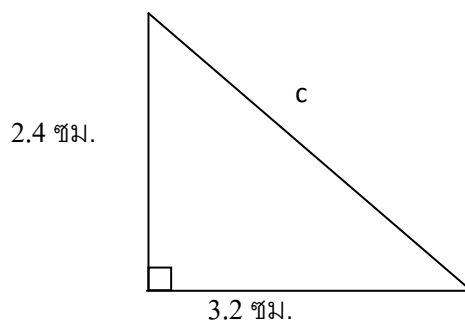
2. บทกลับทฤษฎีบทพีทาโกรัส

รูปสามเหลี่ยมใดๆ ถ้ากำลังสองของความยาวของด้านด้านหนึ่ง เท่ากับผลบวกของกำลังสองของความยาวของด้านอีกสองด้าน แล้วรูปสามเหลี่ยมนั้นเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1

จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่กำหนดให้ จงหาค่า  $c$

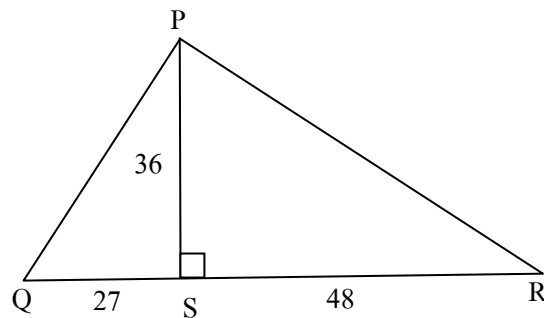


**แนวคิด** จากความสัมพันธ์ระหว่างความยาวของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned}
 \text{จะได้} \quad c^2 &= (2.4)^2 + (3.2)^2 \\
 &= 5.76 + 10.24 \\
 &= 16 \\
 &= 4 \times 4 \\
 \text{ดังนั้น} \quad c &= 4
 \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2

กำหนดรูปสามเหลี่ยม PQR โดยที่  $PS \perp QR$  และ PS, QS, SR มีความยาว เป็น 36 , 27 และ 48 หน่วย ตามลำดับ จงแสดงว่า PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



แนวคิด จากโจทย์ PQS เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่า

$$\begin{aligned} PQ^2 &= 27^2 + 36^2 \\ &= 729 + 1,296 \\ &= 2,025 \end{aligned}$$

จากโจทย์ PRS เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่า

$$\begin{aligned} PR^2 &= 36^2 + 48^2 \\ &= 1,296 + 2,304 \\ &= 3,600 \end{aligned}$$

พิจารณา  $PQ^2 + PR^2 = 2,025 + 3,600$   
 $= 5,625$

เนื่องจาก  $QR = QS + SR$

จะได้  $QR = 27 + 48$   
 $= 75$

พิจารณา  $QR^2 = 5,625$

จะได้ว่า  $PQ^2 + PR^2 = QR^2$

ดังนั้น PQR เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี  $\hat{QPR}$  เป็นมุมฉาก







## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/3

เข้าใจเกี่ยวกับการแปลงทางเรขาคณิตในเรื่องการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และนำไปใช้

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

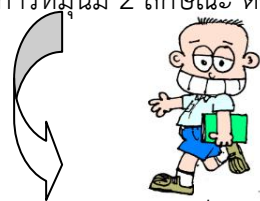
1. การแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบ เป็นการดำเนินการจับคู่กันแบบหนึ่งต่อหนึ่งแบบทั่วถึง (one-to-one onto) ระหว่างจุดบนรูปต้นแบบกับจุดบนรูปที่เกิดจากการแปลง ซึ่งทำให้รูปต้นแบบ (object) และรูปที่เกิดจากการแปลง ซึ่งเรียกว่า ภาพ (image) มีลักษณะเหมือนรูปต้นแบบเพียงแต่ขนาดอาจเท่าเดิม หรือเล็กลง หรือใหญ่ขึ้น การแปลงทางเรขาคณิต มีทั้งการเลื่อนขนาน การสะท้อน การหมุน และการย่อหรือการขยาย ซึ่งการแปลงทางเรขาคณิตโดยการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน จะทำให้รูปต้นแบบและภาพมีขนาดเท่ากัน

2. การเลื่อนขนาน เป็นการแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบ ซึ่งทำให้รูปต้นแบบกับภาพมีรูปร่างเหมือนกันและมีขนาดเท่ากัน โดยการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด

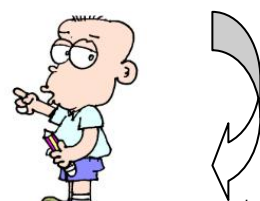
3. การสะท้อน เป็นการแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบ ซึ่งทำให้รูปต้นแบบกับภาพมีรูปร่างเหมือนกันและมีขนาดเท่ากัน โดยการจับคู่กันแบบหนึ่งต่อหนึ่ง ที่สมนัยกันระหว่างจุดต่างๆ บนรูปต้นแบบและภาพที่เกิดจากการสะท้อน ระยะระหว่างจุดบนรูปต้นแบบถึงเส้นสะท้อน กับระยะจากเส้นสะท้อนถึงจุดบนภาพที่สมนัยกันกับจุดบนรูปต้นแบบ มีความยาวเท่ากัน เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อนที่สมนัยกัน จุดต่างๆ บนเส้นสะท้อน เป็นจุดคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อทำการสะท้อน การสะท้อนครึ่งรูป เมื่อพับตามแนวเส้นสะท้อน รูปซีกซ้ายและซีกขวาจะทับกันสนิทพอดี เรียกว่าเส้นสะท้อนสมมาตร

4. การหมุน เป็นการแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบ ซึ่งทำให้รูปต้นแบบกับภาพมีรูปร่างเหมือนกันและเท่ากัน โดยการจับคู่ระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนภาพที่สมนัยกัน ซึ่งจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่กำหนดให้ และจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากจุดหมุนเป็นระยะเท่ากัน

5. การหมุนมี 2 ลักษณะ ดังนี้



1) การหมุนทวนเข็มนาฬิกา



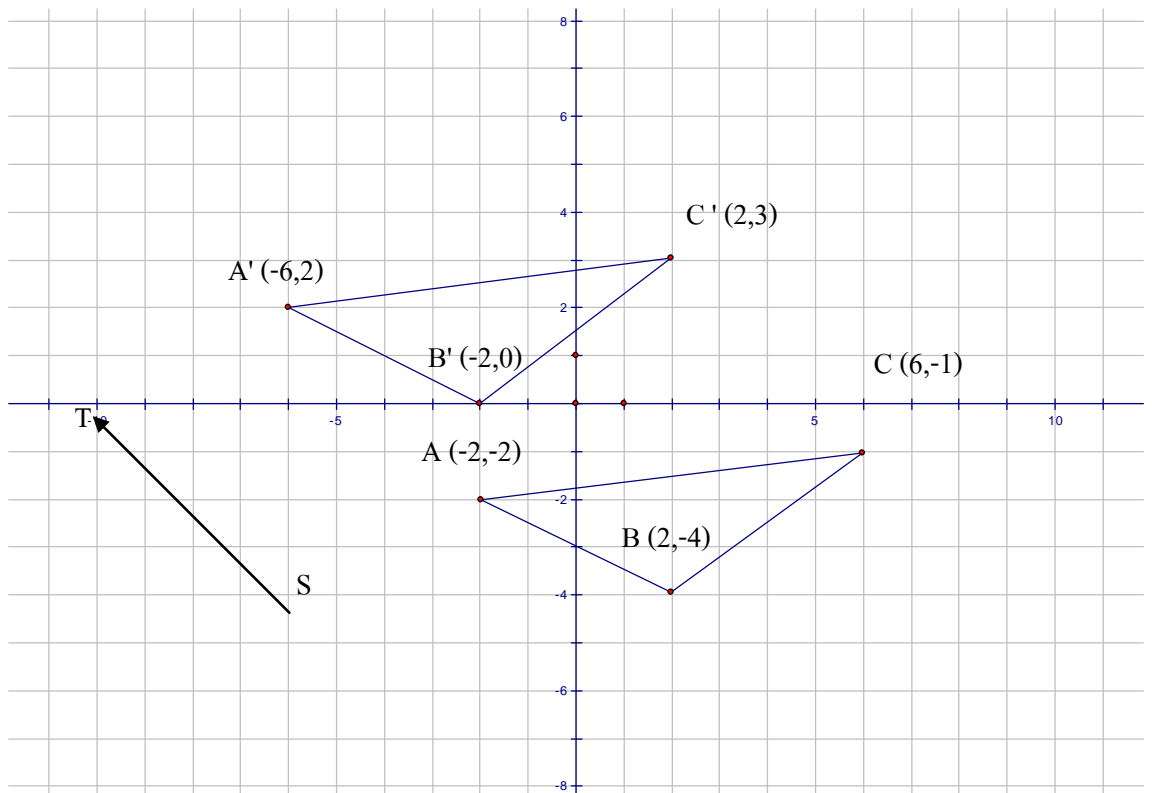
2) การหมุนตามเข็มนาฬิกา



โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1

กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(-2,-2)$  , จุด  $B(6,-4)$  และ จุด  $C(2,-1)$  เป็นจุดยอดมุม  
 จงเลื่อน  $\triangle ABC$  ด้วย  $\vec{ST}$  และหาพิกัดของจุดยอดมุมของ  $\triangle A'B'C'$  ซึ่งเป็นภาพ  
 ที่ได้จากการเลื่อนขนาน  $\triangle ABC$



จากภาพจะได้

$\triangle A'B'C'$  เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน  $\triangle ABC$  ด้วย  $\vec{ST}$

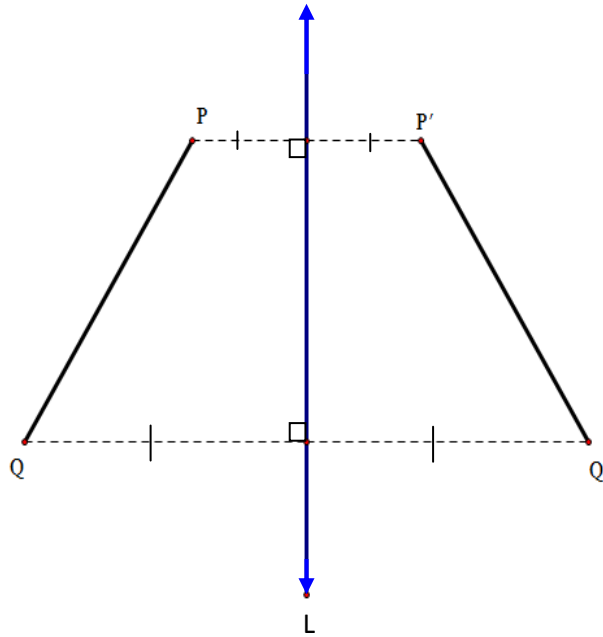
ซึ่งมีจุดยอดเป็น  $A'(-6,2)$

$B'(-2,0)$

และ  $C'(2,3)$

ตัวอย่างที่ 2

กำหนดส่วนของเส้นตรง PQ และมี L เป็นเส้นของการสะท้อน



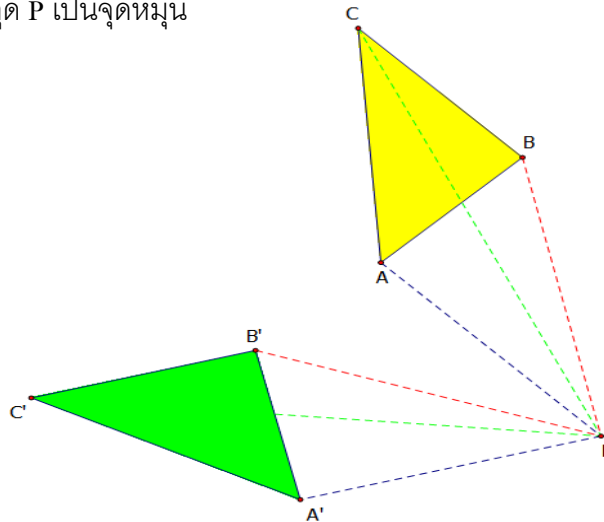
จะพบว่า จุด  $P'$  และ  $Q'$  เป็นภาพสะท้อนของจุด P และจุด Q

$$\overline{P'Q'} \text{ เป็นภาพสะท้อนของ } \overline{PQ}$$

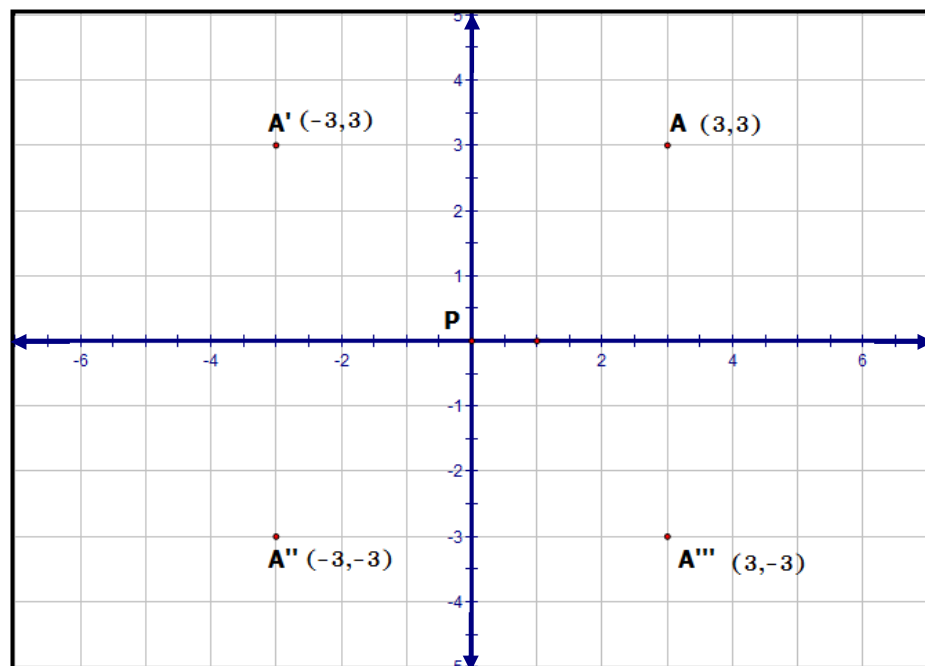
จากรูป จะได้ว่า

- 1) ระยะจากจุด P ถึง เส้นของการสะท้อน L เท่ากับ ระยะจากจุด  $P'$  ถึง เส้นของการสะท้อน L ระยะจากจุด Q ถึง เส้นของการสะท้อน L เท่ากับ ระยะจากจุด  $Q'$  ถึง เส้นของการสะท้อน L
- 2)  $\overline{PQ} = \overline{P'Q'}$
- 3) เส้นของการสะท้อน L แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ  $\overline{PP'}$  และ  $\overline{QQ'}$

ตัวอย่างที่ 3 หากภาพที่เกิดจากการหมุนรูป  $\triangle ABC$  ทวนเข็มนาฬิกา ด้วยมุมที่มีขนาด 60 องศา โดยจุด P เป็นจุดหมุน



ตัวอย่างที่ 4 กำหนดจุด A เป็นรูปต้นแบบ และจุด P เป็นจุดหมุน จงหาภาพที่เกิดจากการหมุนรูปต้นแบบ ทวนเข็มนาฬิกา เป็น  $90^\circ$   $180^\circ$  และ  $270^\circ$  ตามลำดับ

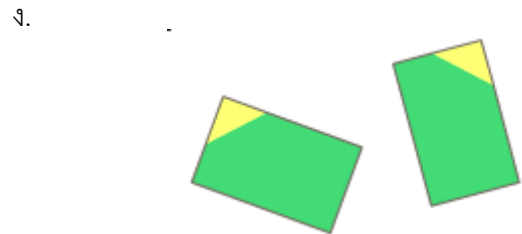
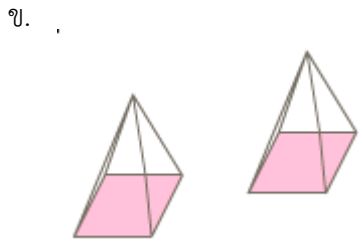
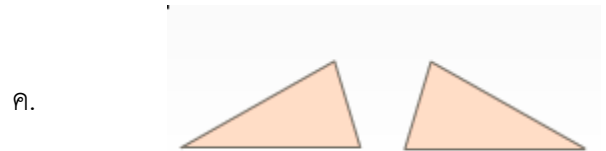
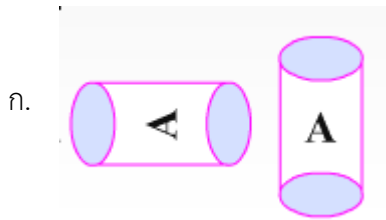


- เมื่อหมุนจุด A ทวนเข็มนาฬิกา เป็น  $90^\circ$  ได้ภาพ  $A'(-3,3)$
- เมื่อหมุนจุด A ทวนเข็มนาฬิกา เป็น  $180^\circ$  ได้ภาพ  $A''(-3,-3)$
- เมื่อหมุนจุด A ทวนเข็มนาฬิกา เป็น  $270^\circ$  ได้ภาพ  $A'''(3,-3)$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 10 (ค 3.2 ม.2/3)

คำชี้แจง ให้นักเรียนเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. ข้อใดต่อไปนี้เป็น การเลื่อนขนาน



2. หาพิกัดของจุด A (4,-2) ที่เกิดจากการเลื่อนขนานเดียวกับการส่งจุด B (-1,5) ไปยังจุด B'(5,1)

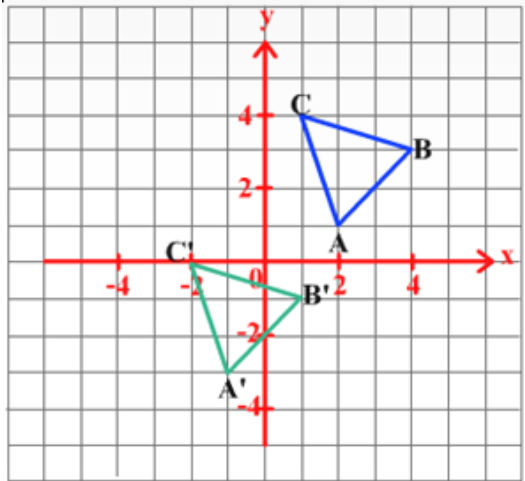
- ก. (2,-2)
- ข. (8,4)
- ค. (0,-8)
- ง. (10,-6)

3. กำหนด  $\overline{AB}$  โดยมีแกน X เป็นเส้นสะท้อน จุด A มีพิกัดเป็น (-3,4) และจุด B มีพิกัดเป็น (4,-2) จงหาพิกัดของจุด A' และ B'

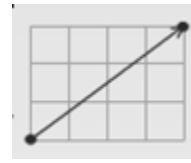
- ก. A'(3,4) B'(-4,-2)
- ข. A'(-3,-4) B'(4,2)
- ค. A'(3,-4) B'(-4,2)
- ง. A'(-3,4) B'(-4,2)

4. กำหนดให้  $\triangle A'B'C'$  เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน  $\triangle ABC$  ข้อใดเป็นเวกเตอร์ของ

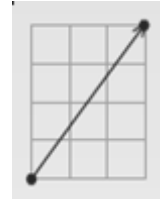
การเลื่อนขนาน  $\triangle ABC$



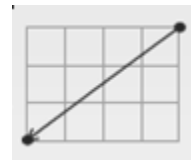
ก.



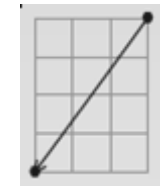
ข.



ค.

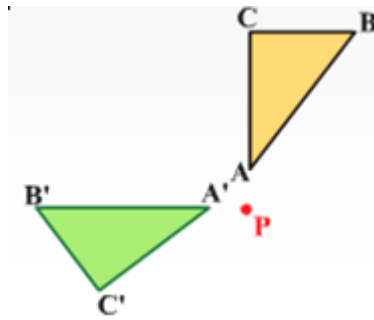


ง.

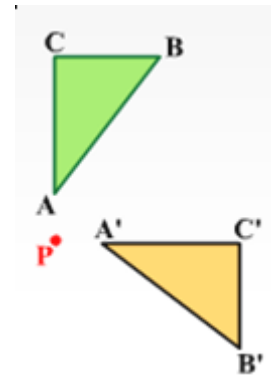


5. ข้อใดเป็นการหมุน  $\triangle ABC$  โดยหมุนทวนเข็มนาฬิกา และมีจุด P เป็นจุดหมุนเป็นมุม 90 องศา

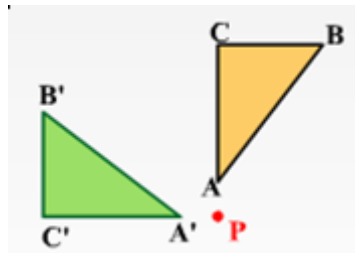
ก.



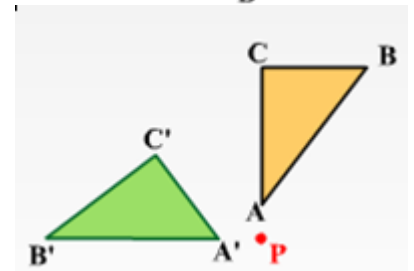
ค.



ข.



ง.



## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/4

บอกภาพที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนรูปต้นแบบ และอธิบายวิธีการที่จะได้ภาพที่ปรากฏ เมื่อกำหนดรูปต้นแบบและภาพนั้นให้

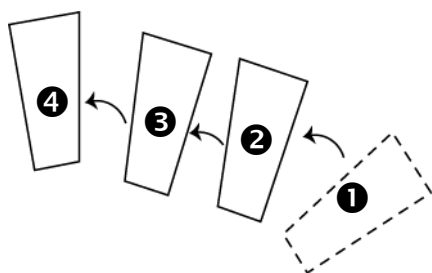
## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. การเลื่อนขนาน เป็นการแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบ ซึ่งทำให้รูปต้นแบบกับภาพมีรูปร่างเหมือนกันและมีขนาดเท่ากัน โดยการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด

2. การสะท้อน เป็นการแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบ ซึ่งทำให้รูปต้นแบบกับภาพมีรูปร่างเหมือนกันและมีขนาดเท่ากัน โดยการจับคู่กันแบบหนึ่งต่อหนึ่ง ที่สมนัยกันระหว่างจุดต่างๆ บนรูปต้นแบบและภาพที่เกิดจากการสะท้อน ระยะระหว่างจุดบนรูปต้นแบบถึงเส้นสะท้อน กับระยะจากเส้นสะท้อนถึงจุดบนภาพที่สมนัยกันกับจุดบนรูปต้นแบบ มีความยาวเท่ากัน เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนภาพที่เกิดจากการสะท้อนที่สมนัยกัน จุดต่างๆ บนเส้นสะท้อน เป็นจุดคงที่ไม่เปลี่ยนตำแหน่งเมื่อทำการสะท้อน การสะท้อนครึ่งรูป เมื่อพับตามแนวเส้นสะท้อน รูปซีกซ้ายและซีกขวาจะทับกันสนิทพอดี เรียกว่าเส้นสะท้อนสมมาตร

3. การหมุน เป็นการแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบ ซึ่งทำให้รูปต้นแบบกับภาพมีรูปร่างเหมือนกันและเท่ากัน โดยการจับคู่ระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนภาพที่สมนัยกัน ซึ่งจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่กำหนดให้ และจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากจุดหมุนเป็นระยะเท่ากัน

## โจทย์ตัวอย่าง



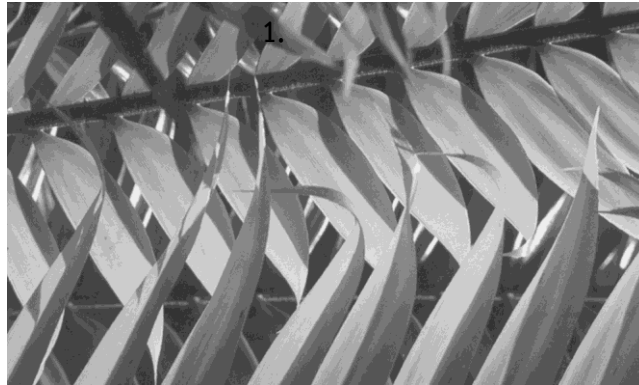
จากรูป ① , ② , ③ และ ④ มีการดำเนินการในการแปลง ดังนี้

..... → .....

ตอบ การหมุน การสะท้อน 2 ครั้ง

แบบฝึกหัด ชุดที่ 11 (ค 3.2 ม.2/4)

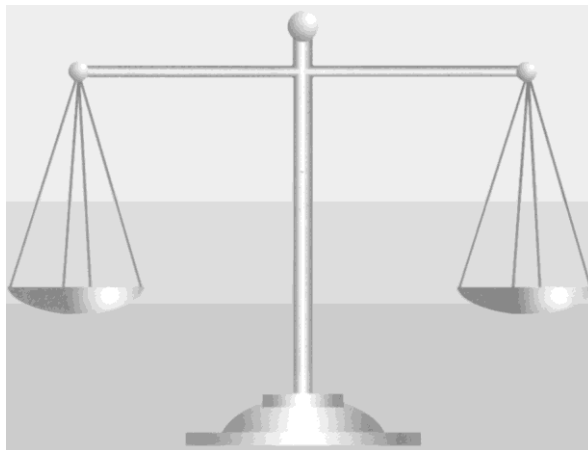
คำชี้แจง ให้นักเรียนพิจารณารูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ แล้ววิเคราะห์ว่าเกิดจากการแปลงลักษณะใด (การเลื่อนขนาน การสะท้อน หรือการหมุน)



จากรูปมีลักษณะคล้ายการแปลงในแบบ

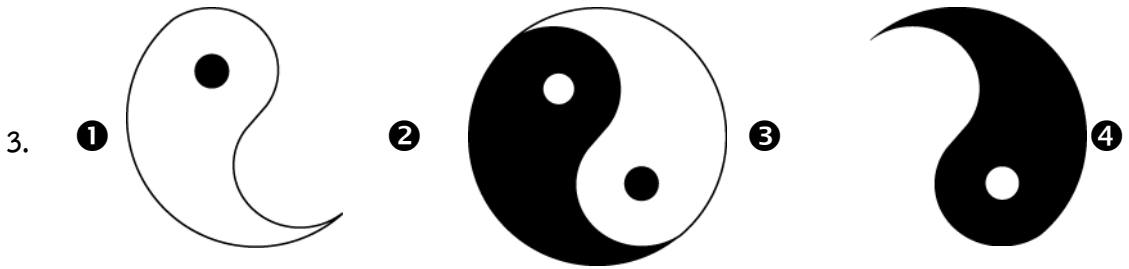
.....

2.

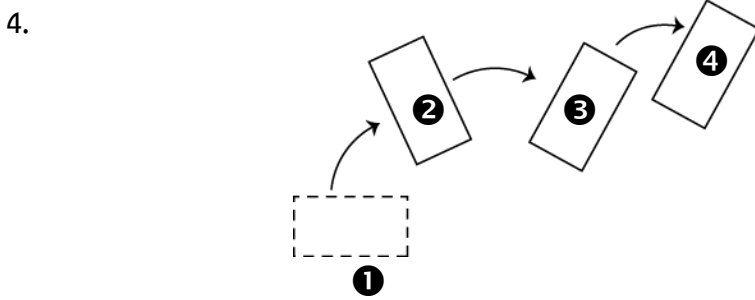
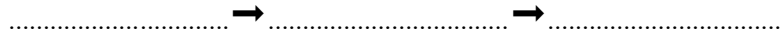


จากรูปใช้การดำเนินการในการแปลงแบบ

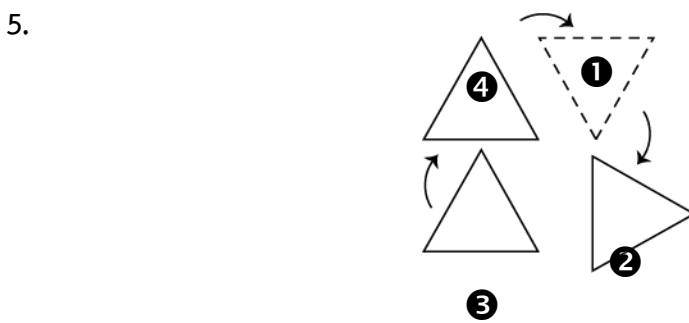
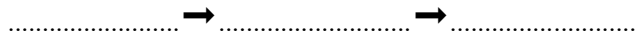
.....



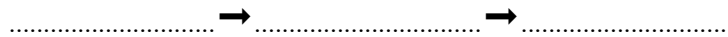
จากรูป ① , ②, ③ และ ④ มีการดำเนินการในการแปลง ดังนี้



จากรูป ① , ②, ③ และ ④ มีการดำเนินการในการแปลง ดังนี้



จากรูป ① , ②, ③ และ ④ มีการดำเนินการในการแปลง ดังนี้





ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/1

ใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมคล้ายในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา

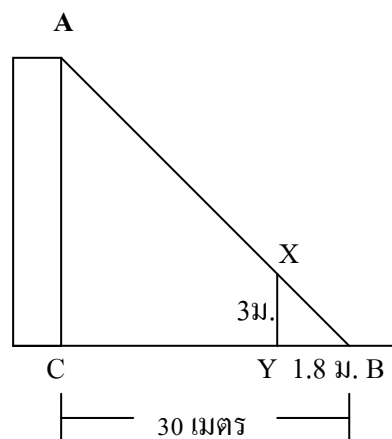
สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันเป็นไปตามเงื่อนไขเกี่ยวกับขนาดของมุมและอัตราส่วนของความยาวของด้านที่สมนัยกัน โดยที่เราสามารถนำความรู้เกี่ยวกับรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้ในชีวิตประจำวันได้

โจทย์ตัวอย่าง

เงาของตึกหลังหนึ่งทอดยาว 30 เมตร ในขณะที่รั้วสูง 3 เมตรมีเงาทอดยาว 1.8 เมตร  
 อยากทราบว่าตึกหลังนี้มีความสูงเท่าใด

แนวความคิด จากข้อมูลในโจทย์ เขียนแผนภาพได้ดังนี้



จากแผนภาพ ให้  $\overline{AC}$  แทนความสูงของตึก  $\overline{CB}$  แทนความยาวของเงาตึก เป็น 30 เมตร  
 $\overline{XY}$  แทนความสูงของรั้ว เป็น 3 เมตร และ  $\overline{YB}$  แทนความยาวของเงารั้ว เป็น 1.8 เมตร

เนื่องจาก  $\triangle ABC \sim \triangle XBY$

จะได้  $\frac{AC}{XY} = \frac{CB}{YB}$

หรือ  $\frac{AC}{3} = \frac{30}{1.8}$

ดังนั้น  $AC = 50$  นั่นคือ ตึกหลังนี้สูง 50 เมตร

ตอบ ตึกหลังนี้มีความสูง 50 เมตร





สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (Pattern) ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/1

วิเคราะห์และอธิบายความสัมพันธ์ของแบบรูปที่กำหนดให้

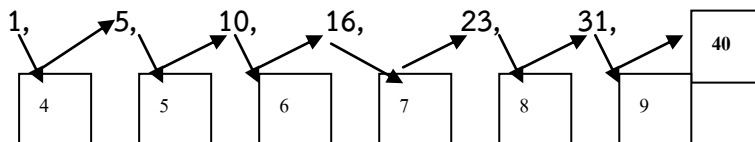
สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

- 1) แบบรูป (Pattern) หมายถึง ความสัมพันธ์ของจำนวนหรือรูปภาพที่แสดงถึงลักษณะสำคัญร่วมกัน
- 2) แบบรูปของรูปเรขาคณิตและรูปอื่น ๆ คือ “ชุดของรูปเรขาคณิตและรูปอื่นๆ ที่มีความสัมพันธ์กันอย่างไรก็ตามหนึ่งในลักษณะของรูปร่าง ขนาด หรือสี เรา เรียกว่า แบบรูป
- 3) แบบรูปของจำนวน คือการส่งเสริมทักษะกระบวนการคิดโดยเริ่มจากสถานการณ์ต่าง ๆ พัฒนาการค้นหาแบบรูปของจำนวน เช่น กิจกรรมพาลินโดรม ลำดับฟีโบนอกชี และปัญหาชวนคิดที่หลากหลาย

โจทย์ตัวอย่าง

ข้อ 1 จงหาจำนวนถัดไป จาก 1, 5, 10, 16, 23, 31, ...

แนวคิด



ข้อ 2 จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้องพร้อมทั้งแสดงวิธีการคิดหรือแนวคิด  
7, 9, 11, 13, 15, 17,            ..., ....., 23, 25

แนวคิด :    แบบรูปของจำนวนที่มีลักษณะเพิ่มขึ้นทีละเท่า ๆ กัน

พิจารณาจาก	7	=	7 + 0
	9	=	7 + 2 + 0
	11	=	7 + 2 + 2 + 0
	13	=	7 + 2 + 2 + 2 + 0
	15	=	7 + 2 + 2 + 2 + 2 + 0
	17	=	7 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 0
	19	=	7 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 0
	21	=	7 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 0
	23	=	7 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 0
	25	=	7 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 0



ข้อ 3 จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้องพร้อมทั้งแสดงวิธีการคิดหรือแนวคิด

27, 15, 32, 12, 37, 9, 42, 6, ....., .....

แนวคิด : เปลี่ยนแบบใหม่เป็นการทำทั้งเพิ่มขึ้นทีละเท่า ๆ กันและลดลงทีละเท่า ๆ กัน  
มารวมกัน โดยเริ่มพิจารณาจากชุดที่ (1) 27, 32, 37, 42,.....

$$27 = 27 + 0$$

$$32 = 27 + 5 + 0$$

$$37 = 27 + 5 + 5 + 0$$

$$42 = 27 + 5 + 5 + 5 + 0$$

$$47 = 27 + 5 + 5 + 5 + 5 + 0$$

และพิจารณาชุดที่ (2) 15, 12, 9, 6,.....

$$15 = 15 - 0$$

$$12 = 15 - 3 - 0$$

$$9 = 15 - 3 - 3 - 0$$

$$6 = 15 - 3 - 3 - 3 - 0$$

$$3 = 15 - 3 - 3 - 3 - 3 - 0$$



แบบฝึกหัด ชุดที่ 1 (ค 4.1 ม.1/1)

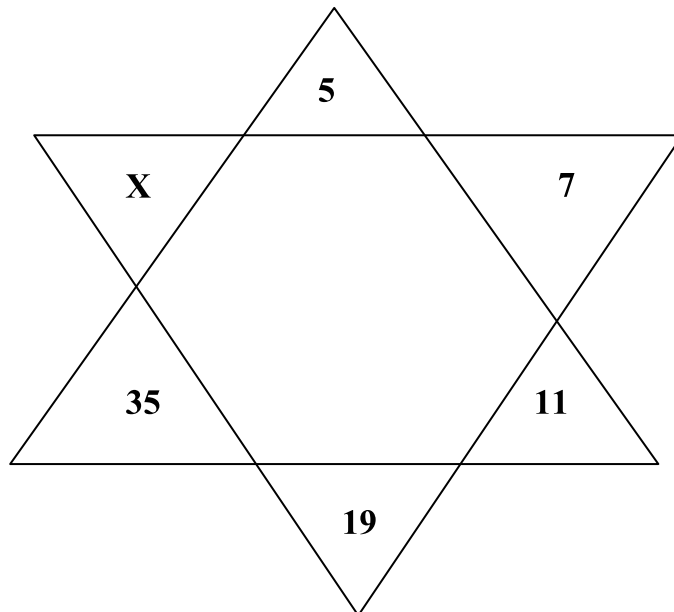
ข้อ 1 จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้องพร้อมทั้งแสดงแนวคิด

10, 11, 13, 16, 20, 25, ..... , ..... , 46

อธิบายแนวคิด

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อ 2 จงหาค่า X



อธิบายแนวคิด

.....  
.....  
.....  
.....

ข้อ 3 จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้องพร้อมทั้งแสดงวิธีการคิดหรือแนวคิด

35, 31, 27, 23, 19, ..... , 11, ..... , 3

อธิบายแนวคิด

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ข้อ 4 จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้องพร้อมทั้งแสดงวิธีการคิดหรือแนวคิด

56, 50, 44, 38, 32, ....., 20

อธิบายแนวคิด

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ข้อ 5 จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้องพร้อมทั้งแสดงวิธีการคิดหรือแนวคิด

11, 14, 17, 20, 23, ....., ....., 32, 35

อธิบายแนวคิด

.....  
.....  
.....  
.....  
.....



มาตรฐาน ค 4.2 ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจน แปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/1

แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย



สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว หมายถึง สมการซึ่งมี  $x$  เป็นตัวแปรและมีรูปทั่วไปเป็น  $ax + b = 0$ , เมื่อ  $a, b$  เป็นค่าคงตัว และ  $a \neq 0$  โดยคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะมีเพียงคำตอบเดียว การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะใช้สมบัติการเท่ากันในการหาคำตอบ

1.1 สมการ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่มีเครื่องหมายเท่ากับ ( $=$ ) โดยที่สมการอาจจะมีหรือไม่มีตัวแปรก็ได้ เช่น  $35 \times 2 = 70$ ,  $56 \times d = d \times 56$ ,  $25 + 12 = 37$  และ  $12 + 34 = 34 + 12$

1.2 คำตอบของสมการ หมายถึง สมการที่มีการใช้ตัวอักษรแทนจำนวน เรียกตัวอักษรที่แทนจำนวนในสมการว่า ตัวไม่ทราบค่า หรือ ตัวแปร ในการหาคำตอบของสมการโดยทั่วไปจะใช้สมบัติของการเท่ากันช่วยในการหาคำตอบ เช่น  $35 \times k = 70$

เรียกจำนวนที่แทนตัวไม่ทราบค่าในสมการแล้วได้สมการที่เป็นจริง เช่น  $35 \times k = 70$

ถ้าแทน  $k$  ด้วย 1 จะได้  $35 \times 1 = 35$  (สมการเป็นเท็จ)

ถ้าแทน  $k$  ด้วย 2 จะได้  $35 \times 2 = 70$  (สมการเป็นจริง)

ดังนั้น 2 คือ คำตอบของสมการ

**สมการที่เป็นจริง** หมายถึง สมการซึ่งจำนวนที่อยู่ทางซ้ายของเครื่องหมาย  $=$  กับจำนวน

ที่อยู่ทางขวาเท่ากัน เช่น

$$1. 35 \times 2 = 70$$

$$2. 25 + 12 = 37$$

$$3. 25 - 10 = 15$$



**สมการที่เป็นเท็จ** หมายถึง สมการซึ่งจำนวนที่อยู่ทางซ้ายของเครื่องหมาย = กับจำนวนที่อยู่ทางขวาไม่เท่ากัน เช่น

1.  $35 \times 2 = 60$
2.  $25 + 12 = 30$
3.  $56 \times d = d + 56$

2. การแก้สมการ คือ การหาจำนวนใด ที่นำมาแทนตัวแปรในสมการ แล้วทำให้ได้สมการที่เป็นจริง วิธีการแก้สมการจึงมีหลายวิธี เช่น :-

2.1 วิธีการแทนค่าตัวแปร โดยพยายามหาตัวเลขมาแทนค่าตัวแปร แล้วทำให้สมการเป็นจริง วิธีการนี้น่าจะใช้กับสมการง่าย ๆ ไม่ซับซ้อน

2.2 ใช้สมบัติของความเท่ากันเข้าช่วยในการหาค่าตัวแปร ซึ่งแต่ละสมบัตินี้มีรายละเอียดดังนี้

1) สมบัติการสมมาตร เป็นสมบัติที่ช่วยให้เราสามารถเขียนการเท่ากัน ของจำนวนสองจำนวน ได้ 2 แบบ เช่น  $b = 5$  หรือเขียน  $5 = b$

กรณี โจทย์กำหนด  $2a + 5 = 12$  เราอาจเขียนเป็น  $12 = 2a + 5$

ตัวอย่าง 1 กำหนดให้  $a + 2 = 6$

แนวคิด เราสามารถสรุปได้ว่า  $6 = a + 2$

ตัวอย่าง 2 กำหนดให้  $k + 1 = y + 1$

แนวคิด เราสรุปได้ว่า  $1 + y = k + 1$

สรุปสมบัติการสมมาตร

เมื่อ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนใด ๆ

ถ้ากำหนดให้  $a = b$  แล้ว เราสรุปได้ว่า  $b = a$

2) สมบัติการถ่ายทอด สมบัตินี้จะช่วยให้เราสรุปว่าจำนวน 2 จำนวน

จาก 3 จำนวนเท่ากันได้ เมื่อ 3 จำนวนเขียนในรูป

จำนวนที่ 1 = จำนวนที่ 2 และจำนวนที่ 2 = จำนวนที่ 3

ข้อสังเกต

1. จากสมบัติการถ่ายทอด จำนวนที่สรุปว่าเท่ากันจะอยู่ซ้ายสุดและขวาสุด

2. จำนวนที่ 2 จะต้องปรากฏถึง 2 ครั้งและอยู่ตรงกลางเท่านั้น เช่น

$a = b$  และ  $b = c$  จึงจะ สรุปผลได้ดังนี้

∴ จำนวนที่ 1 = จำนวนที่ 3 หรือ  $a = c$

ตัวอย่าง กำหนดให้  $A + 5 = B$  และ  $C = B$  จากโจทย์เราสามารถใส่สมบัติการถ่ายทอด  
แนวคิด โจทย์กำหนดให้  $A + 5 = B$  และ  $C = B$  พิจารณาจาก

ข้อสังเกต : พบว่าจำนวนที่อยู่ตรงกลางไม่ใช่จำนวนเดียวกันแต่จะเป็น  $B$  และ  $C$  ดังนั้น สมบัติ  
สมมาตรจะได้  $C = B$  จะได้เป็น  $B = C$  เราจะได้โจทย์ใหม่เป็น ดังนี้

@@ กำหนดให้  $A + 5 = B$  แล้ว  $B = C$   
จะได้  $A + 5 = C$

สรุปสมบัติการถ่ายทอด

ถ้า  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนใด ๆ ถ้า กำหนดให้  $a = b$  และ  $b = c$   
แล้วสรุปได้ว่า  $a = c$

3) สมบัติการบวก สมบัตินี้มีประโยชน์มากในการแก้สมการ เพราะสามารถที่จะเปลี่ยน  
รูปแบบของสมการได้โดยผลลัพธ์ไม่เปลี่ยน สมบัตินี้สรุปได้ว่า ถ้าเรามีจำนวน 2 จำนวน  
เท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง มาบวก แต่ละจำนวนที่เท่ากัน ผลลัพธ์จะเท่ากัน

เช่น @  $b - 4 = 10$  จะได้  $b - 4 + 4 = 10 + 4$

นำ 4 มาบวกเข้าทั้งสองข้าง  $\therefore b = 14$

@@  $a + 5 = 8$  จะได้  $a + 5 + (-5) = 8 - 5$

นำ -5 มาบวกเข้าทั้งสองข้าง  $a + 5 - 5 = 8 - 5$

$a + 0 = 3$

$\therefore a = 3$

ข้อสังเกต จากการที่เรานำตัวที่เท่ากันมาบวกเข้าทั้งสองข้าง จึงทำให้ข้างที่มีตัวแปร เหลือ  
เฉพาะ ตัวแปร จึงทำให้เราทราบค่าตัวแปรได้

สรุปสมบัติการบวก ถ้า  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนใด ๆ และถ้า  $a = b$  แล้ว  
สรุปได้ว่า  $a + c = b + c$

4) สมบัติการคูณ สมบัตินี้มีประโยชน์มากในการแก้สมการเช่นเดียวกับสมบัติการบวก  
เพราะสามารถจะเปลี่ยนรูปแบบของสมการได้โดยผลลัพธ์ไม่เปลี่ยน สมบัตินี้สรุปได้ว่า ถ้าเรามี  
จำนวน 2 จำนวนเท่ากัน นำจำนวน อีกจำนวนหนึ่ง มาคูณแต่ละจำนวนที่เท่ากันผลลัพธ์  
จะเท่ากัน เช่น

@ โจทย์กำหนดให้ จงแก้สมการ  $3b = 9$

แนวคิด - ให้เราพยายามกำจัดตัวเลขที่ บวก,ลบ,คูณ หรือหาร กับตัวแปรออกก่อน

นั่นคือเรากำจัด เลข 3 ออกจากตัว b

- ให้เราสังเกตดูว่า 3 ทำอะไรอยู่กับ b จากโจทย์ 3 กำลังคูณอยู่กับ b

ดังนั้นเราต้องเอา  $\frac{1}{3}$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการเพื่อเอา 3 ออกไปให้เหลือ b ตัวเดียว

ซึ่งจะได้ค่า b ดังนี้:-

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad \text{จากโจทย์} \quad 3b &= 9 \\ 3b \times \frac{1}{3} &= 9 \times \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{ตอบ} \quad b = 3$$

๑๑ โจทย์กำหนดให้ จงแก้สมการ  $\frac{1}{5}a = 25$



แนวคิด :

1. ให้เราพยายามกำจัดตัวเลขที่ บวก,ลบ,คูณ หรือหาร กับตัวแปรออกก่อน นั่นคือ

เรากำจัดเลข  $\frac{1}{5}$  ออกจากตัว a หรือเราจะทำให้  $\frac{1}{5}a$  ให้เป็น a เพื่อจะได้ค่าของ a นั่นเอง

2. ให้เราสังเกตดูว่า  $\frac{1}{5}$  ทำอะไรอยู่กับ a จากโจทย์  $\frac{1}{5}$  กำลังคูณ อยู่กับ a ดังนั้น เราต้องเอา 5 มาคูณทั้งสองข้าง ของสมการ เพื่อเอา  $\frac{1}{5}$  ออกไป ให้เหลือ a ตัวเดียว ซึ่งจะได้ ค่า a ตามที่โจทย์กำหนดให้หาหรือให้แก้สมการ

$$\text{วิธีทำ} \quad \text{จากโจทย์} \quad \text{จงแก้สมการ} \quad \frac{1}{5}a = 25$$

$$\Rightarrow \text{เอา } 5 \text{ มาคูณเข้าทั้งสองข้างของสมการ} \quad \frac{1}{5}a \times 5 = 25 \times 5$$

$$\Rightarrow a = 125$$

$$\text{ตอบ } a = 125$$

สรุปสมบัติการคูณ ถ้า a , b และ c เป็นจำนวนใด ๆ และถ้า a = b แล้ว  
สรุปได้ว่า  $ac = bc$



โจทย์ตัวอย่าง

ข้อ 1 จงแก้สมการ  $4y + 2(y + 1) = -10$  พร้อมทั้งแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบด้วย

แนวคิด  $4y + 2(y + 1) = -10$

$$4y + 2y + 2 = -10$$

$$6y + 2 = -10$$

นำ -2 มาบวกเข้าทั้งสองข้างของสมการจะได้  $(-2) + 6y + 2 = -10 + (-2)$

นำ  $\frac{1}{6}$  มาคูณเข้าทั้งสองข้างของสมการจะได้  $6y \times \frac{1}{6} = -12 \times \frac{1}{6}$

$$y = -2$$

ตรวจสอบ แทน y ด้วย -2 ในสมการ  $4y + 2(y + 1) = -10$

จะได้  $[4(-2) + 2[(-2) + 1]] = -10$

$$-8 + 2(-1) = -10$$

$$-8 + (-2) = -10$$

$$-10 = -10 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น -2 เป็นคำตอบของสมการ  $4y + 2(y + 1) = -10$



Congratulations

แบบฝึกหัด ชุดที่ 2 (ค.4.2 ม.1/1)

คำชี้แจง จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมแสดงวิธีตรวจสอบคำตอบ

1.  $X + 58 = 99$

2.  $b - 2.6 = 1.2$

3.  $y - \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$

4.  $-0.3a = 2.4$

5.  $\frac{c}{3} = -14$

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/2

เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากสถานการณ์ หรือปัญหาอย่างง่าย

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

การเขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวสามารถวิเคราะห์ได้จากความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนจากเงื่อนไขในสถานการณ์ หรือปัญหา

โจทย์ตัวอย่าง

จงเปลี่ยนประโยคภาษาต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์

- (1) สองในสามของจำนวนนักเรียนในชั้นหนึ่งเป็นผู้ชาย 28 คน

แนวคิด : สองในสามของจำนวนนักเรียนในชั้นหนึ่ง เป็น  $\frac{2}{3} \times$ 

ดังนั้นจะได้ 
$$\frac{2}{3} \times = 28$$

- (2) ผลบวกของสี่เท่าของจำนวน ๆ หนึ่งกับหกเป็นสาม

แนวคิด : จำนวน ๆ หนึ่ง เป็น X

ผลบวกของสี่เท่าของจำนวน ๆ หนึ่งกับหก จะได้  $4X + 6$ ดังนั้นจะได้ ผลบวกของสี่เท่าของจำนวน ๆ หนึ่งกับหกเป็นสาม คือ  $4X + 6 = 3$ 

- (3) เมื่อแปดปีที่แล้วอายุของสมบัติเป็นสองในสามของอายุปัจจุบัน

แนวคิด : อายุปัจจุบัน เป็น X เมื่อแปดปีที่แล้ว เป็น  $X - 8$ อายุของสมบัติเป็นสองในสามของอายุปัจจุบัน เป็น  $\frac{2}{3} \times$ เมื่อแปดปีที่แล้วอายุของสมบัติเป็นสองในสามของอายุปัจจุบัน ดังนั้นจะได้  $X - 8 = \frac{2}{3} \times$

แบบฝึกหัด ชุดที่ 3 (ค 4.2 ม.1/2)

คำชี้แจง จงเปลี่ยนประโยคภาษาต่อไปนี้เป็นประโยคสัญลักษณ์

1. สามในเจ็ดของเลขจำนวนหนึ่งต่างกับสี่ในห้าของจำนวน ๆ นั้นอยู่สิบห้า  
.....
2. ผลต่างของสี่ในห้าของจำนวนหนึ่งกับสองเท่ากับสิบเก้า  
.....
3. ผลบวกของจำนวนคู่สองจำนวนเรียงกันเท่ากับห้าสิบแปด  
.....
4. ปัจจุบันบิดาอายุ 33 ปี น้อยกว่าสิบสองเท่าของอายุบุตรชายอยู่ 3 ปี  
.....
5. หนึ่งในสองของจำนวนสมมติที่มีอยู่มากกว่าที่ใช้ไปแล้วสิบเอ็ดเล่มอยู่สิบแปดเล่ม  
.....
6. ธรณีมีอายุ 15 ปี มากกว่าสองเท่าของอายุนิดอยู่ 3 ปี  
.....
7. สองเท่าของผลบวกระหว่างสามในสี่ของเลขจำนวนหนึ่งกับสามเท่ากับ 96  
.....
8. ชูใจมีขนมอยู่ถุงหนึ่ง แบ่งให้ดวงแก้ว  $\frac{1}{4}$  ของจำนวนขนมในถุงนั้น ปรากฏว่าดวงแก้ว  
ได้ขนมไป 5 ชิ้น แสดงว่าเดิมชูใจมีขนมอยู่ที่ชิ้น  
.....



## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/3

แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวอย่างง่าย พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบ

1. โจทย์สมการ คือ โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ใช้การแก้ในการหาคำตอบ

1.1 ในการแก้สมการนั้น มีเป้าหมายเพื่อจะทำให้สมการที่กำหนดมาให้นั้นเหลืออยู่ในรูปของ ตัวแปร = ค่าคงที่

1.2 การแก้สมการให้นักเรียนสังเกตดูว่าโจทย์กำหนดมาอย่างไร และเราจะใช้สมบัติอะไรเข้าไปแก้ปัญหาโจทย์นั้น ๆ

2. สรุปรขั้นตอนของการแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการ ดังนี้

ขั้นที่ 1 อ่านโจทย์ให้เข้าใจว่าโจทย์กำหนดอะไรให้และต้องการให้หาอะไร

ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรแทนสิ่งที่โจทย์ ให้หา

ขั้นที่ 3 เปลี่ยนประโยคภาษาที่โจทย์กำหนดให้เป็นประโยคสัญลักษณ์เขียนสมการ

ขั้นที่ 4 แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ

ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดว่าสอดคล้องกันหรือไม่



## โจทย์ตัวอย่าง

ข้อ 1. อีก 3 ปีข้างหน้า วัชระจะมีอายุเป็น 2 เท่าของวัชรา ถ้าปัจจุบันวัชระมีอายุ 19 ปี จงหาว่าปัจจุบันวัชระอายุเท่าไร

แนวคิด : ให้ X แทนอายุปัจจุบันของวัชระ

ดังนั้น อีก 3 ปีข้างหน้า วัชระจะมีอายุ  $X + 3$  ปี

ถ้าปัจจุบันวัชระมีอายุ 19 ปี

อีก 3 ปีข้างหน้า วัชระจะมีอายุ  $19 + 3 = 22$  ปี

อีก 3 ปีข้างหน้า วัชระจะมีอายุเป็น 2 เท่าของวัชรา

จึงเขียนเป็นสมการได้ดังนี้  $X + 3 = 2 \times 22$

$$X + 3 = 44$$

$$X + 3 - 3 = 44 - 3$$

$$X = 41$$

ตรวจสอบ อีก 3 ปีข้างหน้า วัชระจะมีอายุ  $= 41 + 3 = 44$  ปี

และอีก 3 ปีข้างหน้า วัชระจะมีอายุ  $= 19 + 3 = 22$  ปี

จะเห็นว่า อีก 3 ปีข้างหน้า วัชระจะมีอายุเป็น 2 เท่าของวัชราจริง

นั่นคือ ปัจจุบันวัชระมีอายุ  $= 41$  ปี

ตอบ ๔๑ ปี



ข้อ 2. พ่อมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง แบ่งให้ลูกคนโตไป  $\frac{1}{5}$  ของจำนวนเงินที่มีอยู่และแบ่งให้ลูกคนเล็กอีก 50 บาท ปรากฏว่าเงินที่ลูกทั้งสองคนได้รับรวมเป็นเงิน 250 บาท จงหาจำนวนเงินที่พ่อมีอยู่ทั้งหมด

**แนวคิด** ให้จำนวนเงินที่พ่อมีอยู่ทั้งหมด  $X$  บาท

แบ่งให้ลูกคนโต  $\frac{1}{5}$  ของจำนวนเงินที่พ่อมีเงินคิดเป็น  $\frac{1}{5} X$  บาท

แบ่งให้ลูกคนเล็กอีก 50 บาท

ปรากฏว่าลูกทั้งสองได้รับเงินรวมกัน 250 บาท

ดังนั้น  $\frac{1}{5} X + 50 = 250$  บาท

$$\frac{1}{5} X + 50 - 50 = 250 - 50$$

$$\frac{1}{5} X = 200$$

$$X = 200 \times 5 = 1,000 \text{ บาท}$$

**ตรวจสอบ** ลูกทั้งสองคนได้รับเงินรวมกัน  $= (\frac{1}{5} \times 1,000) + 50$   
 $= 250$  บาท ซึ่งเป็นจริง

นั่นคือ จำนวนเงินที่พ่อมีเงินอยู่  $= 1,000$  บาท

**ตอบ ๑,๐๐๐ บาท**



แบบฝึกหัด ชุดที่ 4 (ค 4.2 ม.1/3)

คำชี้แจง จงหาคำตอบ

1. พ่อค้าคนหนึ่งซื้อข้าวกล้องและข้าวมันปูเพื่อนำมาผสมกันให้ได้ 100 กิโลกรัม เขาซื้อข้าวมันปู กิโลกรัมละ 20 บาท ซื้อข้าวกล้องกิโลกรัมละ 18 บาท เมื่อนำมาผสมกันแล้ว เขาขายไปได้กำไร 40% คิดเป็นกำไร 776 บาท อยากทราบว่า พ่อค้าซื้อข้าวแต่ละชนิดอย่างละกี่กิโลกรัม

ตอบ .....

2. ปัจจุบันเตี้ยอายุมากกว่าเต่า 6 ปี อีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนอายุของเตี้ยต่ออายุของเต่า เป็น 5 : 4 ปัจจุบันเตี้ยและเต่าอายุเท่าไร

ตอบ .....

3. เมื่อ 3 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดาถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 8 ปี จงหาอายุปัจจุบันของบิดา

ตอบ .....

4. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดงานสังสรรค์ศิษย์เก่า แต่มีนักเรียนปัจจุบันไปร่วมงาน  $\frac{3}{7}$  ของผู้ร่วมงานทั้งหมด ถ้านักเรียนปัจจุบันไปร่วมงาน 420 คน ผู้ร่วมงานทั้งหมดมีกี่คน

ตอบ .....

5. สามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท ถ้านาย ข มีรายได้ 2,600 บาท จงหารายได้ของนาย ก

ตอบ .....

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/4

เขียนกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉากแสดงความเกี่ยวข้องของปริมาณสองชุดที่กำหนดให้

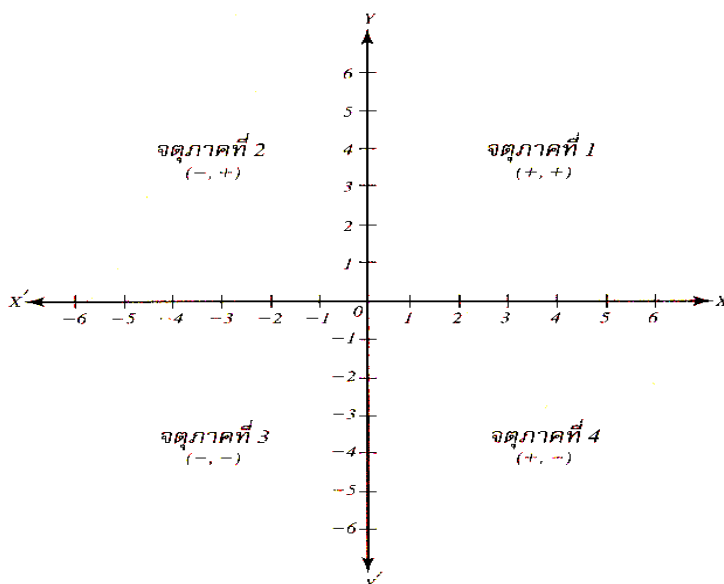
## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. กราฟแสดงความสัมพันธ์ในระบบพิกัดฉากจะเขียนเส้นจำนวนในแนวนอนและแนวตั้งให้ตัดกันเป็นมุมฉากที่ตำแหน่งของจุดที่เรียกว่า “จุดกำเนิด”

1.1 กราฟเป็นแผนภาพแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมาชิกของกลุ่มหนึ่งกับสมาชิกอีกกลุ่มหนึ่ง โดยใช้เส้นจำนวนในแนวนอนและแนวตั้งตัดกันเป็นมุมฉากที่ตำแหน่งของจุดที่แทนศูนย์ (0) โดยเส้นจำนวนในแนวนอนเรียกว่า แกนนอน หรือแกน X แทนสมาชิกตัวที่หนึ่ง และเส้นจำนวนในแนวตั้งเรียกว่า แกนตั้ง หรือแกน Y แทนสมาชิกตัวที่สอง จุดที่เส้นจำนวนทั้งสองเส้นตัดกันเรียกว่า “จุดกำเนิด (origin)” นิยมแทนด้วยจุด 0 ซึ่งมีคู่อันดับ (0,0)

1.2 เส้นจำนวนสองเส้นเป็นแกนตัดตั้งฉากกันที่จำนวนเต็ม 0 บนระนาบเดียวกัน เรียกระนาบนี้ว่า ระนาบจำนวน โดยเส้นจำนวนแสดงจำนวนเต็มทั้งสองเส้น เป็นแกนในการเขียนกราฟ แบ่งระนาบจำนวนออกเป็น 4 ส่วน แต่ละส่วนเรียกว่า จตุภาค (quadrant) จุดแต่ละจุด บนเส้นระนาบจำนวนแทนคู่อันดับเพียงคู่เดียวเท่านั้น เขียนในรูปทั่วไปคือ (a ,b) โดย a เป็นจำนวนใด ๆ ที่อยู่บนแกนนอนเรียกว่า แกน X และ b เป็นจำนวนใด ๆ ที่อยู่บนแกนตั้งเรียกว่าแกน Y

2. คู่อันดับแต่ละคู่อันดับแทนได้ด้วยจุดบนระนาบ เรียกจุดนี้ว่า กราฟคู่อันดับ พิจารณาลักษณะของกราฟต่อไปนี้



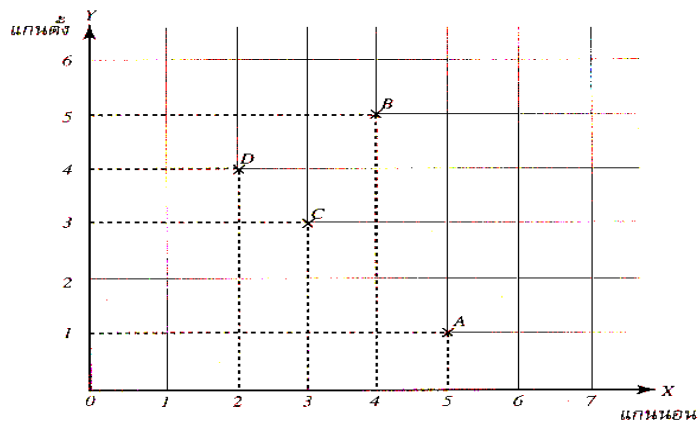
จากรูป จุด A เป็นจุดที่อยู่ห่างจากแกนตั้ง (แกน Y) 5 หน่วย และห่างจากแกนนอน (แกน X )

1 หน่วย ดังนั้น จุด A แทนคู่อันดับ (5,1)

จุด B แทนคู่อันดับ (4,5)

จุด C แทนคู่อันดับ (3,3)

จุด D แทนคู่อันดับ (2,4)



**โจทย์ตัวอย่าง**

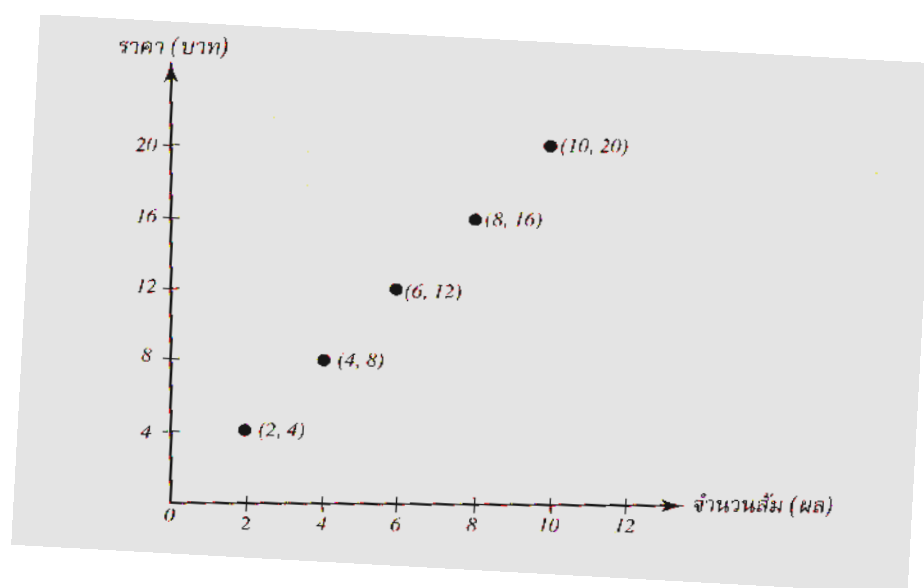
ข้อ 1. ให้นักเรียนนำข้อมูลจากตารางคู่อันดับไปเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองกลุ่มตามตารางนี้

จำนวนส้ม (ผล)	2	4	6	8	10
ราคา (บาท)	4	8	12	16	20

**แนวคิด :** จากตาราง เขียนคู่อันดับแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนส้ม และราคาได้ดังนี้

(2,4) (4,8), (6,12), (8,16), และ (10,20)

เมื่อกำหนดให้แกน X แสดงจำนวนส้ม และแกน y แสดงราคา สัมกราฟแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนส้มและราคา

**จะสังเกตว่า**

1. แกนนอน (แกน X) และแกนตั้ง (แกน Y) การกำหนดความยาวไม่จำเป็นต้องเท่ากันแล้วแต่ความเหมาะสม แต่ถ้าเป็นแกนเดียวกันช่วงห่างต้องใช้ความยาวเท่ากัน
2. กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเต็มและราคา ต่อเป็นเส้นไม่ได้ เพราะจำนวนส้มเป็นจำนวนนับ
3. เนื่องจากจำนวนส้มและราคาเป็นจำนวน กราฟของความสัมพันธ์จึงอยู่ในจุดภาคที่ 1 เท่านั้น

แบบฝึกหัด ชุดที่ 5 (ค 4.2 ม.1/4)

คำชี้แจง จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อ

ข้อ 1

เวลา(นาทึ)	0	1	2	3	4
ระยะทาง(เมตร)	0	10	20	30	40

ข้อ 2

จำนวนดินสอ (แท่ง)	1	2	3	4	5
ราคา (บาท)	5	10	15	20	25

ข้อ 3

ปริมาณข้าวสาร (กิโลกรัม)	1	2	3	4	5
ราคา (บาท)	25	50	75	100	125

ข้อ 4

เวลา (ชั่วโมง)	1	2	3	4	5
ระยะทาง (กิโลเมตร)	70	140	210	280	350



## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/5

อ่านและแปลความหมายของกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉากที่กำหนดให้

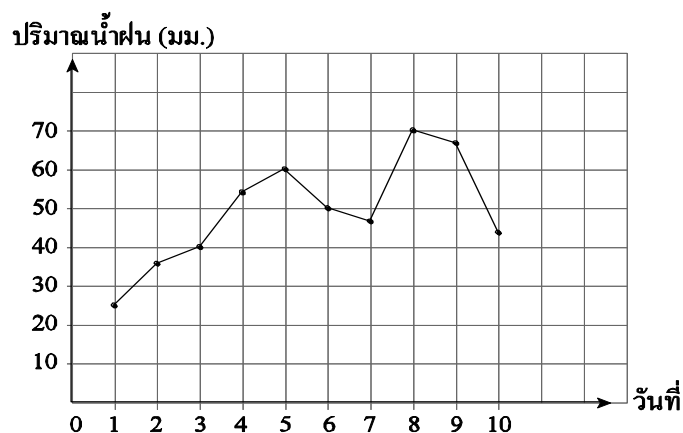
## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

การอ่านและแปลความหมายของกราฟบนระนาบในระบบพิกัดฉากจะทราบถึงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณสองกลุ่มและสามารถอธิบายความเปลี่ยนแปลงของปริมาณที่เกิดขึ้นได้

## โจทย์ตัวอย่าง

ข้อ 1. จงตอบคำถามจากกราฟต่อไปนี้

ปริมาณน้ำฝนวัดเป็นมิลลิเมตรที่หาดเจ้าสำราญ จังหวัดเพชรบุรี ในวันที่ 1 - 10 กรกฎาคม แสดงด้วยกราฟได้ดังนี้



1. วันที่ 2 วัดปริมาณน้ำฝนได้เท่าไร
2. วันที่เท่าไรฝนตกมากที่สุด วัดปริมาณน้ำฝนได้เท่าไร
3. วันที่ฝนตกน้อยที่สุด และวันที่ฝนตกมากที่สุด มีปริมาณน้ำฝนต่างกันเท่าไร
4. จงหาปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยของทั้ง 10 วัน
5. วันที่ฝนตกมากที่สุด วัดปริมาณได้มากกว่าปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยเท่าไร

## แนวคิด จากโจทย์

1. วันที่ 2 วัดปริมาณน้ำฝนได้เท่าไร

วันที่ 2 วัดปริมาณน้ำฝนได้ 35 มิลลิเมตร

2. วันที่เท่าไรฝนตกมากที่สุด วัดปริมาณน้ำฝนได้เท่าไร

วันที่ 8 ฝนตกมากที่สุด วัดปริมาณน้ำฝนได้ 70 มิลลิเมตร

3. วันที่ฝนตกน้อยที่สุด และวันที่ฝนตกมากที่สุด มีปริมาณน้ำฝนต่างกันเท่าไร

วันที่ 1 ฝนตกน้อยที่สุด 25 มิลลิเมตร

วันที่ 8 ฝนตกมากที่สุด 70 มิลลิเมตร

ดังนั้น วันที่ฝนตกน้อยที่สุดและวันที่ฝนตกมากที่สุด

มีปริมาณน้ำฝนต่างกัน  $70 - 25 = 45$  มิลลิเมตร

4. จงหาปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยของทั้ง 10 วัน

ปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยของทั้ง 10 วัน

$$= \frac{25 + 36 + 40 + 55 + 60 + 50 + 45 + 70 + 66 + 43}{10}$$

$$= \frac{490}{10} = 49 \text{ มิลลิเมตร (ประมาณ)}$$

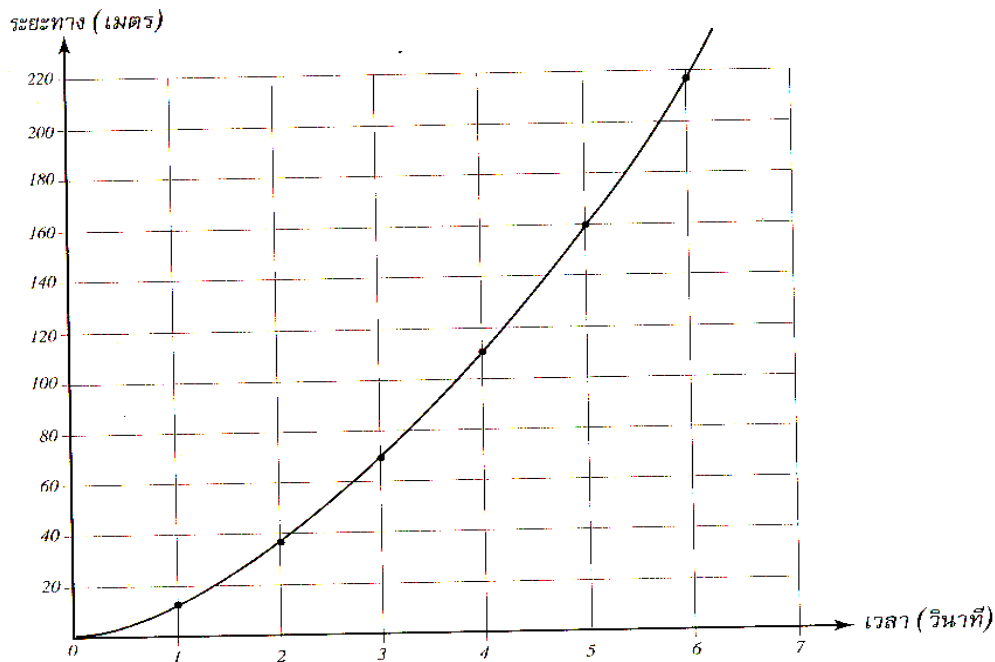
5. วันที่ฝนตกมากที่สุด วัดปริมาณได้มากกว่าปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยเท่าไร

วันที่ฝนตกมากที่สุดวัดปริมาณได้มากกว่าปริมาณน้ำฝนเฉลี่ยเท่ากับ  $70 - 49 = 21$  มิลลิเมตร

## แบบฝึกหัด ชุดที่ 6 (ค 4.2 ม.1/5)

คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ 1. เมื่อปล่อยวัตถุเป็นเนื้อเหล็กให้ตกลงจากที่สูง ระยะทางที่วัตถุตกจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาดังกราฟ ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาและระยะทางในลักษณะที่ต่อเนื่องกัน เป็นส่วนของเส้นโค้ง ดังรูป

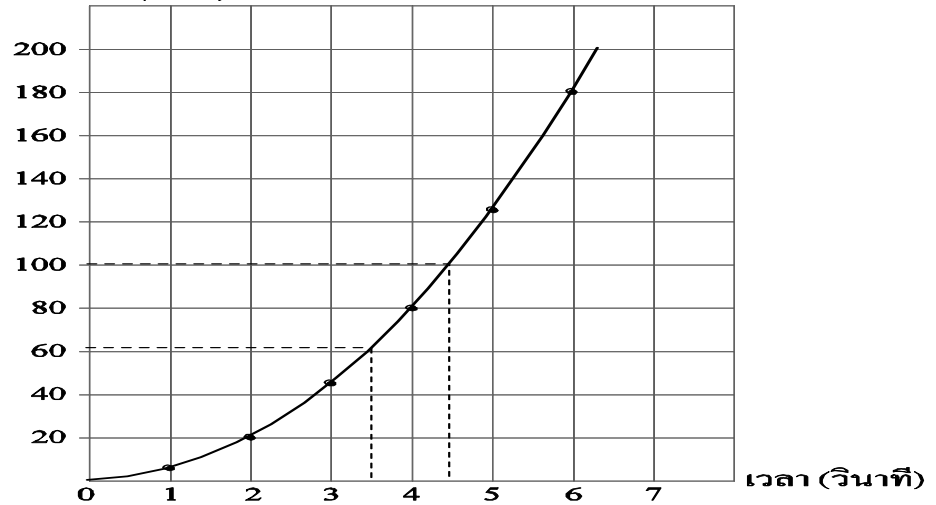


จงตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) เมื่อเวลาผ่านไป 3 วินาที วัตถุตกลงมาได้ประมาณกี่เมตร  
ตอบ .....
- (2) เมื่อเวลาผ่านไป 6 วินาที วัตถุตกลงมาได้ประมาณกี่เมตร  
ตอบ .....
- (3) ถ้าวัตถุตกลงมาได้ 90 เมตร เวลาผ่านไปประมาณกี่วินาที  
ตอบ .....
- (4) ถ้าวัตถุตกลงมาได้ 180 เมตร เวลาผ่านไปประมาณกี่วินาที  
ตอบ .....
- (5) วัตถุตกลงมาที่พิกัด (5, 160) หมายความว่าอย่างไร  
ตอบ .....

ข้อ 2. กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาและระยะทางที่วัตถุตกจากที่สูง

ระยะทาง (เมตร)



จงตอบคำถามต่อไปนี้

(1) เมื่อเวลาผ่านไป 4.5 วินาที วัตถุตกลงมาได้ประมาณกี่เมตร

ตอบ .....

(2) ถ้าวัตถุตกลงมาได้ประมาณ 120 เมตร เวลาผ่านไปประมาณกี่วินาที

ตอบ .....

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/1

แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. สมการที่มีตัวแปรเดียวและมีเลขชี้กำลังของตัวแปรเป็น 1 เรียกว่า สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวซึ่งมีรูปทั่วไปเป็น  $ax+b = 0$ , เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร  $a, b$  เป็นค่าคงตัว และ  $a \neq 0$  และสมการนี้จะมีคำตอบเพียงคำตอบเดียวเท่านั้น การแก้สมการ เป็นการใช้สมบัติการเท่ากัน เพื่อช่วยในการหาคำตอบของสมการ สมบัติของการเท่ากัน มีดังนี้ สมบัติการสมมาตร สมบัติการถ่ายทอด สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ

## โจทย์ตัวอย่าง

ข้อ 1. เทพมีเหรียญบาทและเหรียญห้าสิบบatang จำนวน 30 เหรียญ คิดเป็น 20 บาท จงหาว่าเทพมีเงินเหรียญบาทและเหรียญห้าสิบบatang ค่อย่างละกี่เหรียญ

## แนวคิด

ขั้นที่ 1 สิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบสิ่งที่กำหนดให้ คือ เทพมีเงินเหรียญบาทและเหรียญห้าสิบบatang จำนวน 30 เหรียญ คิดเป็น 20 บาท

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ เทพมีเงินเหรียญบาทและเหรียญห้าสิบบatang ค่อย่างละกี่เหรียญ

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้โจทย์ปัญหากำหนดให้ เทพมีเงินเหรียญบาท จำนวน  $x$  เหรียญ จะได้ว่า เทพมีเงินเหรียญห้าสิบบatang จำนวน  $30 - x$  เหรียญ

ขั้นที่ 3 อธิบายขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาตามแผนที่วางไว้

เหรียญบาท  $x$  เหรียญ คิดเป็นเงิน  $x$  บาท

เหรียญห้าสิบบatang  $30 - x$  เหรียญ คิดเป็นเงิน  $\frac{1}{2}(30 - x)$  บาท

$$\text{จะได้} \quad x + \frac{1}{2}(30 - x) = 20$$

$$\text{นำ 2 คูณเข้าทั้งสองข้าง} \quad - \quad 2x + \frac{2}{2}(30 - x) = 40$$

$$\text{จะได้} \quad 2x + 30 - x = 40$$

$$x = 40 - 30$$

$$\therefore x = 10$$

ดังนั้น เทพมีเงินเหรียญบาท จำนวน 10 เหรียญ

และเหรียญห้าสิบบาท จำนวน 20 เหรียญ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบด้วยวิธีที่หลากหลายและรวดเร็ว

$$\text{นำค่า } x = 10 \text{ แทนในสมการ } x + \frac{1}{2}(30 - x) = 20$$

$$10 + \frac{1}{2}(30 - 10) = 20$$

$$10 + \frac{1}{2}(20) = 20$$

ตอบ

$$10 + 10 = 20 \text{ สมการเป็นจริง}$$

#### แบบฝึกหัด ชุดที่ 7 (ค 4.2 ม.2/1)

คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ 1. ในกระปุกออมสินของมานี มีเงินเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาท รวมกัน 25 เหรียญ คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 185 บาท จงหาว่ามานีมีเงินเหรียญห้าบาทและเหรียญ สิบบาทอย่างละกี่เหรียญ

ข้อ 2. แม่ค้าขายมะนาว จัดแบ่งมะนาวเป็นกองเล็กและกองใหญ่ โดยกองเล็กมีมะนาว กองละ 5 ผล และกองใหญ่มีมะนาว กองละ 10 ผล ถ้ามะนาวทั้งกองเล็กและกองใหญ่มีทั้งหมด 30 กอง รวมเป็นมะนาว 280 ผล อยากทราบว่าแม่ค้าขายมะนาว กองเล็กและกองใหญ่อย่างละกี่กอง

ข้อ 3. แม่ค้าซื้อไข่มาจำนวนหนึ่งราคาฟองละ 2.75 บาท ขายไข่ไปฟองละ 3.25 บาท แบ่งให้เพื่อนบ้านไป 12 ฟอง ขายที่เหลือทั้งหมดยังได้กำไรอีก 111 บาท จงหาว่าแม่ค้าซื้อไข่มาทั้งหมดกี่ฟอง

ข้อ 4. มานะมีขนมอยู่หนึ่ง แบ่งให้มานี  $\frac{1}{3}$  ของจำนวนขนมในถุนั้น ปรากฏว่ามานีได้ขนมไป 6 ชิ้น จงหาว่าเดิมมานะมีขนมอยู่ที่ชิ้น

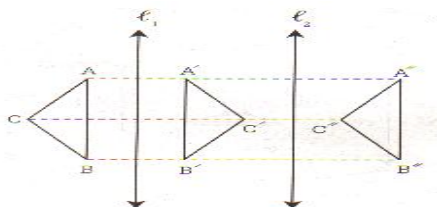
## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/2

หาพิกัดของจุด และอธิบายลักษณะของรูปเรขาคณิตที่เกิดขึ้นจากการเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุนบนระนาบในระบบพิกัดฉาก

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

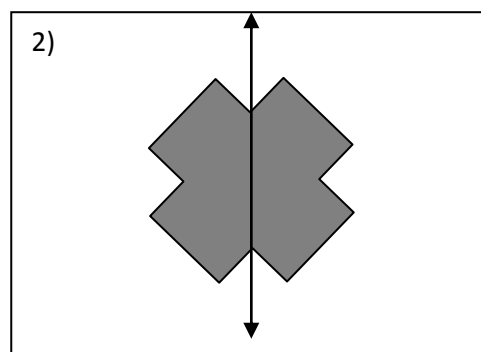
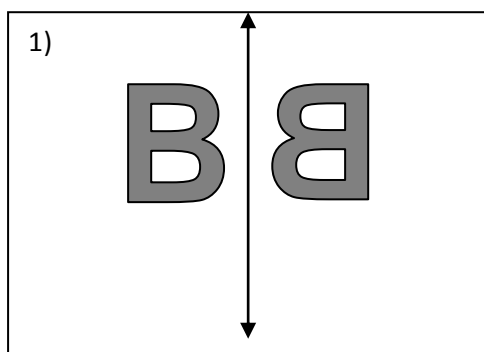
1. การเลื่อนขนาน การสะท้อน และการหมุน รูปเรขาคณิตบนระนาบในระบบพิกัดฉาก

2. การเลื่อนขนาน ( Translation) เป็นการแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบ ซึ่งทำให้รูปต้นแบบกับภาพมีรูปร่างเหมือนกันและมีขนาดเท่ากัน โดยการเลื่อนจุดทุกจุดไปบนระนาบตามแนวเส้นตรงในทิศทางเดียวกันและเป็นระยะทางที่เท่ากันตามที่กำหนด

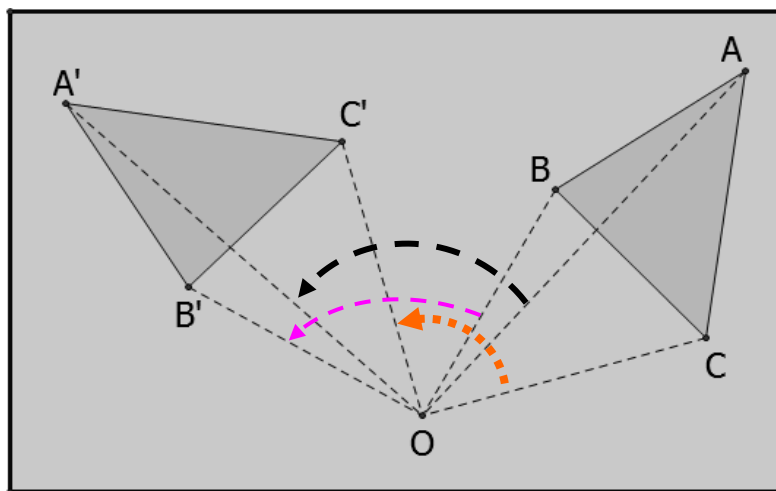


3. การสะท้อน (Reflection) เป็นการแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบ ซึ่งทำให้รูปต้นแบบกับภาพมีรูปร่างเหมือนกันและมีขนาดเท่ากัน โดยการจับคู่กันแบบหนึ่งต่อหนึ่ง ที่สมนัยกันระหว่างจุดต่าง ๆ บนรูปต้นแบบและภาพที่เกิดจากการสะท้อน ระยะระหว่างจุดบนรูปต้นแบบถึงเส้นสะท้อน ก็ระยะจากเส้นสะท้อนถึงจุดบนภาพที่สมนัยกันกับจุดบนรูปต้นแบบ มีความยาวเท่ากัน เส้นสะท้อนจะแบ่งครึ่งและตั้งฉากกับส่วนของเส้นตรงที่เชื่อมระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนภาพ ที่เกิดจากการสะท้อนที่สมนัยกัน จุดต่างๆ บนเส้นสะท้อน เป็นจุดคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงตำแหน่งเมื่อทำการสะท้อน การสะท้อน ครึ่งรูป เมื่อพับตามแนวเส้นสะท้อน รูปซีกซ้ายและซีกขวาจะทับกันสนิทพอดี เรียกว่า เส้นสะท้อนสมมาตร

## การสะท้อนของรูปต่าง ๆ

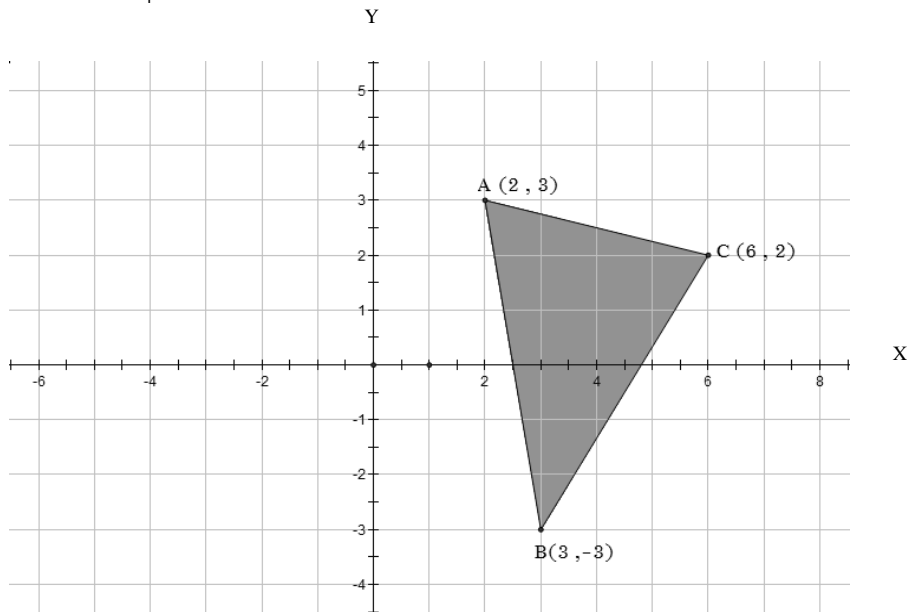


4. การหมุน(Rotation) เป็นการแปลงทางเรขาคณิตของรูปบนระนาบ ซึ่งทำให้รูปต้นแบบกับภาพมีรูปร่างเหมือนกันและเท่ากัน โดยการจับคู่ระหว่างจุดแต่ละจุดบนรูปต้นแบบกับจุดแต่ละจุดบนภาพที่สมนัยกันซึ่งจุดบนรูปต้นแบบเคลื่อนที่รอบจุดหมุนด้วยขนาดของมุมที่กำหนดให้ และจุดแต่ละคู่ที่สมนัยกันจะมีระยะห่างจากจุดหมุนเป็นระยะเท่ากัน



โจทย์ตัวอย่าง

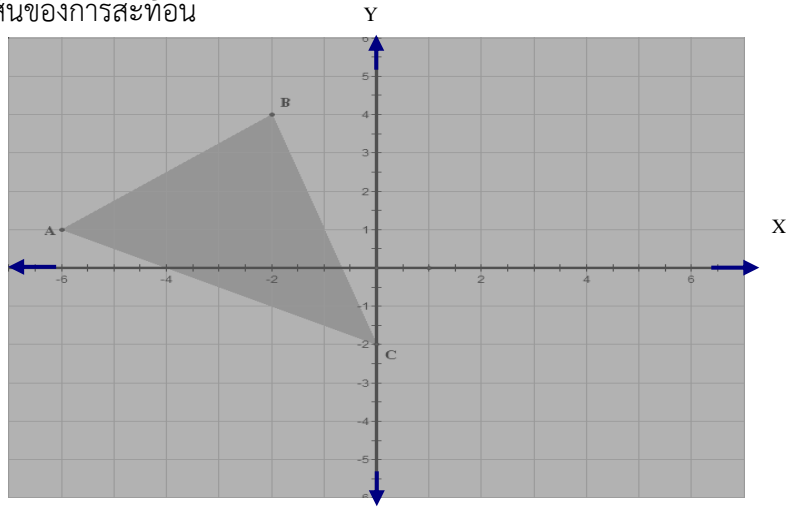
ข้อ 1. กำหนด  $\triangle ABC$  มีจุด  $A(2,3)$  ,  $B(3,-3)$  และ  $C(6,2)$  และมี  $\triangle A'B'C'$  เป็นภาพที่ได้จากการเลื่อนขนาน  $\triangle ABC$  จุด  $A'$  มีพิกัดเป็น  $(-5,3)$  จงหาพิกัดของ  $B'$  และพิกัด  $C'$



ตอบ พิกัดของ  $B'$  .....  $(-4,-3)$  ..... พิกัดของ  $C'$  .....  $(-1,2)$  .....

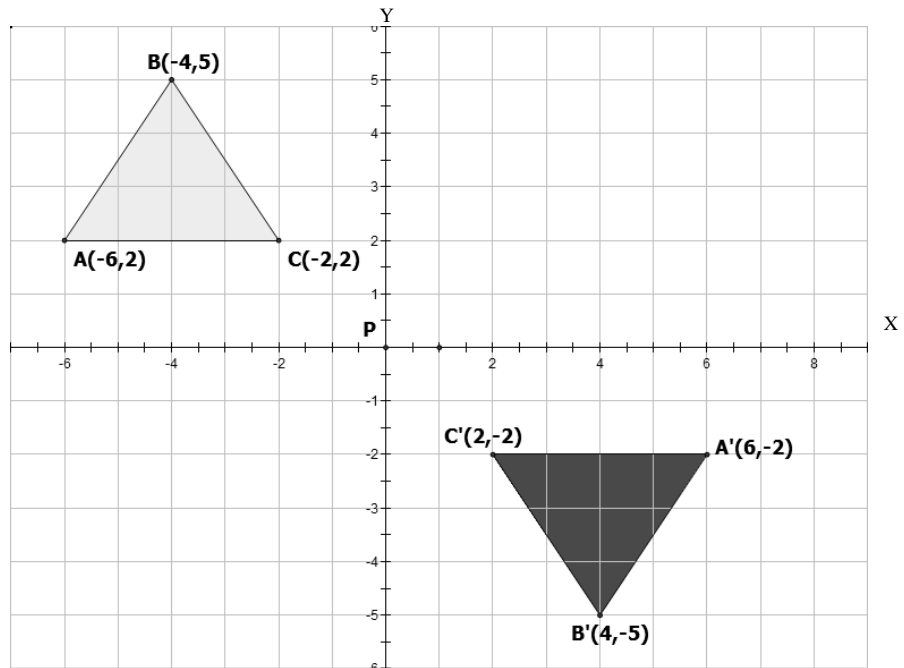


ข้อ 2. หาพิกัดของจุดบนรูปที่ได้จากการสะท้อนของรูปต้นแบบที่กำหนดให้ในแต่ละข้อโดยมีแกน Y เป็นเส้นของการสะท้อน



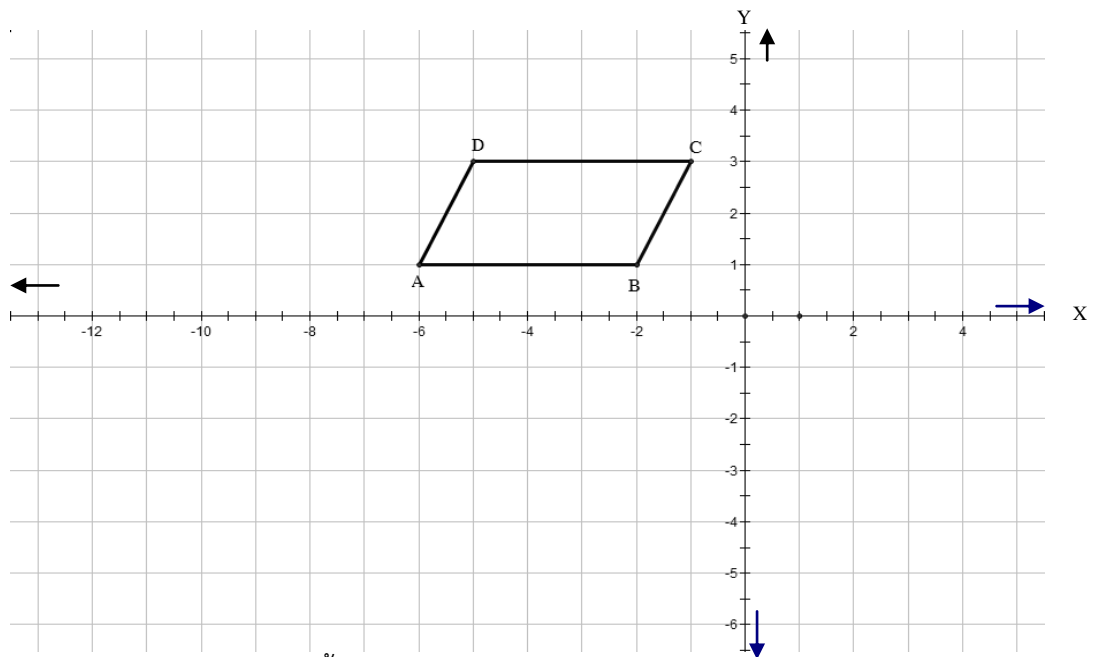
ตอบ... พิกัดของ A' .....(6,1)..... B' .....(2,4)..... C' .....(0,-2).....

ข้อ 3. การสร้างรูปสามเหลี่ยม ABC และให้ P เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกา เป็น 180 องศา และได้ ภาพปรากฏ ดังนี้



แบบฝึกหัด ชุดที่ 8 (ค 4.2 ม.2/2)

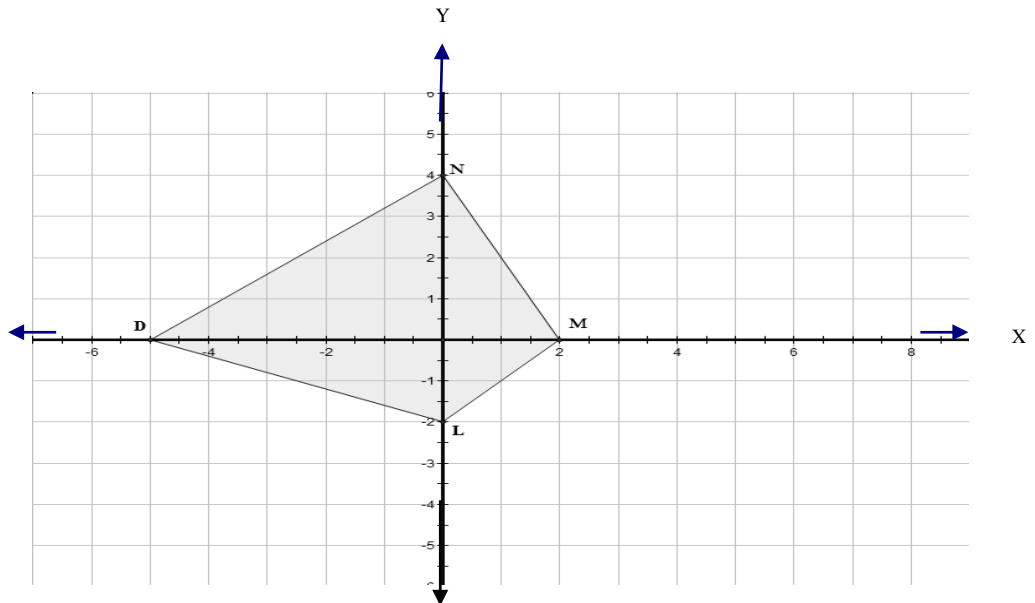
ข้อ 1 กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพิกัด ดังนี้ A (-6,1) , B (-2,1) , C (-1,3) และ



D (-5,3) จงสร้างต่อไปนี้

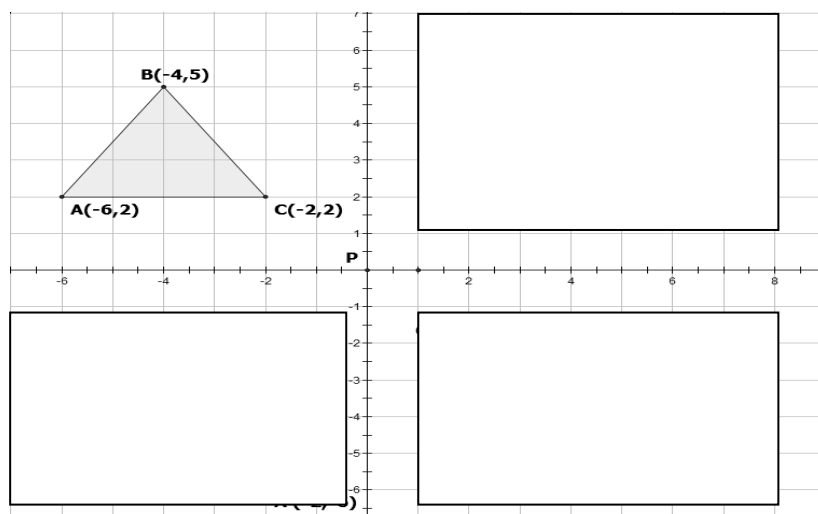
- 1) รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานของรูปสี่เหลี่ยม ABCD ขนานกับแกน X ไปทางซ้าย 5 หน่วย พร้อมทั้งหา จุดพิกัด
- 2) รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปสี่เหลี่ยม ABCD ขนานกับแกน Y ลงมาด้านล่าง 4 หน่วย พร้อมทั้งหา จุดพิกัด

ข้อ 2 . จงหาพิกัดของจุดบนรูปที่ได้จากการสะท้อนของรูปต้นแบบที่กำหนดไว้ในแต่ละข้อ โดยมีแกน Y เป็นเส้นของการสะท้อน



พิกัดของ  $N'$  .....  $D'$  .....  $L'$  .....  $M'$  .....

ข้อ 3. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม ABC และให้ P เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกาเป็น 90 องศา ตามรูปต้นแบบ ดังนี้



ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/1

ใช้ความรู้เกี่ยวกับอสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

การแก้อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจะใช้สมบัติของการไม่เท่ากันในการหาคำตอบและตรวจสอบคำตอบ

1. อสมการ คือ ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึงความสัมพันธ์ของจำนวน โดยมีสัญลักษณ์

“  $>$  ,  $<$  ,  $\geq$  ,  $\leq$  หรือ  $\neq$  ” บอกรความสัมพันธ์ของจำนวน

คำตอบของอสมการ คือ จำนวนที่แทนตัวแปรแล้วในอสมการทำให้อสมการเป็นจริงหรือสอดคล้องกับอสมการ

2. อสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คือ อสมการซึ่งพหุนามในอสมการเป็นพหุนามที่มีตัวแปรเพียงตัวเดียวและดีกรีของพหุนามเท่ากับ 1 เช่น  $3X - 4 < 2X + 5$  และ  $4X \neq 24$

3. อสมการที่สมมูลกัน อสมการ A สมมูลกับอสมการ B ก็ต่อเมื่อ คำตอบทุกคำตอบของอสมการ A เป็นคำตอบทุกคำตอบของอสมการ B และคำตอบทุกคำตอบของอสมการ B เป็นคำตอบของอสมการ A เช่น

$$X - 4 < 5 \quad \text{สมมูลกับ} \quad 2X < X + 9$$

$$4X - 6 < 2X + 8 \quad \text{สมมูลกับ} \quad X < 7$$

4. สมบัติของการไม่เท่ากัน ให้ a, b และ c แทนจำนวนใด ๆ

(1) สมบัติการถ่ายทอด ถ้า  $a < b$  และ  $b < c$  แล้ว  $a < c$

(2) สมบัติการบวกด้วยจำนวนที่เท่ากัน ถ้า  $a < b$  แล้ว  $a + c < b + c$

(3) สมบัติการคูณด้วยจำนวนที่เท่ากัน เมื่อ  $c > 0$  ถ้า  $a < b$  แล้ว  $ac < bc$

เมื่อ  $c < 0$  ถ้า  $a < b$  แล้ว  $ac > bc$

ข้อควรระวัง เมื่อนำจำนวนลบมาคูณหรือหารในอสมการจะต้องเปลี่ยนเครื่องหมายเป็นตรงกันข้าม ดังนี้

$>$  เปลี่ยนเป็น  $<$

$\geq$  เปลี่ยนเป็น  $\leq$

$<$  เปลี่ยนเป็น  $>$

$\leq$  เปลี่ยนเป็น  $\geq$

เช่น  $-2X > 6$

$2X < -6$

$$x < -3$$

### 5. การแก้อสมการ

#### 5.1 ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษาคือ ประโยคที่ใช้ติดต่อสื่อสารกันในชีวิตประจำวัน  
 ประโยคสัญลักษณ์ คือ ประโยคที่ถูกสร้างขึ้นมาจากประโยคภาษาเพื่อความ  
 สะดวกในการคิดคำนวณ

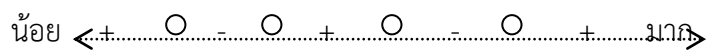
ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
ครึ่งหนึ่งของห้าสิบน้อยกว่าสามสิบ	$\frac{1}{2} \times 50 < 30$

### 6. หลักการแก้อสมการ

- 6.1 คำตอบที่ได้จากอสมการจะอยู่ในรูปช่วง
- 6.2 ถ้าคูณหรือหารด้วยค่าลบ(จำนวนจริงลบ) เครื่องหมายของอสมการต้องเปลี่ยนเป็นตรงข้าม
- 6.3 การแก้อสมการกำลังสูงสุดแค่หนึ่งให้ใช้หลักการแก้เหมือนการแก้สมการคือย้ายข้างได้สำหรับการบวกและลบนิยมนำตัวแปรไว้ด้านหนึ่ง

### 7. การแก้อสมการที่มีกำลังมากกว่าหนึ่ง

- 7.1 ทำทางขวามือของอสมการให้มีค่าเป็นศูนย์
- 7.2 แยกตัวประกอบของอสมการให้อยู่ในรูปผลคูณหรือผลหารของฟังก์ชัน
- 7.3 พิจารณาดูว่าค่าใดบ้างที่ทำให้ตัวประกอบแต่ละตัวเท่ากับศูนย์
- 7.4 นำค่าที่ได้ใส่ลงในเส้นจำนวน โดยเรียงจากน้อยไปมาก



กำหนดให้ช่วงทางขวามือสุดเป็นค่าบวก และถัดมาเป็นค่าลบ บวก ลบ ..... สลับไปเรื่อย ๆ ตามจำนวนของช่วงที่มีอยู่

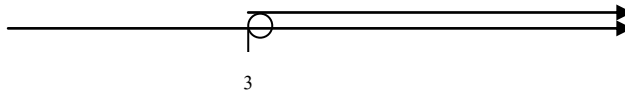
#### 7.5 พิจารณาหาคำตอบ โดยใช้หลัก

- (1) ถ้าอสมการเครื่องหมาย  $>$  ,  $\geq$  เลือกช่วงที่มีค่าบวก(+)
- (2) ถ้าอสมการเครื่องหมาย  $<$  ,  $\leq$  เลือกช่วงที่มีค่าลบ(-)

**8. คำตอบและกราฟแสดงคำตอบของสมการ**


8.1 คำตอบของสมการ เช่น  $X - 3 > 0$  จะให้  $X > 3$  จะได้ว่าคำตอบของสมการ คือ  $X > 3$  (ทุกค่าที่มากกว่า 3)

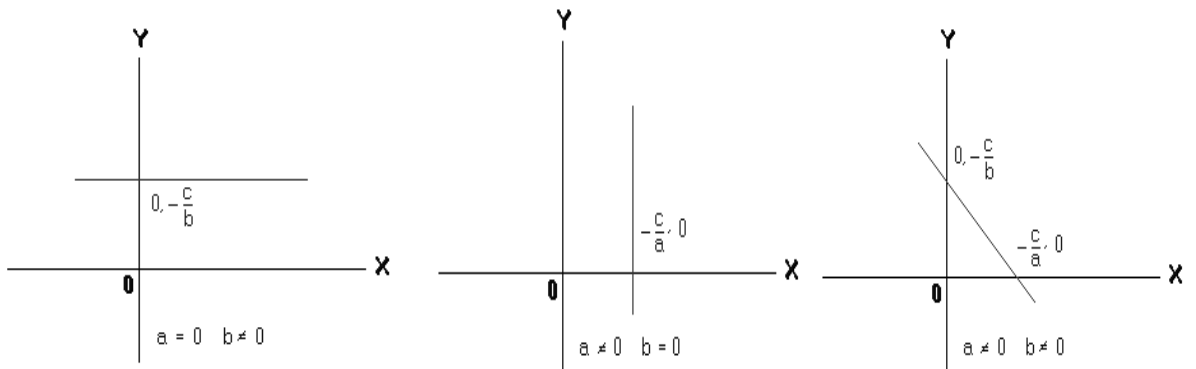
8.2 กราฟแสดงคำตอบ จาก  $X > 3$  เขียนกราฟแสดงคำตอบได้ดังนี้



**9. โจทย์ปัญหาสมการ** หาคำตอบแบบเดียวกับสมการ แต่มักจะใช้คำพูดว่า ไม่ถึง, ไม่น้อยกว่า, ไม่มากกว่า, เป็นต้น


**10. สมการเชิงเส้น** การแก้ปัญหสมการเชิงเส้น มีลักษณะประยุกต์มาจากสมการ เช่น สมการเชิงเส้น มีตัวแปรและความสำคัญอยู่ในรูป

$ax + by + c = 0$	
ถ้า $a = 0 \quad b \neq 0$	จะได้เส้นตรงที่ขนานกับแกน x และตัดแกน y ที่ $(0, -\frac{c}{b})$ 
ถ้า $a \neq 0 \quad b = 0$	จะได้เส้นตรงที่ขนานกับแกน y และตัดแกน x ที่ $(-\frac{c}{a}, 0)$
ถ้า $a \neq 0 \quad b \neq 0$	จะได้เส้นตรงตัดแกน x ที่ $(-\frac{c}{a}, 0)$ ตัดแกน y ที่ $(0, -\frac{c}{b})$



กราฟสมการสองตัวแปร

ในการใช้งานอสมการ คือ การแทนฟังก์ชันในสมการด้านที่มีเครื่องหมาย  $>$   $<$  อยู่กลาง โดยหากเป็นอสมการที่มีตัวแปรสองตัวก็จะอยู่ในรูป

$ax + by + c < 0$	และ	$ax + by + c \leq 0$
$ax + by + c > 0$	และ	$ax + by + c \geq 0$
เมื่อ $x$ และ $y$ เป็นตัวแปรลำดับกำลังหนึ่ง ส่วน $a, b, c$ เป็นค่าคงตัว ซึ่ง $a \neq 0$ หรือ $b \neq 0$		
กรณีที่ $b = 0$		กรณีที่ $b \neq 0$

โจทย์ตัวอย่าง จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

ข้อ 1.  $3x + 5 > 2x + 3$

วิธีทำ  $3x + 5 > 2x + 3$

นำ  $-2x$  บวกเข้าทั้งสองข้าง จะได้

$$3x + 5 + (-2x) > 2x + 3 + (-2x)$$

$$x + 5 > 3$$

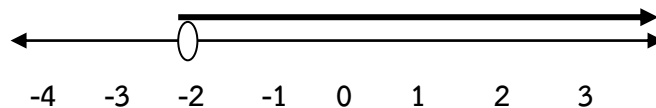
นำ  $-5$  บวกทั้งสองข้าง จะได้

$$x + 5 + (-5) > 3 + (-5)$$

$$x > -2$$

ตอบ คำตอบอสมการคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า  $-2$

กราฟแสดงคำตอบ



ข้อ 2.  $-5 + r < -9$

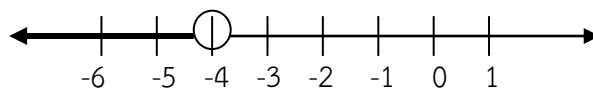
วิธีทำ  $-5 + r < -9$

$-5 + 5 + r < -9 + 5$  (นำ 5 บวกทั้งสองข้าง)

$r < -4$

ตอบ

กราฟแสดงคำตอบ



ข้อ 3.  $3x - 7 > x + 1$

วิธีทำ  $3x - x > 1 + 7$

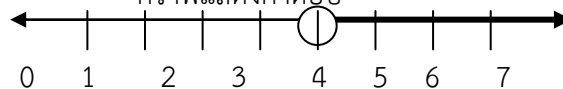
$2x > 8$

$x > \frac{8}{2}$

$x > 4$

ตอบ

กราฟแสดงคำตอบ



ข้อ 4.  $\frac{2x}{3} - \frac{1}{4} \leq \frac{7}{4}$

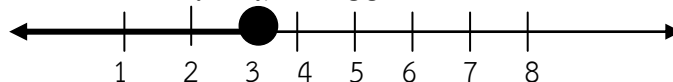
$\frac{2x}{3} \leq \frac{7}{4} + \frac{1}{4}$

$\frac{2x}{3} \leq 2$

$x \leq \frac{2 \times 3}{2} \quad \therefore x \leq 3$

ตอบ

กราฟแสดงคำตอบ





แบบฝึกหัด ชุดที่ 9 (ค 4.2 ม.3/1)

คำชี้แจง จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ

1. จงแก้สมการ  $5X + 6 < 7X + 8$

2. จงแก้สมการ  $-8X + 7 < -15 + 6X$

3. จงแก้สมการ  $-4X + 1 \geq 9$

4. จงแก้สมการ  $10 - a > 8$

5. จงแก้สมการ  $\frac{c}{2} - 1 \leq 5$

6. จงหาคำตอบของสมการ  $\frac{3x}{5} - 5 \neq \frac{4x}{5} + 2$

7. เด็กชายแสนดีได้รับเงินจากพ่อและแม่เป็นจำนวนเท่า ๆ กัน เพื่อเป็นค่าใช้จ่ายประจำสัปดาห์ เมื่อสิ้นสัปดาห์เขารวมรายจ่ายแล้วพบว่าได้ใช้เงินไปทั้งสิ้น 310 บาท และฝากธนาคารออมสินไว้ 100 บาท เมื่อนับเงินที่เหลือแล้วปรากฏว่าเหลือไม่ถึง 50 บาท จงหาว่าเด็กชายแสนดีได้รับเงินจากพ่อเท่าไร

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/2

เขียนกราฟแสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้น  
สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

กราฟแสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นมีลักษณะ  
เป็นเส้นตรง ส่วนของเส้นตรงหรือเป็นจุด ที่เรียงอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน

### 1. ระบบสมการเชิงเส้น (system of linear equations)

สมการเชิงเส้น (Linear equation) หมายถึง สมการใด ๆ ที่มีตัวแปร 1 ตัว  
หรือ 2 ตัว หรือ 3 ตัว แต่กำลังของตัวแปรนั้น ๆ ต้องเป็น 1 เสมอ เช่น  $aX + bY + cZ = d$

### 2. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร (Linear equation with two variable)

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ สมการที่อยู่ในรูปทั่วไป คือ  $Ax + By + C = 0$  เมื่อ  $A, B, C$   
เป็นค่าคงที่  $A, B$  ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน และ  $x, y$  เป็นตัวแปร

ข้อสังเกต

1. สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เป็นสมการที่มีตัวแปรสองตัวเลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัว  
เป็น 1 และไม่มีการคูณกันของตัวแปร

2. คำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ที่มี  $X$  และ  $Y$  เป็นตัวแปรได้แก่ ค่าของ  $X$  และ  $Y$   
ที่ทำให้สมการเป็นจริง นิยมเขียนในรูปคู่อันดับ  $(X, Y)$

เช่น  $(4, 8)$  จะได้ว่า  $X = 4, Y = 8$

สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็น 1 และไม่มีการคูณของตัว  
แปร เรียกว่า สมการเชิงเส้นสองตัวแปร เช่น  $2X + Y = 5$  เมื่อ  $X, Y$  แทนจำนวนเต็ม ซึ่ง  
เขียนกราฟจากรูปสมการ  $2X + Y = 5$

โจทย์ตัวอย่าง มีนักกีฬาชาย หญิงรวมกัน 12 คน จงเขียนคู่อันดับ (X, Y)

วิธีทำ ให้ X แทนจำนวนนักกีฬาชาย  
ให้ Y แทนจำนวนนักกีฬาหญิง

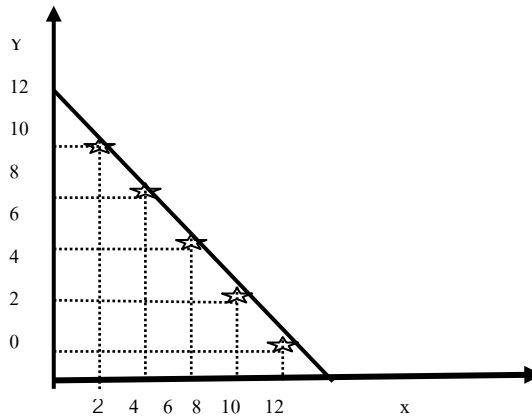


จากโจทย์เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ ได้ดังนี้  $X + Y =$

12

X	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	11	10	9	8	7	6	5	4

จากตาราง เขียนให้อยู่ในรูปคู่อันดับ (X, Y) ได้ดังนี้ (1, 11), (2, 10), (3, 9), (4, 8), (5, 7), (6, 6), (7, 5), (8, 4), (9, 3), (10, 2), (11, 1) นำมาเขียนกราฟได้ดังนี้



แบบฝึกหัด ชุดที่ 10 ค 4.2 ม.3/2

คำชี้แจง จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงเขียนกราฟของสมการต่อไปนี้โดยใช้แกนคู่เดียวกัน เส้นตรงเหล่านี้ตัดแกน  $y$  ที่จุดใด
  - 1.1  $y = -2x$
  - 1.2  $y = -x$
2. จงเขียนกราฟของสมการต่อไปนี้โดยใช้แกนคู่เดียวกัน เส้นตรงเหล่านี้ตัดแกน  $y$  ที่จุดใด
  - 2.1  $y = -x + 1$
  - 2.2  $y = -2x + 1$
3. จงแก้สมการ  $2x + y = -3$  และ  $2x + y = 3$  แล้วเขียนกราฟลงบนแกนคู่เดียวกัน

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/3

เขียนกราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่อยู่ในรูป  $Ax + By + C = 0$  แสดงความเกี่ยวข้องระหว่างปริมาณสองชุดที่มีความสัมพันธ์เชิงเส้นมีลักษณะเป็นเส้นตรง ส่วนของเส้นตรงหรือเป็นจุด ที่เรียงอยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน

2. กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คือ กราฟของคำตอบของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ซึ่งเกิดจากการนำคำตอบไปเขียนกราฟจากรูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

$$\text{คือ } Ax + By + C = 0 \quad \text{จะได้ } By = -Ax - C$$

$$Y = (-A/B)x - C/B \quad \text{ให้ } a = -A/B \quad \text{และ } b = -C/B$$

ปรับรูปสมการใหม่ จะได้  $y = ax + b$  เมื่อ  $a, b$  เป็นค่าคงตัว  $x, y$  เป็นตัวแปร ( $a$  คือ ความชัน,  $b$  เป็นตำแหน่งที่กราฟตัดแกน  $Y$  ที่จุด  $(0, b)$ )

สมการในรูป  $y = ax + b$  เรียกว่า รูปมาตรฐานของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดย  $a$  เรียกว่าความชันของเส้นตรง ซึ่งค่าของ  $a$  และ  $b$  จะทำให้ทราบลักษณะกราฟดังนี้คือ

1. ค่าของ  $a$  บอกให้ทราบว่ากราฟทำมุมอย่างไรกับแกน  $x$  ดังนี้

$a > 0$     กราฟจะทำมุมแหลมกับแกน  $x$

$a < 0$     กราฟจะทำมุมป้านกับแกน  $x$

$a = 0$     กราฟจะขนานกับแกน  $x$

2. ค่าของ  $b$  จะบอกให้ทราบว่ากราฟตัดแกน  $y$  ที่จุดใดโดยกราฟจะตัดแกน  $y$  ที่  $(0, b)$

3. ถ้าสมการใด ๆ ที่มีค่า  $a$  เท่ากัน จะได้กราฟที่ขนานกัน

4. ถ้าสมการใด ๆ ที่มีค่า  $a$  คูณกันได้  $-1$  จะได้กราฟ 2 เส้นตั้งฉากกัน

5. เนื่องจากกราฟของสมการ  $y = ax + b$  เป็นเส้นตรง ดังนั้นในการเขียนกราฟของสมการดังกล่าวจึงสามารถทำได้โดยการหาจุดเพียง 2 จุด ที่แทน  $(x, y)$  แล้วทำให้สมการนั้นเป็นจริง

โจทย์ตัวอย่าง จงเขียนกราฟของสมการ  $2x + y = 3$

แนวคิด  $2x + y = 3$

ย้ายข้าง จะได้  $Y = 3 - 2x$

(กำหนดให้  $X = 1$ ) แทนค่า  $y = 3 - 2(1)$

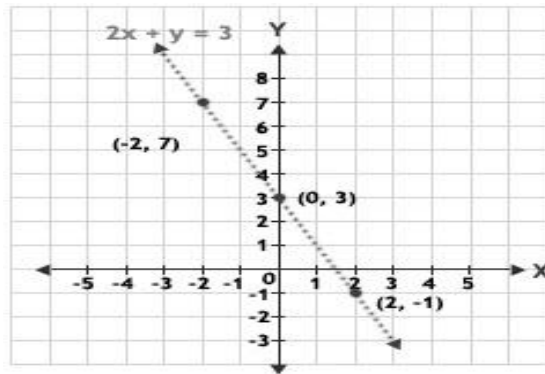
$$y = 3 - 2 \quad \therefore y = 1$$

ตรวจคำตอบ  $2x + y = 3, (x=1, y=1)$

แทนค่า  $2(1) + 1 = 3$

$$3 = 3$$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	7	5	3	1	-1	-3	-5



### แบบฝึกหัดชุดที่ 11 (ค 4.2 ม.3/3 )

- ข้อ 1 จงหาค่า  $x$  และ ค่า  $y$  จากระบบสมการ  $x + y = 4$  และ  $x - y = 2$
- ข้อ 2 จงแก้สมการ  $x + y = 8$  และ  $x - y = 2$  แล้วเขียนกราฟลงบนแกนคู่เดียวกัน
- ข้อ 3 จงแก้ระบบสมการ  $2a - b = 3$  และ  $a + 2b = 4$
- ข้อ 4 จงแก้ระบบสมการ  $4x - 3y = 12$  และ  $8x - 6y - 24 = 0$

**ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/4**

อ่านและแปลความหมายกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและกราฟอื่น ๆ

**สิ่งที่นักเรียนต้องรู้**

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรอาจมีคำตอบเดียว มีหลายคำตอบหรือไม่มีคำตอบ โดยพิจารณาได้จากกราฟของสมการทั้งสองของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรนั้น ๆ

1. ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร (system of linear equation with two variable) ให้  $a, b, c, d, e$  และ  $f$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ ที่  $a, b$  ไม่เป็นศูนย์พร้อมกันและ  $c, d$  ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน เรียก  $ax + by = e$

$cx + dy = f$  ว่าระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร คำตอบของระบบสมการเชิงเส้น คือ ค่าของ  $x$  และ  $y$  ที่ทำให้ระบบสมการนั้นเป็นจริง ซึ่งอาจมีค่าเดียว มีหลายค่า หรือไม่มีคำตอบก็ได้ การแก้ระบบสมการเชิงเส้นมีวิธีการ 3 วิธี คือ

- 1.1 โดยการใช้กราฟ
- 1.2 โดยการกำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่ง
- 1.3 โดยการแทนค่าตัวแปรตัวหนึ่งในรูปตัวแปรตัวหนึ่ง

2. การแก้ระบบสมการโดยใช้กราฟ คือ การเขียนกราฟเส้นตรงจากระบบสมการที่กำหนดให้คำตอบของระบบสมการคือ จุดตัดของกราฟทั้งสองที่ได้ คือ  $(x, y)$  ซึ่งเป็นคำตอบของระบบสมการ ถ้าในกรณีที่กราฟทั้งสองเส้นขนานกัน แสดงว่าระบบสมการนั้นไม่มีคำตอบ และถ้ากราฟที่ได้ทั้งสองเส้นทับกันแสดงว่าระบบสมการนั้นมีคำตอบหลายคำตอบ

3. การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยการกำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่ง การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยวิธีนี้จะใช้การบวกหรือการลบ ดังนี้

1. ใช้สมบัติการบวก ถ้า  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่

$$\begin{array}{rcl} a = b & \dots\dots\dots & \textcircled{1} \\ c = d & \dots\dots\dots & \textcircled{2} \\ \textcircled{1} + \textcircled{2} & & a + c = b + d \end{array}$$

2. ใช้สมบัติการลบ ถ้า  $a, b, c$  และ  $d$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ โดยที่

$$\begin{array}{rcl} a = b & \dots\dots\dots & \textcircled{1} \\ c = d & \dots\dots\dots & \textcircled{2} \\ \textcircled{1} - \textcircled{2} & & a - c = b - d \end{array}$$

และการจะเลือกใช้สมบัติการบวกหรือการลบ

ให้พิจารณาวิธีการแก้ระบบสมการ ต่อไปนี้

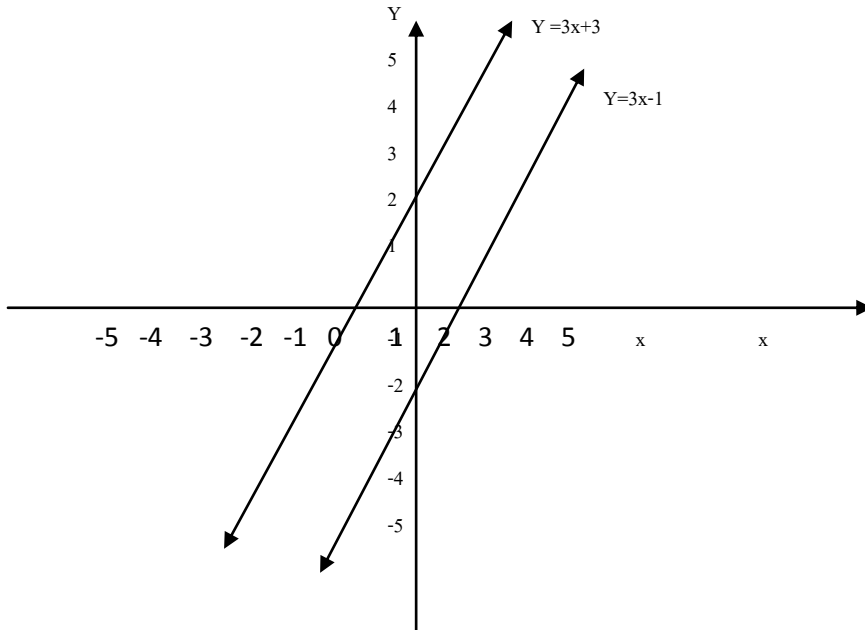
1. ถ้าต้องการกำจัดตัวแปรใด ให้ใช้สมบัติการคูณ ทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัดนั้นให้เท่ากัน หรือให้เป็นจำนวนตรงข้ามกัน
2. ถ้าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัด เท่ากัน ให้ใช้สมบัติการลบ จะทำให้ตัวแปรนั้นหายไป
3. ถ้าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรที่ต้องการกำจัดเป็นจำนวนตรงข้ามกัน ให้ใช้สมบัติการบวก จะทำให้ตัวแปรนั้นหายไป
4. แก้สมการหาค่าตัวแปรที่เหลือ
5. นำค่าของตัวแปรที่ได้ในข้อ 4 แทนค่าในสมการที่โจทย์กำหนดสมการใดสมการหนึ่ง จะได้ค่าของตัวแปรที่เหลือ

**4. การแก้ระบบสมการโดยการแทนค่า** การแก้ระบบสมการโดยการแทนค่า ใช้วิธีการแทนค่าตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งจากสมการหนึ่ง ในสมการอีกอีกตัวหนึ่ง



โจทย์ตัวอย่าง ให้  $x, y$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ จงหาคำตอบของระบบสมการ  $5y + 5 = 15x$  และ  $12x - 4y = -12$

แนวคิด



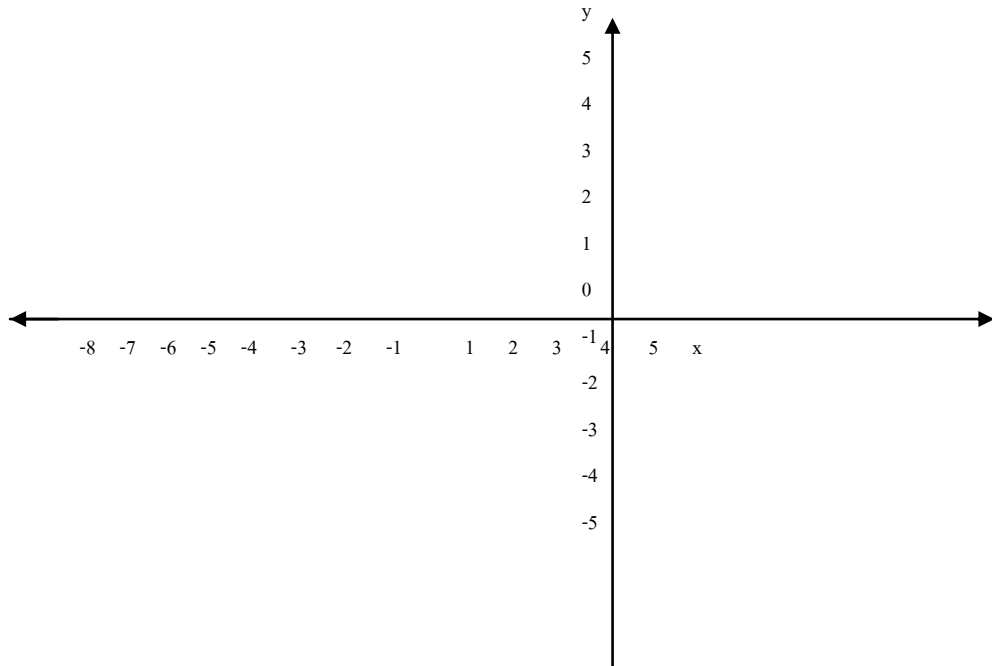
จากกราฟเส้นตรงทั้งสองเส้นขนานกันไม่เกิดจุดตัด ดังนั้นระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบ  
 ตอบ ระบบสมการนี้ไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง



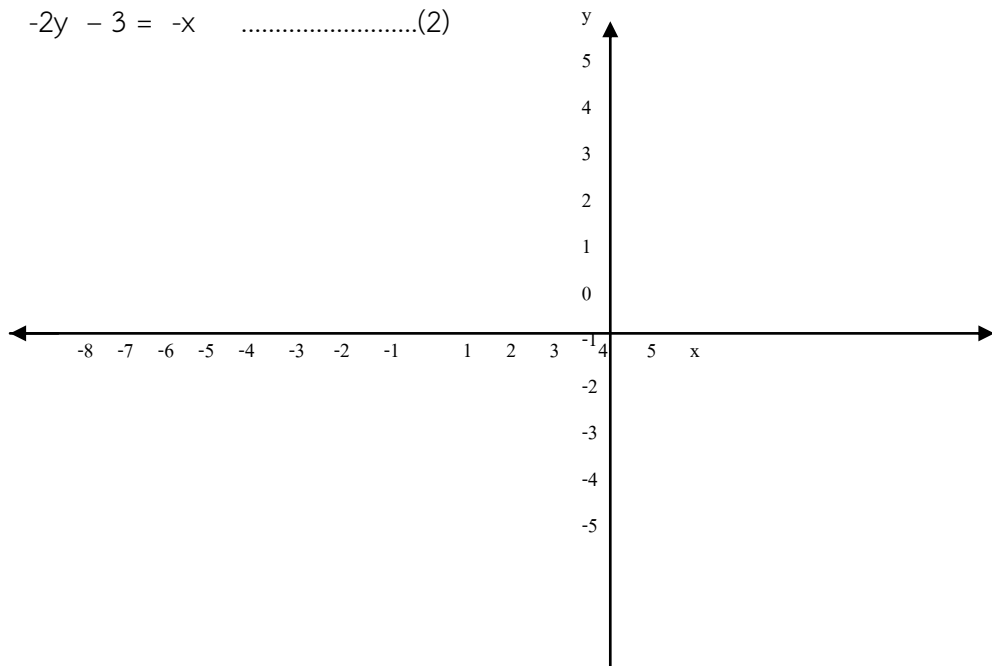
แบบฝึกหัดชุดที่ 12 (ค 4.2 ม.3/4 )

คำชี้แจง จงหาคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้ โดยวิธีเขียนกราฟ

1.  $2x + 3y - 9 = 0$  .....(1)  
 $x - y + 8 = 0$  .....(2)



2.  $-4y - 6 = -2x$  .....(1)  
 $-2y - 3 = -x$  .....(2)



## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/5

แก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและนำไปใช้แก้ปัญหา พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรเป็นการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร อาจหาคำตอบได้โดยใช้กราฟหรือใช้สมบัติการเท่ากัน

## 1. โจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปร

## ขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1. สมมติตัวแปรสองชนิด แทนสิ่งที่โจทย์ถาม
2. พิจารณาว่าตัวแปรที่สมมติเกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กับโจทย์หรือตัวเลขอื่น ๆ ในโจทย์อย่างไร
3. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามเงื่อนไขของโจทย์
4. แก้ระบบสมการโดยอาศัยการแก้ระบบสมการหรือตามแต่วิธีที่สะดวก

วิธีแก้สมการเชิงเส้นสองสมการ สองตัวแปร Solving Two Linear Equations with Two Unknowns การแก้สมการเชิงเส้นสองสมการ สองตัวแปร มีอยู่ 2 วิธีใหญ่ๆ ดังนี้คือ

1. วิธี จัด Term (Express in term) และวิธีจัดเทอมประยุกต์
2. วิธี กำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งให้หมดไป (Eliminating)

## โจทย์ตัวอย่าง

จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมเขียนกราฟแสดงคำตอบ

ข้อ 1.  $X + Y = 5$  .....เป็นสมการที่ (1)  
 $X - Y = 1$  .....เป็นสมการที่ (2)

\* แนวคิด : วิธีจัด Term (Express in term)

1.1 เขียนตัวแปรหนึ่งให้อยู่ในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่ง (จัด Term)

เช่น  $X + Y = 5$  .....สมการที่ (1)  
เขียนได้เป็น  $X = 5 - Y$  .....สมการที่ (3)

1.2 แทนค่าตัวแปรที่ได้จากข้อ 1.1 ในสมการที่ไม่ใช่สมการเดิม จากโจทย์ คือการนำค่า X จากสมการที่ (3) แทนลงไปในสมการที่ (2)

$$X - Y = 1 \quad \dots\dots\dots\text{สมการที่ (2)}$$

แทนค่าเป็น  $(5 - Y) - Y = 1 \quad \dots\dots\dots\text{สมการที่ (4)}$

สังเกตว่า เมื่อแทนค่าแล้ว จะได้สมการใหม่เป็น หนึ่งสมการ หนึ่งตัวแปร

ดังนั้นเมื่อจำนวนตัวแปร เท่ากับ จำนวนสมการ เราจึงแก้สมการหาค่าตัวแปรตัวเดียว

1.3 แก้สมการที่ได้จากข้อ 1.2

$$(5 - Y) - Y = 1 \quad \dots\dots\dots\text{สมการที่ (4)}$$

$$5 - 2Y = 1$$

$$-2Y = 1 - 5$$

$$-2Y = -4$$

$$Y = 2$$

1.4 นำค่าที่ได้จากการแก้สมการข้อ 1.3 ไปแทนค่าตัวแปรในสมการใดก็ได้ [สมการที่ (1) หรือ สมการที่ (2) ก็ได้] เพื่อหาค่าตัวแปรที่เหลือ

ในที่นี้แทนค่า  $Y = 2$  ลงในสมการที่ (2)

$$X - Y = 1 \quad \dots\dots\dots\text{สมการที่ (2)}$$

$$X - 2 = 1$$

$$X = 2 + 1$$

$$X = 3$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการนี้ คือ  $X = 3, Y = 2$

**\*\* วิธีจัดเทอมประยุกต์**

คือ เขียนตัวแปรหนึ่งให้อยู่ในรูปของตัวแปรอีกตัวหนึ่งทั้งสองสมการ

$$X + Y = 5 \quad \dots\text{เป็นสมการที่ (1)} \implies X = 5 - Y$$

$$X - Y = 1 \quad \dots\text{เป็นสมการที่ (2)} \implies X = 1 + Y$$

จับ X ของสมการที่ (1) เท่ากับ X ของสมการที่ (2) จะได้ว่า  $5 - Y = 1 + Y$

$$5 - 1 = Y + Y$$

$$4 = 2Y$$

$$Y = 2$$

นำค่า  $Y = 2$  แทนค่าลงในสมการที่ (1) จะได้  $X + 2 = 5$

$$X = 3$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการนี้ คือ  $X = 3, Y = 2$



จากโจทย์ตัวอย่าง

$$X + Y = 5 \quad \dots\dots\dots\text{สมการที่ (1)}$$

$$X - Y = 1 \quad \dots\dots\dots\text{สมการที่ (2)}$$

วิธีที่ 2 วิธีกำจัดตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งให้หมดไป (Eliminating) วิธีนี้ใช้เพื่อกำจัดตัวแปรที่เหมือนกันตัวใดตัวหนึ่งออกก่อน ซึ่งตัวแปรนั้นต้องมีสัมประสิทธิ์หน้าตัวแปรเท่ากันด้วย เราจะกำจัดตัวแปร  $X$  ให้หมดไป โดยนำสมการที่ (1) ลบ สมการที่ (2)

$$\textcircled{a} \quad \begin{array}{r} X + Y = 5 \quad \dots\dots\dots\text{สมการที่ (1)} \\ X - Y = 1 \quad \dots\dots\dots\text{สมการที่ (2)} \end{array}$$

$$(1) - (2) \text{ จะได้ว่า } (X - X) + (Y - (-Y)) = 5 - 1$$

$$2Y = 4$$

$$Y = 2$$

นำผลลัพธ์ที่ได้  $Y = 2$  แทนค่าลงไปในสมการใดก็ได้ ในที่นี้แทนค่าลงไปในสมการที่ (1)

$$X + Y = 5 \quad \dots\dots\dots\text{สมการที่ (1)}$$

$$\text{ได้ว่า } X + 2 = 5$$

$$X = 5 - 2$$

$$X = 3$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการนี้ คือ  $X = 3, Y = 2$

หรือนำสมการที่ (1) บวก สมการที่ (2) เพื่อกำจัดตัวแปร  $Y$  ให้หมดได้

$$\textcircled{a@} \quad \begin{array}{r} X + Y = 5 \quad \dots\dots\dots\text{เป็นสมการที่ (1)} \\ X - Y = 1 \quad \dots\dots\dots\text{เป็นสมการที่ (2)} \end{array}$$

$$(1) + (2) \text{ จะได้ว่า } (X + X) + (Y + (-Y)) = 5 + 1$$

$$2X = 6$$

$$X = 3$$

นำผลลัพธ์ที่ได้  $X = 3$  แทนค่าลงไปในสมการใดก็ได้ ในที่นี้ให้แทนค่าลงไปในสมการที่ (2)

$$X - Y = 1 \quad \dots\dots\dots\text{เป็นสมการที่ (2)}$$

$$3 - Y = 1$$

$$Y = 2$$

ดังนั้นคำตอบของระบบสมการนี้ คือ  $X = 3, Y = 2$



ไปอีก

แบบฝึกหัด ชุดที่ 13 (ค 4.2 ม.3/5)

ข้อ 1. จงแก้ระบบสมการ  $x + y = 8$  และ  $x - y = 6$

ข้อ 2. จงแก้ระบบสมการ  $2a - b = 3$  และ  $a + 2b = 4$

ข้อ 3. จงหาค่า  $x$  และ ค่า  $y$  จากระบบสมการ  $9x + y = 2$  และ  $4x + y = 2$

ข้อ 4. จงเขียนกราฟของสมการ  $2x + y = 0$  และ  $2x + y + 3 = 0$

ข้อ 5. จงแก้ระบบสมการ  $3x - 2y = 6$  และ  $-5x + 6y = 30$

สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น

มาตรฐาน ค 5.1 เข้าใจและใช้วิธีการทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/1

อ่านและนำเสนอข้อมูลโดยใช้แผนภูมิรูปวงกลม

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. การนำเสนอข้อมูล

การนำเสนอข้อมูล คือ การนำข้อมูลที่รวบรวมได้มาจัดแสดงอย่างเป็นระเบียบ เพื่อให้ผู้อ่านเกิดความสะดวกในการใช้งาน การนำเสนอข้อมูลสามารถใช้วิธีการต่างๆ เช่น ตาราง แผนภูมิแท่ง แผนภูมิรูปวงกลม กราฟเส้น ตารางแจกแจงความถี่ ฮิสโทแกรม รูปหลายเหลี่ยมของความถี่ เป็นต้น

2. แผนภูมิรูปวงกลม คือ การนำเสนอข้อมูลรูปแบบหนึ่ง โดยใช้พื้นที่ภายในวงกลมแทนข้อมูลที่ต้องการนำเสนอ

3. การอ่านแผนภูมิรูปวงกลม

3.1 พิจารณาว่าพื้นที่ส่วนของวงกลมที่นำเสนอแทนกลุ่มข้อมูลใด โดยดูจากการระบายสีแรเงา หรือการทำเครื่องหมายต่างๆ ที่กำหนดไว้

3.2 อ่านจำนวนร้อยละของกลุ่มข้อมูลที่สนใจ

3.3 นำจำนวนร้อยละมาคูณกับจำนวนข้อมูลทั้งหมดที่กำหนดไว้ ผลที่ได้จะเป็นปริมาณของข้อมูลที่สนใจ

4. การสร้างแผนภูมิรูปวงกลม มีขั้นตอนดังนี้

4.1 หาผลรวมของความถี่ หรือข้อมูลเชิงปริมาณที่ต้องการนำเสนอทั้งหมด

4.2 คำนวณหาขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง ซึ่งคำนวณได้จาก

$$\text{ขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลาง} = \frac{\text{จำนวนของข้อมูลส่วนย่อย}}{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}} \times 360 \text{ องศา}$$

ผลรวมของมุมที่จุดศูนย์กลางของทุกส่วนย่อยจะต้องเท่ากับ 360 องศา

- 4.3 คำนวณค่าของร้อยละของพื้นที่ส่วนย่อยแต่ละส่วน ซึ่งคำนวณได้จาก  
 ร้อยละของพื้นที่ของส่วนย่อย =  $\frac{\text{จำนวนของข้อมูลส่วนย่อย}}{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}} \times 100$
- 4.4 สร้างวงกลมและแบ่งขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางตามสัดส่วนที่คำนวณได้
- 4.5 เขียนคำอธิบายในแต่ละส่วนของพื้นที่วงกลมว่าแสดงข้อมูลเรื่องอะไร พร้อมทั้งระบุค่าร้อยละที่คำนวณได้

### โจทย์ตัวอย่าง

จงสร้างแผนภูมิรูปวงกลมจากข้อมูลต่อไปนี้

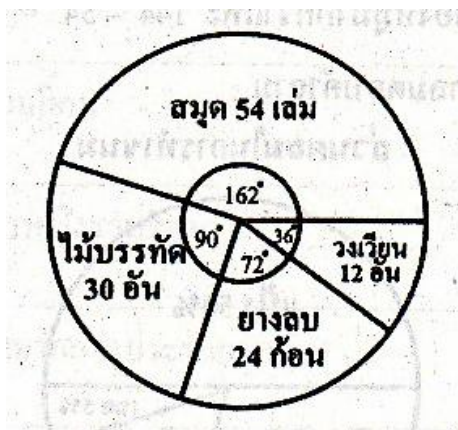
ยอดขายเครื่องเขียนของสหกรณ์ คือ สมุด 54 เล่ม  
 ไม้บรรทัด 30 อัน ยางลบ 24 ก้อน วงเวียน 12 อัน

**แนวคิด** ข้อมูลรวม คือ  $54 + 30 + 24 + 12 = 120$

หามุมที่จุดศูนย์กลาง ได้ดังนี้

สมุด	$\frac{54}{120} \times 360^\circ = 162^\circ$
ไม้บรรทัด	$\frac{30}{120} \times 360^\circ = 90^\circ$
ยางลบ	$\frac{24}{120} \times 360^\circ = 72^\circ$
วงเวียน	$\frac{12}{120} \times 360^\circ = 36^\circ$

สร้างแผนภูมิรูปวงกลมให้มุมที่จุดศูนย์กลางมีขนาดตามที่คำนวณได้ดังนี้



แผนภูมิแสดงยอดขายเครื่องเขียนของสหกรณ์



## แบบฝึกหัด ชุดที่ 1 (ค 5.1 ม.2/1)

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 1 - 2

ฟาร์มแห่งหนึ่งเลี้ยงสัตว์ ดังนี้ หมู 144 ตัว แพะ 108 ตัว  
ม้า 72 ตัว วัว 36 ตัว

1. ถ้าต้องการสร้างแผนภูมิรูปวงกลม ส่วนของหมูจะมีขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางเท่าไร

- ก.  $144^\circ$  ค.  $108^\circ$   
ข.  $72^\circ$  ง.  $36^\circ$

2. ถ้าต้องการสร้างแผนภูมิรูปวงกลม ส่วนของวัวจะมีขนาดของมุมที่จุดศูนย์กลางเท่าไร

- ก.  $144^\circ$  ค.  $108^\circ$   
ข.  $72^\circ$  ง.  $36^\circ$

ใช้แผนภูมิรูปวงกลมต่อไปนี้ตอบคำถามข้อ 3-5

ยอดขายของร้านหนังสือ



3. นิตยสารมียอดขายมากกว่าการ์ตูนกี่เปอร์เซ็นต์

- ก. 20 % ค. 25 %  
ข. 45 % ง. 65 %

4. เดือนที่แล้วมียอดขายรวม 36,000 บาท ขายหนังสือพิมพ์ได้เงินเท่าไร

ก. 4,000 บาท

ค. 9,000 บาท

ข. 12,000 บาท

ง. 16,000 บาท

5. เดือนมกราคมมียอดขาย 24,000 บาท เดือนธันวาคมมียอดขาย 17,000 บาท นิยายที่ขายเดือนมกราคมเป็นเงินน้อยกว่าการตูนที่ขายเดือนธันวาคมเท่าไร

ก. 1,000 บาท

ค. 2,400 บาท

ข. 3,400 บาท

ง. 6,800 บาท

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/1

กำหนดประเด็นและเขียนข้อความเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ รวมทั้งกำหนดวิธีการศึกษาและการเก็บรวบรวมข้อมูลที่เหมาะสม

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. สถิติมีความหมายสองนัย คือ

สถิติ หมายถึง ตัวเลขที่แทนจำนวนหรือข้อเท็จจริง ของสิ่งที่เราศึกษา เช่น สถิติราคาน้ำมัน สถิติผลการเรียนของนักเรียน

สถิติ หมายถึง ศาสตร์ที่ว่าด้วยระเบียบวิธีการทางสถิติ ซึ่งประกอบด้วย การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์และแปลความหมายข้อมูล

2. ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ

กำหนดโจทย์ปัญหาหรือสถานการณ์ต่าง ๆ ในชีวิตประจำวัน ที่มีความจำเป็นต้องใช้สถิติเป็นเครื่องมือประกอบการตัดสินใจ หรือวางแผนเพื่อแก้ปัญหาที่เกิดขึ้น

3. กำหนดวิธีการศึกษา

3.1 ศึกษาสถานการณ์หรือปัญหาในชีวิตประจำวันที่เกิดขึ้นจริง

3.2 ศึกษาจากตัวอย่างปัญหาและสถานการณ์ต่าง ๆ

4. การเก็บรวบรวมข้อมูลที่ต้องการสามารถทำได้ 2 วิธี คือ

4.1 การเก็บรวบรวมข้อมูลโดยไปคัดลอกข้อมูลที่มีผู้อื่นรวบรวมไว้แล้ว เช่น การเก็บสถิติผู้ป่วยต่าง ๆ จากเวชระเบียนของโรงพยาบาล

4.2 การเก็บรวบรวมข้อมูลโดยตรงจากสิ่งที่ต้องการศึกษา เช่น สถิติน้ำหนักของนักเรียน จากการชั่งน้ำหนักของนักเรียนแต่ละคนโดยตรง

โจทย์ตัวอย่าง

ทิพย์เป็นเจ้าของร้านขายไก่ทอด ต้องการทราบว่าควรทอดไก่ขายให้ลูกค้าในแต่ละวันเป็นชิ้นเล็กหรือชิ้นใหญ่ดี ก่อนตัดสินใจได้ดำเนินการดังนี้

- 1) สำนวจความคิดเห็นของลูกค้าประจำที่มีประมาณ 50 คนต่อวัน ว่าต้องการไก่ชิ้นเล็กหรือไก่ชิ้นใหญ่ ถ้าให้ ล แทนไก่ชิ้นเล็ก และ ญ แทนไก่ชิ้นใหญ่ ผลของการสำรวจเป็นดังนี้

ญ	ล	ล	ล	ล	ล	ญ	ล	ล	ล
ล	ล	ญ	ล	ล	ล	ญ	ล	ล	ล
ล	ญ	ล	ญ	ล	ญ	ล	ล	ล	ญ
ล	ล	ล	ล	ญ	ล	ล	ญ	ญ	ล
ล	ญ	ล	ล	ล	ญ	ล	ล	ล	ญ

- 2) ทิพย์จำแนกลูกค้าตามแบบที่เลือก พบว่า ลูกค้าเลือกไก่ชั้นเล็ก 36 คน และเลือกไก่ชั้นใหญ่ 14 คน
- 3) ทิพย์เห็นว่าลูกค้าเลือกไก่ชั้นเล็กมากกว่าไก่ชั้นใหญ่ จึงตัดสินใจทอดไก่ชั้นเล็กขายแก่ลูกค้า

แบบฝึกหัด ชุดที่ 2 (ค 5.1 ม.3/1)

คำชี้แจง จงพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้ว่ามีขั้นตอนอย่างไร

1. โรงเรียนของอรุณีแบ่งนักเรียนทุกระดับชั้นให้สังกัดคณะสี เพื่อให้นักเรียนได้ทำกิจกรรมตามความสามารถร่วมกัน ทำให้เกิดความรักสามัคคีในหมู่คณะ เช่น เป็นนักกีฬาของคณะสี เป็นฝ่ายเชียร์ และเป็นฝ่ายสนับสนุนอุปกรณ์

อรุณีและเพื่อนหัวหน้าคณะสี ต้องตัดสินใจเลือกแบบเสื้อแบบใดแบบหนึ่งเพื่อใช้กับสมาชิกในทุกคณะสี มีแบบเสื้อให้เลือก 3 แบบคือ แบบ A แบบ B และแบบ C นักเรียนคิดว่าอรุณีและเพื่อนควรจะดำเนินการอย่างไร จึงจะทำให้นักเรียนส่วนใหญ่ในโรงเรียนมีความพอใจในแบบเสื้อที่เลือก

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. ให้นักเรียนศึกษาและรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับเรื่องที่น่าสนใจพร้อมทั้งหาข้อสรุปเกี่ยวกับข้อมูลที่รวบรวมได้ เช่น สำราจรสของไอศกรีมที่เพื่อน ๆ ชอบรับประทาน

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/2

หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน และฐานนิยม ของข้อมูลที่ไม่ได้แจกแจงความถี่ และเลือกใช้ได้อย่างเหมาะสม

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

- ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (Mean) สามารถหาได้โดยใช้สูตร

$$\bar{X} = \frac{\sum x}{N}$$

เมื่อ  $\bar{X}$  แทน ค่าเฉลี่ย  
 $\sum x$  แทน ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด  
 $N$  แทน จำนวนข้อมูลทั้งหมด

- มัธยฐาน (Median) คือ ข้อมูลซึ่งอยู่ในตำแหน่งกลางเมื่อทำการเรียงข้อมูลจากมากไปน้อยหรือจากน้อยไปมาก การหามัธยฐานของข้อมูลที่ยังไม่ได้แจกแจงความถี่ มีขั้นตอนดังนี้

2.1 เรียงข้อมูลจากน้อยไปมาก หรือ มากไปน้อย

2.2 หาค่าตำแหน่งกลางของข้อมูลจาก  $\frac{N+1}{2}$  โดยที่  $N$  คือ จำนวนข้อมูล

2.2.1 กรณีที่จำนวนข้อมูลเป็นเลขคี่ เช่น 7

$$\text{มัธยฐานอยู่ตำแหน่ง } \frac{N+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 4$$

2.2.2 กรณีที่จำนวนข้อมูลเป็นเลขคู่ เช่น 4

$$\text{มัธยฐานอยู่ตำแหน่ง } \frac{N+1}{2} = \frac{4+1}{2} = 2.5 \text{ คือจุดกึ่งกลาง}$$

ของตำแหน่งที่ 2 และ 3

กรณีข้อมูลที่ได้มีการแจกแจงความถี่ ตำแหน่งค่ามัธยฐานหาจาก  $\frac{N}{2}$  จากนั้น

ไปดูที่ความถี่สะสมว่าตรงกับช่วงใด

- ฐานนิยม (Mode) คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด หรือ ข้อมูลที่ซ้ำกันมากที่สุด

ถ้าข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุดมี 2 จำนวน ให้ตอบ 2 จำนวน แต่ถ้ามากกว่า

2 จำนวน ให้ถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม

เช่น 2, 3, 3, 3, 5, 8 ฐานนิยมคือ 3

2, 5, 5, 6, 6, 9 ฐานนิยมคือ 5, 6

2, 4, 7, 9, 5, 3 ไม่มีฐานนิยม

2, 2, 3, 3, 4, 4 ไม่มีฐานนิยม

4. การเลือกใช้ค่ากลางของข้อมูล

4.1 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มีข้อจำกัดในการใช้ดังนี้

4.1.1 ต้องเป็นข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น

4.1.2 ค่าที่คำนวณได้จะมีเพียงหนึ่งค่าเท่านั้น

4.1.3 ถ้าข้อมูลชุดนั้นมีค่าต่างกันมากจะมีผลทำให้การแปลความ

คลาดเคลื่อน

4.2 ค่ามัธยฐาน มีข้อจำกัดในการใช้ดังนี้

4.2.1 ต้องเป็นข้อมูลเชิงปริมาณเท่านั้น

4.2.2 ค่าที่คำนวณได้จะมีเพียงหนึ่งค่าเท่านั้น อาจเป็นข้อมูลในชุดนั้น

หรือเป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตของสองข้อมูลที่อยู่ในตำแหน่งคู่กลาง

4.2.3 เมื่อบางข้อมูลมีการเปลี่ยนแปลง มัธยฐานอาจจะเปลี่ยนแปลงหรือไม่เปลี่ยนแปลงก็ได้

4.2.4 ถ้าข้อมูลชุดนั้นมีค่าต่างกันมากจนผิดปกติ ซึ่งไม่ทำให้เกิดการเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง มัธยฐานถือเป็นตัวแทนที่เหมาะสม

4.3 ฐานนิยม เป็นค่ากลางที่ค่อนข้างจะหาได้ง่าย สะดวกและรวดเร็ว โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อมีจำนวนข้อมูลไม่มากนัก ฐานนิยมสามารถใช้ได้กับข้อมูลเชิงปริมาณและข้อมูลเชิงคุณภาพ แต่ฐานนิยมไม่สามารถใช้ได้กับข้อมูลทุกชนิด เช่น ข้อมูลที่มีการเกิดซ้ำเท่าๆ กันทุกค่า หรือมีการเกิดซ้ำกันมากที่สุดของข้อมูลหลายค่า

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 น้ำหนักของเด็ก 6 คน เรียงจากน้อยไปหามาก ดังนี้ 36, 38, 40, 47, 49, 54

ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานของน้ำหนักต่างกันเท่าไร

แนวคิด ขั้นที่ 1 หาค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$\begin{aligned}
 \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมน้ำหนักของเด็กทั้งหมด}}{\text{จำนวนเด็กทั้งหมด}} \\
 &= \frac{36+38+40+47+49+54}{6} \\
 &= \frac{264}{6} \\
 &= 44
 \end{aligned}$$

ขั้นที่ 2 หามัธยฐาน

$$\begin{aligned} \text{ตำแหน่งกลาง คือ } \frac{N+1}{2} &= \frac{6+1}{2} \\ &= 3.5 \quad (\text{กึ่งกลางของตำแหน่งที่ 3 และ 4}) \end{aligned}$$

$$\text{มัธยฐาน คือ } \frac{40+47}{2} = 43.5$$

ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานต่างกัน  $44 - 43.5 = 0.5$

ตอบ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานต่างกัน 0.5

ตัวอย่างที่ 2 4, 6, x, 8, 8, 9 มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 7 ฐานนิยมของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าไร

แนวคิด ขั้นที่ 1 หาค่า x

$$\text{มัธยฐานอยู่ในตำแหน่ง } \frac{N+1}{2} = \frac{6+1}{2} = 3.5$$

$$\text{มัธยฐาน} = \frac{\text{ข้อมูลตำแหน่งที่ 3} + \text{ข้อมูลตำแหน่งที่ 4}}{2}$$

$$7 = \frac{x+8}{2}$$

$$14 = x + 8$$

$$x = 6$$

ขั้นที่ 2 หาฐานนิยม

ข้อมูล คือ 4, 6, 6, 8, 8, 9

ดังนั้น ข้อมูลชุดนี้มีฐานนิยม 2 ตัว คือ 6 และ 8

ตอบ ข้อมูลชุดนี้มีฐานนิยม 2 ตัว คือ 6 และ 8

ตัวอย่างที่ 3 ชาญศิลป์สำรวจราคาของอุปกรณ์วาดรูปซึ่งเป็นชนิดเดียวกันที่ใช้ในวิชาศิลปะของเพื่อนในกลุ่มจดบันทึกแล้วนำมาจัดเรียงลำดับราคา (บาท) จากน้อยไปหามาก ดังนี้  
75 , 75 , 80 , 80 , 90 , 95 , 300 จากข้อมูลจงตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) ฐานนิยมของราคาอุปกรณ์เป็นเท่าไร
- 2) มัธยฐานของราคาอุปกรณ์เป็นเท่าไร
- 3) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาอุปกรณ์เป็นเท่าไร
- 4) ค่ากลางของข้อมูลที่เหมาะสมสำหรับเป็นตัวแทนของข้อมูลของนักเรียนกลุ่มนี้

ควรเป็นค่ากลางชนิดใด เพราะเหตุใด



**แนวคิด**

เนื่องจากข้อมูลมีการจัดเรียงลำดับแล้ว ดังนั้นจึงหาค่ากลางของข้อมูลต่างๆ ได้ดังนี้

- 1) ฐานนิยมของราคาอุปกรณ์เท่ากับ 75 บาท และ 80 บาท เพราะเป็นค่าที่ซ้ำกันมากที่สุดทั้งสองค่า
- 2) มัธยฐานของราคาอุปกรณ์เท่ากับ 80 บาท เพราะเป็นค่าที่มีตำแหน่งอยู่ตรงกลางของข้อมูลที่จัดเรียงลำดับแล้ว
- 3) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาอุปกรณ์ =  $\frac{75 + 75 + 80 + 80 + 90 + 95 + 300}{7}$   
 $= \frac{795}{7}$   
 $\approx 113.57$  บาท
- 4) ค่ากลางของข้อมูลที่เหมาะสม คือ มัธยฐาน เพราะฐานนิยมของข้อมูลมี 2 ค่า จึงไม่เหมาะสม และค่าเฉลี่ยเลขคณิตไม่เหมาะสมเพราะราคาอุปกรณ์ของเพื่อนคนสุดท้ายมากกว่าราคาอุปกรณ์ของเพื่อนคนอื่นๆ อยู่มาก

**แบบฝึกหัด ชุดที่ 3 (ค 5.1 ม.3/2)**

**จงหาคำตอบ**

1. ราคาสินค้า 6 ชิ้น เรียงลำดับ ดังนี้ 12, 18, 20, 24, 26, และ 32 บาท ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานของสินค้าต่างกันเท่าไร
2. 2, 7, x, 10, 14 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 8.4 ข้อมูลนี้มีมัธยฐานเท่ากับเท่าไร
3. x, 11, y, 18, 21 พิสัยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 14 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 14.2 มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าไร
4. x, 11, y, 19, 23 มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 14 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 15 พิสัยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าไร
5. 6, 6, 8, x, 11, y มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 9 พิสัยเท่ากับ 7 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เท่ากับเท่าไร

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/3

นำเสนอข้อมูลในรูปแบบที่เหมาะสม

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. การนำเสนอข้อมูลเป็นการเตรียมความพร้อมเบื้องต้นสำหรับการวิเคราะห์และแปลความหมายเพื่อจะนำไปใช้ในงานต่อไปโดยจัดเป็นหมวดหมู่ให้มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันตามวัตถุประสงค์ซึ่งจะทำให้อ่านและแปลความหมายของข้อมูลได้ง่ายขึ้น

2. ตารางแจกแจงความถี่ คือ การนำเสนอข้อมูลรูปแบบหนึ่ง โดยนำข้อมูลที่ต้องการนำเสนอมาแบ่งเป็นช่วงและมีการแสดงความถี่ของข้อมูลในแต่ละช่วง คำศัพท์ที่เกี่ยวข้องกับตารางแจกแจงความถี่มีดังนี้

พิสัย คือ ผลต่างของข้อมูลที่มีค่ามากที่สุดและข้อมูลที่มีค่าน้อยที่สุด

$$\text{พิสัย} = \text{ข้อมูลที่มีค่าสูงสุด} - \text{ข้อมูลที่มีค่าต่ำสุด} = X_{max} - X_{min}$$

ความกว้างของอันตรภาคชั้น คือ จำนวนข้อมูลในแต่ละอันตรภาคชั้น

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{พิสัย}}{\text{จำนวนอันตรภาคชั้น}} \quad \text{หรือ}$$

$$\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} = \text{ขอบบน} - \text{ขอบล่าง}$$

จำนวนอันตรภาคชั้น คือ จำนวนกลุ่มของข้อมูลในตาราง พิสัย ความกว้างของอันตรภาคชั้น จำนวนอันตรภาคชั้นมีความสัมพันธ์กัน ดังนี้

$$\text{จำนวนอันตรภาคชั้น} = \frac{\text{พิสัย}}{\text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น}}$$

ข้อสังเกต จำนวนอันตรภาคชั้นหรือความกว้างของอันตรภาคชั้นที่คำนวณได้ ถ้าเป็นทศนิยมให้ปัดขึ้นเป็นจำนวนเต็มเสมอ

ขอบบนและขอบล่าง คือ ค่าที่ใช้เป็นจุดแบ่งข้อมูลในแต่ละอันตรภาคชั้น

$$\text{ขอบบน} = \frac{\text{ค่าที่มากที่สุดของอันตรภาคชั้นนั้น} + \text{ค่าที่น้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นที่สูงกว่าหนึ่งชั้น}}{2}$$

$$\text{ขอบล่าง} = \frac{\text{ค่าน้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นนั้น} + \text{ค่าที่มากที่สุดของอันตรภาคชั้นที่ต่ำกว่าหนึ่งชั้น}}{2}$$

จุดกึ่งกลางชั้น คือ ค่าที่อยู่กึ่งกลางของข้อมูลในแต่ละอันตรภาคชั้น

$$\text{จุดกึ่งกลางชั้น} = \frac{\text{ขอบบน} + \text{ขอบล่าง}}{2} \quad \text{หรือ}$$

$$\text{จุดกึ่งกลางชั้น} = \frac{\text{ค่าน้อยที่สุดของอันตรภาคชั้นนั้น} + \text{ค่าที่มากที่สุดของอันตรภาคชั้นนั้น}}{2}$$

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดข้อมูล คือ

31	42	26	34	45	28	33
43	45	27	31	35	40	22
34	27	22	30	45	44	25

จงสร้างตารางแจกแจงความถี่ซึ่งมี 4 อันตรภาคชั้น

แนวคิด พิสัย =  $45 - 22 = 23$

$$\begin{aligned} \text{ความกว้างของอันตรภาคชั้น} &= \frac{\text{พิสัย}}{\text{จำนวนอันตรภาคชั้น}} \\ &= \frac{23}{4} \\ &= 5.75 \\ &= 6 \end{aligned}$$

ข้อมูล	รอยขีด	ความถี่
22 - 27		6
28 - 33		5
34 - 39		3
40 - 45		7



แบบฝึกหัด ชุดที่ 4 (ค 5.1 ม.3/3)

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงจำนวนเดียว

ใช้ข้อมูลต่อไปนี้ตอบคำถาม ข้อ 1 - 2

11	8	32	17	25	30	28	32
9	11	14	22	26	31	7	14
22	40	6	7	14	22	35	17
11	25	36	21	17	9	7	11

- ถ้าต้องการสร้างตารางแจกแจงความถี่ซึ่งมีความกว้างของอันตรภาคชั้นเป็น 8 จะมีกี่อันตรภาคชั้น
 

ก.	4 อันตรภาคชั้น	ค.	4.25 อันตรภาคชั้น
ข.	5 อันตรภาคชั้น	ง.	6 อันตรภาคชั้น
- จากข้อ 1 ขอบล่าง ขอบบน และจุดกึ่งกลางชั้นของอันตรภาคชั้นที่ 2 มีค่าเท่าไรตามลำดับ
 

ก.	13.5	29.5	21.5	ค.	5.5	13.5	9.5
ข.	21.5	13.5	17.5	ง.	13.5	21.5	17.5
- ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่า  $x - 58$  มีพิสัยเท่ากับ  $35 \times$  มีค่าเท่าไร
 

ก.	23	ค.	46
ข.	63	ง.	81
- อันตรภาคชั้นหนึ่งมีจุดกึ่งกลางชั้นเป็น 28 ขอบบนเป็น 30.5 ขอบล่างมีค่าเท่าไร
 

ก.	25.5	ค.	24.5
ข.	22.5	ง.	20.5
- ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่า 6 - 44 นำมาสร้างตารางแจกแจงความถี่ซึ่งความกว้างของอันตรภาคชั้นเป็น 5 ตารางแจกแจงความถี่นั้นมีกี่อันตรภาคชั้น
 

ก.	7 อันตรภาคชั้น	ค.	8 อันตรภาคชั้น
ข.	9 อันตรภาคชั้น	ง.	10 อันตรภาคชั้น

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/4

อ่าน แปลความหมายและวิเคราะห์ข้อมูลที่ได้จากการนำเสนอ

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

ในการรับรู้ข้อมูลจะต้องมีความรู้เกี่ยวกับการหาค่ากลางของข้อมูล คำศัพท์เกี่ยวข้องกับการสร้างตารางแจกแจงความถี่ก่อน ซึ่งได้กล่าวไว้แล้วในข้างต้น ถึงจะสามารถอ่าน แปลความหมาย และวิเคราะห์ข้อมูลได้อย่างมีประสิทธิภาพ

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 สินค้า 8 ชิ้น มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาเท่ากับ 12 บาท เมื่อเพิ่มสินค้าอีก 1 ชิ้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของราคาเท่ากับ 11 บาท สินค้าที่เพิ่มเข้ามาราคาเท่าไร

แนวคิด

ขั้นที่ 1 หาราคารวมของสินค้า 8 ชิ้น

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลรวมของราคา}}{\text{จำนวนสินค้า}}$$

$$12 = \frac{\text{ผลรวมของราคา}}{8}$$

$$\text{ผลรวมของราคา} = 96$$

ขั้นที่ 2 หาราคารวมของสินค้า 9 ชิ้น

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลรวมของราคา}}{\text{จำนวนสินค้า}}$$

$$11 = \frac{\text{ผลรวมของราคา}}{9}$$

$$\text{ผลรวมของราคา} = 99$$

ดังนั้น สินค้าที่เพิ่มเข้ามาราคา  $99 - 96 = 3$  บาท

ตอบ สินค้าที่เพิ่มเข้ามาราคา 3 บาท

ตัวอย่างที่ 2 ผลการสำรวจค่าใช้จ่ายรายวันในการมาโรงเรียนของนักเรียนห้องหนึ่ง จำนวน 41 คน  
ปรากฏผลดังตารางแจกแจงความถี่

ค่าใช้จ่าย (บาท)	รอยขีด	ความถี่ (จำนวนคน)
10 – 19		2
20 – 29		8
30 – 39		15
40 – 49		10
50 – 59		4
60 – 69		1
70 - 79		1
	รวม	41

จากตารางที่กำหนดให้ ตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) ตารางแจกแจงความถี่นี้มีกี่อันตรภาคชั้น
- 2) ความกว้างของอันตรภาคชั้น 50 – 59 และ 60 – 69 เท่ากับเท่าไร
- 3) แต่ละอันตรภาคชั้นมีความกว้างเท่ากันหรือไม่
- 4) นักเรียนที่มีค่าใช้จ่ายรายวัน 40 -49 บาท มีจำนวนกี่คน
- 5) นักเรียนที่มีค่าใช้จ่ายรายวันน้อยกว่า 30 บาท มีจำนวนกี่คน
- 6) นักเรียนที่มีค่าใช้จ่ายรายวัน 50 บาทขึ้นไป มีจำนวนกี่คน

ตอบ

- 1) ตารางแจกแจงความถี่นี้มี 7 อันตรภาคชั้น
- 2) ความกว้างของอันตรภาคชั้น 50 – 59 และ 60 -69 เท่ากับ 10
- 3) สามารถแสดงได้ว่าค่าของข้อมูลที่จัดอยู่ในแต่ละอันตรภาคชั้นมี 10 ค่า เท่ากัน ดังนั้นแต่ละอันตรภาคชั้นจึงมีความกว้างเท่ากัน คือเท่ากับ 10
- 4) นักเรียนที่มีค่าใช้จ่ายรายวัน 40 -49 บาท มี 10 คน
- 5) นักเรียนที่มีค่าใช้จ่ายรายวันน้อยกว่า 30 บาท มี  $8 + 2 = 10$  คน
- 6) นักเรียนที่มีค่าใช้จ่ายรายวัน 50 บาทขึ้นไป มี  $4 + 1 + 1 = 6$  คน

แบบฝึกหัด ชุดที่ 5 (ค 5.1 ม.3/4)

จงหาคำตอบ

1. นักเรียนกลุ่มหนึ่งมีความสูงรวม 1,336 เซนติเมตร ความสูงเฉลี่ย 167 เซนติเมตร นักเรียนกลุ่มนั้นมีกี่คน  
ตอบ .....
2. เงินเดือนเฉลี่ยของพนักงาน 5 คน เท่ากับ 8,000 บาท เงินของพนักงาน 4 คน เป็น 6,800, 8,500, 9,000 และ 7,600 บาท ตามลำดับ เงินเดือนของพนักงานคนที่ 5 เท่ากับเท่าไร  
ตอบ .....
3. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงจากมากไปหาน้อย ดังนี้ 13, 11, 10, 9, 6, x พิสัยเท่ากับ 8 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้เป็นเท่าไร  
ตอบ .....
4. ข้อมูลชุดหนึ่งมีค่าเป็น 2, x, x, 7, 10, 17 ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 8 แล้ว x มีค่าเท่าไร  
ตอบ .....
5. ข้อมูล 6 จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 13 เมื่อเพิ่มข้อมูลอีกหนึ่งจำนวน ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเปลี่ยนเป็น 15 ข้อมูลที่เพิ่มเข้ามามีค่าเท่าไร  
ตอบ .....



มาตรฐาน ค 5.2 ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้  
อย่างสมเหตุสมผล

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.1/1

อธิบายได้ว่าเหตุการณ์ที่กำหนดให้ เหตุการณ์ใดจะมีโอกาสเกิดขึ้นได้มากกว่ากัน

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. การทดลองสุ่ม เป็นการทดลองที่เราไม่สามารถบอกผลที่แน่นอนได้ในแต่ละครั้ง แต่สามารถบอกผลที่เกิดขึ้นทั้งหมดได้
2. เหตุการณ์ เป็นสถานการณ์ที่เราสนใจ หรือสิ่งที่เราสนใจในการทดลองสุ่ม
3. โอกาสของเหตุการณ์ เป็นการใช้อัตราส่วนประกอบการตัดสินใจ เพื่อลงข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผลว่า เหตุการณ์นั้นมีโอกาสเกิดขึ้นได้หรือไม่ ซึ่งอาจเกิดขึ้นได้มากหรือน้อย หรือไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย

โจทย์ตัวอย่าง

จากการสุ่มหยิบลูกแก้วครั้งละหนึ่งลูก 1 ครั้ง จากถุงที่มีลูกแก้วสีแดง 5 ลูก สีเขียว 3 ลูก และสีขาว 1 ลูก แต่ละลูกมีขนาดเท่ากันและมีลักษณะเดียวกัน จะมีโอกาสหยิบลูกแก้วสีอะไรได้มากกว่ากัน

**แนวการตอบ** เนื่องจากมีลูกแก้วสีแดง 5 ลูก สีเขียว 3 ลูก และสีขาว 1 ลูก  
จะพบว่าสีลูกแก้วสีแดงมากที่สุด  
ดังนั้น จะมีโอกาสหยิบลูกแก้วสีแดงได้มากกว่าสีเขียวและสีขาว

## แบบฝึกหัด ชุดที่ 6 (ค 5.2 ม.1/1)

## จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากการสุ่มหยิบลูกบอลครั้งละหนึ่งลูก 1 ครั้ง จากกล่องที่มีลูกบอลสีแดง 2 ลูก สีเขียว 4 ลูก และสีขาว 7 ลูก แต่ละลูกมีขนาดเท่ากันและมีลักษณะเดียวกัน จะมีโอกาสหยิบลูกบอลสีอะไรได้มากกว่ากัน

ตอบ .....

2. รุ่งฟ้ามีเบี้ยพลาสติกขนาดเท่า ๆ กัน เป็นสีแดง  $\frac{1}{2}$  ของจำนวนทั้งหมด สีน้ำเงิน  $\frac{1}{8}$  ของจำนวนทั้งหมด และที่เหลือเป็นสีเขียวละปนกันอยู่ในกระป๋องจำนวนหนึ่ง ถ้ารุ่งฟ้าหลับตาหยิบเบี้ยสี 1 อัน รุ่งฟ้ามีโอกาสจะหยิบได้สีอะไรมากที่สุด

ตอบ .....

3. เอื้อยและอ้ายช่วยกันตักน้ำจากคลองใส่องุ่นน้ำคนละใบที่มีความจุเท่ากัน กระป๋องของเอื้อยตักน้ำเต็มหนึ่งกระป๋องได้น้ำ  $\frac{1}{8}$  ของความจุของโ่ง กระป๋องของอ้ายตักน้ำเต็มหนึ่งกระป๋องได้น้ำ  $\frac{2}{17}$  ของความจุของโ่ง ถ้าทั้งสองคนตักน้ำใส่องุ่นพร้อมกัน ใครน่าจะตักน้ำได้เต็มโ่งก่อนกัน

ตอบ .....

## ตัวชี้วัดชั้นปี ม.2/1

อธิบายได้ว่าเหตุการณ์ที่กำหนดให้ เหตุการณ์ใดเกิดขึ้นแน่นอน เหตุการณ์ใดไม่เกิดขึ้นแน่นอน และเหตุการณ์ใดมีโอกาสเกิดขึ้นได้มากกว่ากัน

## สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. การทดลองสุ่ม เป็นการทดลองที่เราไม่สามารถบอกผลที่แน่นอนได้ในแต่ละครั้ง แต่สามารถบอกผลที่เกิดขึ้นทั้งหมดได้
2. เหตุการณ์ เป็นสถานการณ์ที่เราสนใจ หรือสิ่งที่เราสนใจในการทดลองสุ่ม
3. โอกาสของเหตุการณ์ เป็นการใช้อัตราส่วนประกอบการตัดสินใจ เพื่อลงข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผลว่า เหตุการณ์นั้นมีโอกาสเกิดขึ้นได้หรือไม่ อาจมีโอกาสดังกล่าวอย่างแน่นอน หรือมีโอกาสเกิดขึ้นบ้าง ซึ่งอาจเกิดขึ้นได้มากหรือน้อย หรือไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย

## โจทย์ตัวอย่าง

**ตัวอย่างที่ 1** ทดลองสุ่มหยิบสลาก 1 ใบ 1 ครั้ง จากถุงที่บรรจุสลากที่เขียนหมายเลข 1- 8 ไว้ สลากละ 1 หมายเลข จงวิเคราะห์โอกาสของเหตุการณ์ที่หยิบได้สลากที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่เปรียบเทียบกับสลากที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคี่เป็นอย่างไร

**แนวคิด** เนื่องจากโอกาสที่จะหยิบได้สลากที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่ มี 4 เหตุการณ์ คือ 2 , 4 , 6 , 8 และโอกาสที่จะหยิบได้สลากที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคี่ มี 4 เหตุการณ์ คือ 1 , 3 , 5 , 7 ดังนั้น โอกาสที่จะหยิบได้สลากที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่ เท่ากับ โอกาสที่จะหยิบได้สลากที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคี่

**ตอบ** โอกาสที่จะหยิบได้สลากที่มีหมายเลขเป็นจำนวนคู่และจำนวนคี่มีเท่ากัน

**ตัวอย่างที่ 2** ทดลองโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงวิเคราะห์โอกาสของเหตุการณ์ที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มมากกว่า 4 เปรียบเทียบกับลูกเต๋ารับขึ้นแตมน้อยกว่า 4 เป็นอย่างไร

**แนวคิด** เนื่องจากโอกาสที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มมากกว่า 4 มี 2 เหตุการณ์ คือ 5 และ 6 และโอกาสที่ลูกเต๋ารับขึ้นแตมน้อยกว่า 4 มี 3 เหตุการณ์ คือ 1 , 2 และ 3 ดังนั้น โอกาสที่ลูกเต๋ารับขึ้นแต้มมากกว่า 4 เกิดขึ้นได้น้อยกว่า โอกาสที่ลูกเต๋ารับขึ้นแตมน้อยกว่า 4

**ตอบ** โอกาสที่จะรับขึ้นแต้มมากกว่า 4 เกิดได้น้อยกว่า รับขึ้นแตมน้อยกว่า 4

ตัวอย่างที่ 3 แม่ค้าขายผลไม้อยู่ 3 ชนิด ได้แก่ แดงโม ขนุน และสาละ โดยแดงโมลูกละ 23 บาท ขนุนลูกละ 30 บาท ส่วนสาละลูกละ 12 บาท ถ้าเธอจะต้องซื้อผลไม้โดยใช้เงินอย่างน้อย 104 บาท แต่ไม่เกิน 115 บาท เธอจะซื้อผลไม้ได้กี่วิธี

แนวคิด

กรณีที่ 1 ซื้อแดงโม 5 ลูก เป็นเงิน 115 บาทพอดี

กรณีที่ 2

แดงโม	ขนุน	สาละ	เหลือเงิน	
0 ลูก	0 ลูก	9 ลูก	→	7 บาท
	1 ลูก	7 ลูก	→	1 บาท
	2 ลูก	4 ลูก	→	7 บาท
	3 ลูก	2 ลูก	→	1 บาท

} 4 วิธี

กรณีที่ 3

แดงโม	ขนุน	สาละ	เหลือเงิน	
0 ลูก	0 ลูก	7 ลูก	→	8 บาท
	1 ลูก	5 ลูก	→	2 บาท
	2 ลูก	2 ลูก	→	8 บาท
	3 ลูก	0 ลูก	→	2 บาท

} 4 วิธี

กรณีที่ 4

แดงโม	ขนุน	สาละ	เหลือเงิน	
0 ลูก	0 ลูก	5 ลูก	→	9 บาท
	1 ลูก	3 ลูก	→	3 บาท
	2 ลูก	0 ลูก	→	9 บาท

} 3 วิธี

กรณีที่ 5

แดงโม	ขนุน	สาละ	เหลือเงิน	
3 ลูก	0 ลูก	→ 1 ลูก	→	9 บาท
	1 ลูก	→ 3 ลูก	→	3 บาท

} 2 วิธี

กรณีที่ 6 ซื้อแดงโม 4 ลูก ขนุน 0 ลูก สาละ 1 ลูก เหลือเงิน 11 บาท  
รวม = 1 + 4 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15 วิธี

ตอบ เธอจะซื้อผลไม้ได้ 15 วิธี

แบบฝึกหัด ชุดที่ 7 (ค 5.2 ม.2/1)

1. กำหนดลูกบาศก์หกหน้า ซึ่งเขียนหมายเลข 0 , 1 , 2 , 3 , 4 และ 5 ไว้หน้าละหนึ่งหมายเลข และโยนลูกบาศก์ลูกนี้ 1 ครั้ง จงพิจารณาว่าเหตุการณ์ต่างๆ ต่อไปนี้ เหตุการณ์ใดมีโอกาสเกิดขึ้นอย่างแน่นอน มีโอกาสเกิดขึ้น หรือไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย
  - 1) หมายเลขบนหน้าลูกบาศก์ที่หงายขึ้นเป็นเลข 10
  - 2) หมายเลขบนหน้าลูกบาศก์ที่หงายขึ้นเป็นจำนวนคู่
  - 3) หมายเลขบนหน้าลูกบาศก์ที่หงายขึ้นเป็นเลข 5
  - 4) หมายเลขบนหน้าลูกบาศก์ที่หงายขึ้นเป็นจำนวนที่น้อยกว่า 7
  
2. มีบัตรตัวเลข 4 ใบ ซึ่งเขียนตัวเลข 1 , 2 , 2 และ 3 กำกับไว้อย่างละใบ นำบัตรตัวเลขทั้ง 4 ใบ มาเรียงสลับที่ และมีข้อกำหนดดังต่อไปนี้
  - ก. ได้หมายเลขที่มี 1 เป็นเลขโดดในหลักพัน
  - ข. ได้หมายเลขที่มี 2 เป็นเลขโดดในหลักพัน
  - ค. ได้หมายเลขที่มี 3 เป็นเลขโดดในหลักพัน
 จงเปรียบเทียบโอกาสของเหตุการณ์ต่อไปนี้
  - 1) เหตุการณ์ ก. กับเหตุการณ์ ข.
  - 2) เหตุการณ์ ก. กับเหตุการณ์ ค.
  - 3) เหตุการณ์ ข. กับเหตุการณ์ ค.
  
3. ฟ้าใส่ซื้อดินสอและปากกาเป็นเงิน 23 บาท เธอจ่ายเงินเหรียญทั้งหมดโดยไม่มีการทอน จงตอบคำถามต่อไปนี้
  - 1) ถ้าใช้จำนวนเหรียญน้อยที่สุดจะต้องเป็นเหรียญชนิดใดบ้าง
  - 2) ถ้าใช้จำนวนเหรียญมากที่สุดจะต้องเป็นเหรียญชนิดใดบ้าง
  - 3) ถ้าฟ้าใส่ใช้เหรียญทั้งหมด 6 เหรียญ อยากทราบว่าจะเป็นไปได้หรือไม่ ถ้าเป็นไปได้จะเป็นเหรียญใดบ้าง
  - 4) ถ้าฟ้าใส่บอกว่า เธอใช้เหรียญทั้งหมด 8 เหรียญ อยากทราบว่าจะเป็นไปได้หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/1

หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์จากการทดลองสุ่มที่ผลแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน และใช้ความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. ความน่าจะเป็น คือ จำนวนที่บอกให้ทราบว่าเหตุการณ์ที่เราสนใจ มีโอกาสเกิดขึ้นมากน้อยเพียงใด

เมื่อ S แทนแซมเปิลสเปซ  
E แทนเหตุการณ์ใด ๆ

2. ค่าความน่าจะเป็นหาจาก  $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$

เมื่อ  $P(E)$  คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์  
 $n(S)$  คือ จำนวนของเหตุการณ์ทั้งหมด  
 $n(E)$  คือ จำนวนของเหตุการณ์ที่เราสนใจ

3. คุณสมบัติของความน่าจะเป็น

- $0 \leq P(E) \leq 1$
- $P(E) = 1$  หมายความว่า เหตุการณ์นั้น ๆ มีโอกาสเกิดขึ้นแน่นอน
- $P(E) = 0$  หมายความว่า เหตุการณ์นั้น ๆ ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นแน่นอน

4. เทคนิคคิดเร็วโดยการใช้สูตร

หา  $n(S) = 2^n$  เมื่อ  $n$  คือ จำนวนเหรียญหรือจำนวนครั้งที่โยน

เช่น 1 เหรียญ  $n(S) = 2^n = 2^1 = 2$

2 เหรียญ  $n(S) = 2^n = 2^2 = 4$

3 เหรียญ  $n(S) = 2^n = 2^3 = 8$

5. เทคนิคคิดเร็วโดยการใช้สูตร

หา  $n(S) = 6^n$  เมื่อ  $n$  คือ จำนวนลูกเต๋าหรือจำนวนครั้งที่โยน

เช่น 1 ลูก  $n(S) = 6^n = 6^1 = 6$

2 ลูก  $n(S) = 6^n = 6^2 = 36$

3 ลูก  $n(S) = 6^n = 6^3 = 216$

6. กฎเกี่ยวกับความน่าจะเป็นที่ควรรู้

6.1 กฎการคูณ คือ เมื่อมีเหตุการณ์ตั้งแต่ 2 เหตุการณ์ขึ้นไปกระทำต่อเนื่องกัน  
 ให้นำความน่าจะเป็นของแต่ละเหตุการณ์มาคูณกัน

6.2 กฎการบวก คือ เมื่อมีเหตุการณ์ตั้งแต่ 2 เหตุการณ์ขึ้นไปกระทำไม่ต่อเนื่องกัน  
 ให้นำความน่าจะเป็นของแต่ละเหตุการณ์มาคูณกัน

6.3 กฎการจัดหมู่ ถ้ามีสิ่งของ n สิ่ง แต่เลือกมาทีละ r สิ่งจะได้จำนวนวิธีในการ  
 เลือกทั้งหมด

$$\text{คือ } C_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

โจทย์ตัวอย่าง

ซื้อสลากกินแบ่งรัฐบาลไว้ 2 ฉบับ โอกาสที่จะถูกเลขท้าย 3 ตัวเป็นเท่าไร

แนวคิด  $S = \{ 000, 001, 002, \dots, 999 \} \therefore n(S) = 1000$

$E = \{ \text{ถูกหนึ่งฉบับ, ถูกสองฉบับ} \} \therefore n(E) = 2$

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{1000} = \frac{1}{500}$$

## แบบฝึกหัด ชุดที่ 8 (ค 5.2 ม.3/1)

จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

1. นักกีฬายิงปืนคนหนึ่งฝึกยิงปืนเข้าเป้า โดยยิงจำนวน 3 นัด ในแต่ละนัดคาดว่าจะยิงถูกเป้าหรือพลาดเป้าโอกาสที่นักกีฬาคนนี้จะยิงถูกเป้า 2 ครั้ง มีค่าตรงกับข้อใด

ก.  $\frac{1}{8}$

ข.  $\frac{2}{3}$

ค.  $\frac{1}{3}$

ง.  $\frac{3}{8}$

2. ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูก พร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่ทอดได้แต้มรวมกันเป็นเลขคี่ที่ไม่เกิน 10 คือข้อใด

ก.  $\frac{11}{12}$

ข.  $\frac{16}{3}$

ค.  $\frac{1}{12}$

ง.  $\frac{4}{9}$

3. ในการโยนเหรียญ 4 เหรียญหนึ่งครั้งความน่าจะเป็นที่เหรียญทั้ง 4 จะขึ้นหน้าเหมือนกันเท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{1}{4}$

ข.  $\frac{1}{16}$

ค.  $\frac{1}{8}$

ง.  $\frac{1}{32}$

4. เลือกเลขจำนวนหนึ่งจากเลข 1, 2, 3,..., 30 ความน่าจะเป็นที่จะได้จำนวนเลข 4 หรือ 6 ทหารลงตัวเท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{1}{3}$

ข.  $\frac{1}{2}$

ค.  $\frac{4}{10}$

ง.  $\frac{3}{4}$

5. โยนลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าลูกแรกให้แต้มมากกว่าหรือเท่ากับลูกที่ 2

ก.  $\frac{7}{12}$

ข.  $\frac{3}{4}$

ค.  $\frac{5}{12}$

ง.  $\frac{1}{6}$



มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/1

ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นประกอบการตัดสินใจในสถานการณ์ต่างๆ

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. ค่ากลางของข้อมูล

$$1.1 \text{ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} = \frac{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}{\text{จำนวนข้อมูลทั้งหมด}}$$

1.2 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลซึ่งมีความสำคัญไม่เท่ากัน

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก} = \frac{\text{ผลรวมของผลคูณของข้อมูลและความสำคัญของข้อมูล}}{\text{ผลรวมของความสำคัญของข้อมูล}}$$

1.3 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม คือ ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลหลายกลุ่ม ซึ่งแต่ละกลุ่มมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหรือจำนวนข้อมูลไม่เท่ากัน

$$\text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตรวม} = \frac{\text{ผลรวมของผลคูณของค่าเฉลี่ยและจำนวนข้อมูลของแต่ละกลุ่ม}}{\text{ผลรวมของข้อมูลทั้งหมด}}$$

1.4 ค่ามัธยฐาน คือ ข้อมูลซึ่งอยู่ในตำแหน่งกลางเมื่อทำการเรียงข้อมูลจากมากไปหาน้อยหรือจากน้อยไปหามาก

1.5 ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด หรือ ข้อมูลที่ซ้ำกันมากที่สุด ถ้าข้อมูลที่มีความถี่มากที่สุดมี 2 จำนวน ให้ตอบ 2 จำนวน แต่ถ้ามากกว่า 2 จำนวน ให้ถือว่าข้อมูลชุดนั้นไม่มีฐานนิยม

$$2. \text{ ค่าความน่าจะเป็นหาได้จาก } P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

เมื่อ  $P(E)$  คือ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

$n(S)$  คือ จำนวนของเหตุการณ์ทั้งหมด

$n(E)$  คือ จำนวนของเหตุการณ์ที่เราสนใจ

$$3. \text{ ค่าคาดหวัง} = (\text{ผลตอบแทน} \times \text{ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์}) + (\text{ผลตอบแทน} \times \text{ความน่าจะเป็นที่จะไม่เกิดเหตุการณ์})$$

โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 เงินเก็บในรอบสัปดาห์เป็น 6, 9, 13, 15, 7, 2 และ X บาท ตามลำดับ สัปดาห์นั้น  
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเงินเก็บเท่ากับ 11 บาท X เท่ากับกี่บาท

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด} \quad \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิต} &= \frac{\text{ผลรวมของเงินเก็บ}}{\text{จำนวนวัน}} \\ 11 &= \frac{6+9+13+15+7+2+x}{7} \\ 11 &= \frac{52+x}{7} \\ 52 + X &= 77 \\ X &= 25 \end{aligned}$$

ตอบ X เท่ากับ 25 บาท

ตัวอย่างที่ 2 ผลสอบและจำนวนหน่วยกิตเป็นดังนี้

วิชา	ผลสอบ	หน่วยกิต
คณิตศาสตร์	3	3
ภาษาไทย	2	1
วิทยาศาสตร์	4	2
ภาษาอังกฤษ	4	1.5

คะแนนเฉลี่ยเป็นเท่าไร

แนวคิด

เนื่องจากหน่วยกิตของแต่ละวิชาไม่เท่ากัน

ดังนั้นคะแนนเฉลี่ยจึงเป็นค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก

$$\begin{aligned} \text{ค่าเฉลี่ยเลขคณิตถ่วงน้ำหนัก} &= \frac{(3 \times 3) + (2 \times 1) + (4 \times 2) + (4 \times 1.5)}{3 + 1 + 2 + 1.5} \\ &= \frac{(9) + (2) + (8) + (6)}{7.5} \\ &= \frac{25}{7.5} \\ &= 3.33 \end{aligned}$$

ตอบ คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 3.33

ตัวอย่างที่ 3 เจ้าของที่ดินสามรายมีที่ดินเฉลี่ย 36 ไร่ เจ้าของที่ดินรายแรกมีที่ดิน 22 แปลง พื้นที่เฉลี่ยแปลงละ 20 ไร่ เจ้าของที่ดินรายที่สองมีที่ดิน 18 แปลง พื้นที่เฉลี่ยแปลงละ 80 ไร่ เจ้าของที่ดินรายที่สามมีที่ดิน 40 แปลง พื้นที่เฉลี่ยแปลงละกี่ไร่

แนวคิด

$$36 = \frac{(22 \times 20) + (18 \times 80) + (40 \times \text{พื้นที่เฉลี่ย})}{22 + 18 + 40}$$

$$36 = \frac{440 + 1,440 + (40 \times \text{พื้นที่เฉลี่ย})}{80}$$

$$2,880 = 1,880 + (40 \times \text{พื้นที่เฉลี่ย})$$

$$(40 \times \text{พื้นที่เฉลี่ย}) = 1,000$$

$$\text{พื้นที่เฉลี่ย} = 25$$

ตอบ เจ้าของที่ดินรายที่สามมีพื้นที่เฉลี่ยแปลงละ 25 ไร่

ตัวอย่างที่ 4 ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงจากน้อยไปมาก ดังนี้ 10 , 20 , 30 , a , b , 60 , 90 , 120 ถ้าฐานนิยมมีเพียงค่าเดียวเป็น 30 และมัธยฐานเป็น 35 แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูล 21 , 22 , 33 , 34 , a + 5 , b + 6 , 67 , 68 , 69 , 150 มีค่าเท่าใด

แนวคิด

จากข้อมูล ฐานนิยมมีค่าเดียวเป็น 30 ฉะนั้น  $a = 30$

มัธยฐานเป็น 35 จะได้  $\frac{a+b}{2} = 35$

$$30 + b = 70$$

$$b = 40$$

$$\text{ค่าเฉลี่ยของข้อมูล} = \frac{21+22+33+34+35+46+67+68+69+150}{10}$$

$$= \frac{545}{10}$$

$$= 54.5$$

ตอบ มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 54.5

ตัวอย่างที่ 5 โยนเหรียญ 1 เหรียญ ถ้าออกหัวจะได้เงิน 1 บาท ออกก้อยจะเสียเงิน 2 บาท หากเอ  
เลือกออกหัวซึ่งมีค่าคาดหวังเท่าไร

**แนวคิด**

ความน่าจะเป็นที่จะออกหัว  $\frac{1}{2}$  ผลตอบแทนเป็น +1 บาท

ความน่าจะเป็นที่จะออกหัว  $\frac{1}{2}$  ผลตอบแทนเป็น -2 บาท

$$\text{ค่าคาดหวัง} = \left(1 \times \frac{1}{2}\right) + \left(-2 \times \frac{1}{2}\right) = -0.5 \text{ บาท}$$

ดังนั้น ค่าคาดหวังที่จะได้เงินรางวัลเป็น -0.5 บาท

**ตอบ** การโยนเหรียญแต่ละครั้งจะเสียเงิน 0.5 บาท

## แบบฝึกหัด ชุดที่ 9 (ค 5.3 ม.3/1)

## ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว

- ข้อมูลชุดหนึ่งคือ 5, 8,  $x$ , 8, 7, 14 ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 9 แล้ว  $x$  มีค่าเท่ากับข้อใด
  - 8
  - 10
  - 9
  - 12
- นักเรียนห้อง 1 มีจำนวน 25 คน ค่าเฉลี่ยคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์เป็น 30 คะแนน ส่วนนักเรียนห้อง 2 มีจำนวน 35 คน มีค่าเฉลี่ยเป็น 40 คะแนน จงหาค่าเฉลี่ยของคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้ง 2 ห้องเป็นเท่าไร
  - 33.35
  - 37.05
  - 35 : 83
  - 39 : 08
- คนกลุ่มหนึ่งเป็นชาย 6 คน หญิง 4 คน ถ้าผู้ชายทุกคนมีอายุ 30 ปี เท่ากันหมด และผู้หญิงมีอายุ 25 ปีเท่ากัน ถามว่าอายุเฉลี่ยของคนกลุ่มนี้เป็นเท่าใด
  - 28
  - 25
  - 26
  - 30
- ห้องเรียนห้องหนึ่งมีนักเรียนชายสูงโดยเฉลี่ย 172 เซนติเมตร ส่วนนักเรียนหญิงเฉลี่ยสูง 152 เซนติเมตร ถ้านักเรียนห้องนี้เฉลี่ยสูง 160 เซนติเมตร อัตราส่วนจำนวนนักเรียนชายต่อจำนวนนักเรียนหญิงเป็นเท่าใด
  - 2 : 3
  - 1 : 2
  - 3 : 2
  - 1 : 3
- นักเรียนคนหนึ่งสอบคณิตศาสตร์ครั้งที่ 1 ได้ 40 คะแนน ครั้งที่ 2 ได้ 45 คะแนน จะต้องสอบครั้งที่ 3 ให้ได้กี่คะแนนจึงจะได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบเป็น 42 คะแนน
  - 41 คะแนน
  - 43 คะแนน
  - 42 คะแนน
  - 44 คะแนน
- คะแนนสอบคณิตศาสตร์ 10 คน เป็นดังนี้ 15, 18, 10, 12, 15, 14, 2, 8, 12, 14 ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง
  - ค่าเฉลี่ยเลขคณิต คือ 12
  - ค่ามัธยฐาน คือ 12
  - ฐานนิยม คือ 12
  - ถูกทุกข้อ

7. ถ้ามีข้อมูล 8, 2a, 12, 14, 2b, 20 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 14 และมีฐานนิยมเท่ากับ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต แล้วจงหาค่าเฉลี่ยของ a และ b

- |        |        |
|--------|--------|
| ก. 7.0 | ค. 7.5 |
| ข. 8.0 | ง. 8.5 |

8. เด็กกลุ่มหนึ่งอายุ 9, 12, 10, 14 ปี และมีแฝดอีก 3 คนรวมอยู่ด้วย อายุเฉลี่ยเด็กกลุ่มนี้ 12 ปี เด็กแฝดอายุคนละกี่ปี

- |          |          |
|----------|----------|
| ก. 11 ปี | ค. 12 ปี |
| ข. 13 ปี | ง. 14 ปี |

9. น้ำหนักเฉลี่ยของเด็กกลุ่มหนึ่งซึ่งมี 5 คน เป็น 30 กิโลกรัม แล้วเมื่อนำเด็กอีกคนมาเพิ่มทำให้ ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักเฉลี่ยของเด็กกลุ่มนี้เป็น 40 กิโลกรัม แล้วน้ำหนักของเด็กที่มาเพิ่มหนักเท่าไร

- |                |                |
|----------------|----------------|
| ก. 75 กิโลกรัม | ค. 80 กิโลกรัม |
| ข. 85 กิโลกรัม | ง. 90 กิโลกรัม |

10. นักเรียนกลุ่มแรกจำนวน 5 คน มีเงินเก็บเฉลี่ย 12 บาท นักเรียนกลุ่มสองจำนวน 8 คน มีเงินเก็บเฉลี่ย 20 บาท นักเรียนกลุ่มที่สามจำนวน 6 คนมีเงินเก็บเฉลี่ย 14 บาท นักเรียนทั้งหมดมีเงินเก็บเฉลี่ยกี่บาท

- |           |             |
|-----------|-------------|
| ก. 15 บาท | ค. 15.5 บาท |
| ข. 16 บาท | ง. 16.5 บาท |

### ตอนที่ 2 จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. เกมสเปาเป่าวงล้อภาษาอังกฤษ A – Z กำหนดเงื่อนไขดังนี้

- 1) ปาถูกตัวอักษรไม่ได้เงินรางวัล
- 2) ปาถูกตัวสระได้เงิน 10 บาท

การปาเป่าแต่ละครั้งเสียเงิน 2 บาท ควรเล่นเกมนี้หรือไม่

2. การทำธุรกิจมีโอกาสประสบความสำเร็จ 0.65 ถ้าประสบความสำเร็จจะได้กำไร 400,000 บาท ถ้าประสบความสำเร็จล้มเหลวจะขาดทุน 550,000 บาท ควรทำธุรกิจนั้นหรือไม่ เพราะอะไร

3. นาย ก มีลูก 3 คน เล่นพนันกับนาย ข ดังนี้

- ถ้านาย ก มีลูกชาย 3 คน ได้เงิน 10,000 บาท
- ถ้านาย ก มีลูกชาย 2 คน ได้เงิน 4,000 บาท
- ถ้านาย ก มีลูกชาย 1 คน ได้เงิน 2,000 บาท
- ถ้านาย ก ไม่มีลูกชาย เสียเงิน 12,000 บาท

นาย ข ควรจะรับพนันนาย ก หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตัวชี้วัดชั้นปี ม.3/2

อภิปรายถึงความคลาดเคลื่อนที่อาจเกิดขึ้นได้ จากการนำเสนอข้อมูลทางสถิติ

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. ความคลาดเคลื่อนในการใช้สถิติอาจเกิดขึ้นได้ในทุกขั้นตอนของการดำเนินการทางสถิติ เริ่มตั้งแต่การเก็บรวบรวมข้อมูล การนำเสนอข้อมูล การวิเคราะห์ข้อมูล ตลอดจนถึงการแปลความหมาย
2. การเก็บรวบรวมข้อมูล อาจได้ข้อมูลที่ไม่ตรงกับข้อเท็จจริง มีความลำเอียงในการเก็บรวบรวมข้อมูล หรือมีข้อผิดพลาดในการบันทึกข้อมูล
3. การนำเสนอข้อมูล อาจมีการนำเสนอข้อมูลผิดความเป็นจริงหรือนำเสนอข้อมูลแล้วทำให้ผู้ใช้เกิดการเข้าใจผิด
4. การวิเคราะห์ข้อมูล อาจมีการใช้สถิติที่ไม่เหมาะสมกับข้อมูล เช่น ในชุดของข้อมูลที่ใช้มีฐานเพื่อบอกค่ากลาง แต่กลับใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
5. การแปลความหมาย อาจมีการอ่านข้อมูลที่นำเสนอผิดความจริงหรือมีการตีความเกินความเป็นจริง

โจทย์ตัวอย่าง

ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้ แล้วอธิบายว่า ข้อมูลจากแต่ละสถานการณ์มีความน่าเชื่อถือมากน้อยเพียงไร

**สถานการณ์ 1** สถาบันแห่งหนึ่งต้องการตรวจสอบว่ายาสีฟันที่บริษัทแห่งหนึ่งผลิตจำหน่าย ช่วยป้องกันฟันผุได้จริงหรือไม่ จึงทำการสำรวจโดยสอบถามจากผู้ใช้ยาสีฟันนี้ 1,000 คน ว่าหลังใช้ยาสีฟันแล้วมีฟันผุหรือไม่

**แนวการตอบ** ไม่น่าเชื่อถือ เนื่องจาก การกำหนดและเลือกกลุ่มตัวอย่างยังไม่ชัดเจน

แบบฝึกหัด ชุดที่ 10 (ค 5.3 ม.3/2)

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนพิจารณาสถานการณ์ต่อไปนี้ แล้วอธิบายว่า ข้อมูลจากแต่ละสถานการณ์ มีความน่าเชื่อถือมากน้อยเพียงไร

**สถานการณ์ 1**

บริษัทผลิตแชมพูสระผมยี่ห้อหนึ่ง ต้องการโฆษณาเพื่อให้ผู้บริโภคเชื่อว่า แชมพูที่ตนผลิต ทำให้ผมนุ่ม สลวย สวยงาม จึงจัดให้มีการประกวดและทดสอบผมของหญิงสาวที่ใช้แชมพู ยี่ห้อต่าง ๆ ด้วยการให้ชายหนุ่มใช้มือสัมผัสว่าผมนุ่ม สลวย สวยงามเพียงใด แล้วอ้างว่า ผู้ชนะใช้แชมพูที่ตนผลิต

ตอบ .....

**สถานการณ์ 2**

สถาบันทางการศึกษาแห่งหนึ่งต้องการตรวจสอบความเห็นของประชาชนเกี่ยวกับปัญหา มอเตอร์ไซค์ซิ่ง จึงทำการสำรวจโดยให้นักศึกษาไปสุ่มสัมภาษณ์ความเห็นของคนทั่วไปที่รู้จัก โดยใช้แบบสอบถามชนิดเลือกคำตอบจากข้อความที่กำหนดให้

ตอบ .....

**สถานการณ์ 3**

คณะกรรมการอาหารและยา กระทรวงสาธารณสุขได้สุ่มเก็บข้อมูลการใช้สารฟอกขาว ในอาหารที่คนบริโภคในตลาดสดและร้านค้าทั่วไป พบว่ามีอาหารหลายชนิด เช่น หน่อไม้ เห็ดหูหนูขาวและน้ำตาลมะพร้าว มีปริมาณสารฟอกขาวเกินกำหนดที่ประกาศอนุญาตไว้

ตอบ .....

**สถานการณ์ 4**

บริษัทผลิตรถยนต์แห่งหนึ่ง ต้องการโฆษณาให้ประชาชนเชื่อว่ารถยนต์ที่บริษัทผลิตประหยัด น้ำมัน จึงจัดให้มีการทดสอบขั้รถยนต์จากจังหวัดสงขลาถึงจังหวัดเชียงราย แล้วอ้างว่า เติมน้ำมันเต็มถังเพียงครั้งเดียวจะสามารถแล่นได้ตลอดเส้นทาง

ตอบ .....



สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์

มาตรฐาน ค 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่น ๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

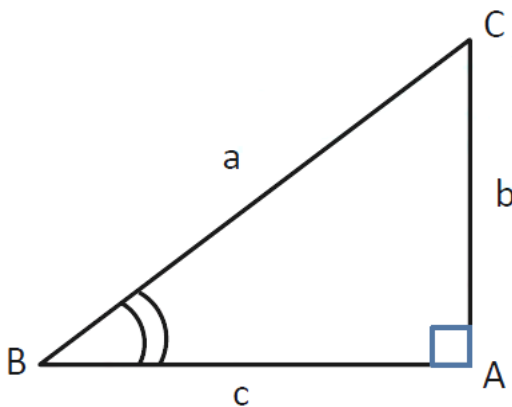
ตัวชี้วัดชั้นปี

1. ใช้วิธีการที่หลากหลายแก้ปัญหา (ค 6.1 ม.3/1)
2. ใช้ความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์และเทคโนโลยีในการแก้ปัญหา ในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้อย่างเหมาะสม (ค 6.1 ม.3/2)
3. ให้เหตุผลประกอบการตัดสินใจ และสรุปผลได้อย่างเหมาะสม (ค 6.1 ม.3/3)
4. ใช้ภาษาและสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ในการสื่อสาร การสื่อความหมาย และการนำเสนอได้อย่างถูกต้องและชัดเจน (ค 6.1 ม.3/4)
5. เชื่อมโยงความรู้ต่าง ๆ ในคณิตศาสตร์และนำความรู้ หลักการ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ไปเชื่อมโยงกับศาสตร์อื่น ๆ (ค 6.1 ม.3/5)
6. มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ (ค 6.1 ม.3/6)

สิ่งที่นักเรียนต้องรู้

1. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก (Property of the right triangle)

ถ้า  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยมีมุม A เป็นมุมฉาก ดังรูป



จะได้ว่า  $a^2 = b^2 + c^2$

และเมื่อกำหนด B เป็นมุมใดๆ

เรียก a ว่าด้านตรงข้ามมุมฉาก

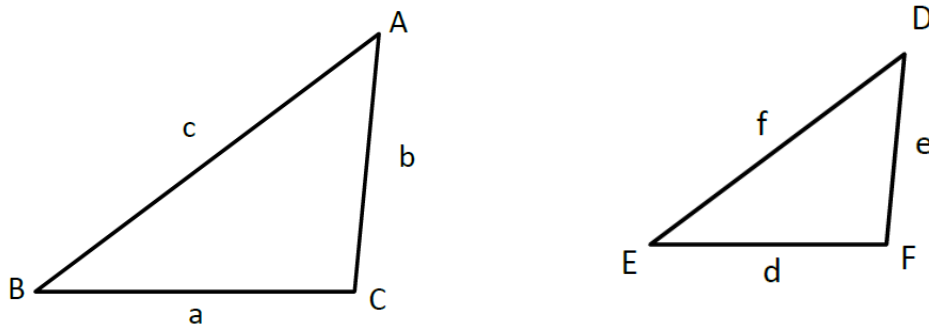
เรียก b ว่าด้านตรงข้ามมุม

เรียก c ว่าด้านประชิดมุม

## 2. ความคล้าย (Similarity)

รูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน ก็ต่อเมื่อ สามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีขนาดของมุมเท่ากัน เป็นคู่ๆ สามคู่ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ~

สมบัติของสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน



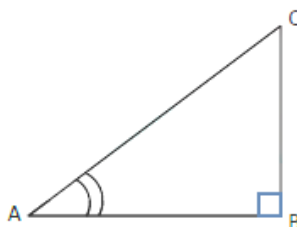
1) สามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน จะมีด้านที่สมนัยกันเป็นสัดส่วนกัน

จากรูป ถ้า  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  แล้ว  $\frac{a}{d} = \frac{b}{e} = \frac{c}{f}$

2) สามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันจะมีมุมที่สมนัยกันมีขนาดเท่ากัน

จากรูป  $\hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{E}, \hat{C} = \hat{F}$

## 3. ความรู้เกี่ยวกับตรีโกณมิติ



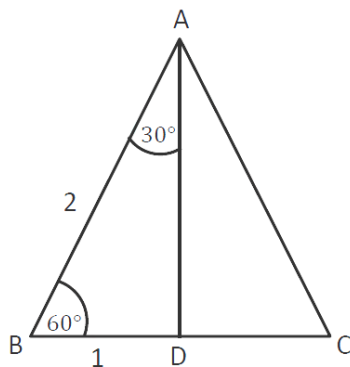
กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มี  $\hat{A} = 90^\circ$

ไซน์ของ A ( $\sin A$ ) =  $\frac{\text{ตรงข้ามของมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{BC}{AC}$

โคไซน์ของ A ( $\cos A$ ) =  $\frac{\text{ประชิดของมุม A}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{AB}{AC}$

$$\text{ไซน์ของ } A (\sin A) = \frac{\text{ตรงข้ามของมุม } A}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{BC}{AB}$$

การหาฟังก์ชันของมุม  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$



กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  ด้านเท่า ซึ่งมีความยาวด้านละ 2 หน่วย ลากเส้นแบ่งครึ่งมุมยอด A มาตั้งฉากกับฐาน BC จะได้  $\triangle ABD$  เป็น  $\triangle$  มุมฉากที่มี  $\widehat{ADB}$  เป็นมุมฉาก และมี  $AB = 2$  หน่วย ,  $BD = 1$  หน่วย

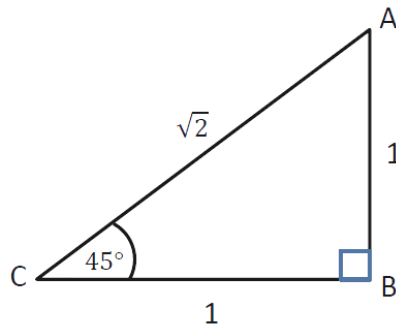
จากสมบัติของสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} AD^2 &= AB^2 - BD^2 \\ &= 2^2 - 1^2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\therefore AD = \sqrt{3} \text{ หน่วย}$$

จากรูป  $\widehat{BAD} = 30^\circ$  ,  $\widehat{ABD} = 60^\circ$  ,  $\widehat{ADB} = 90^\circ$

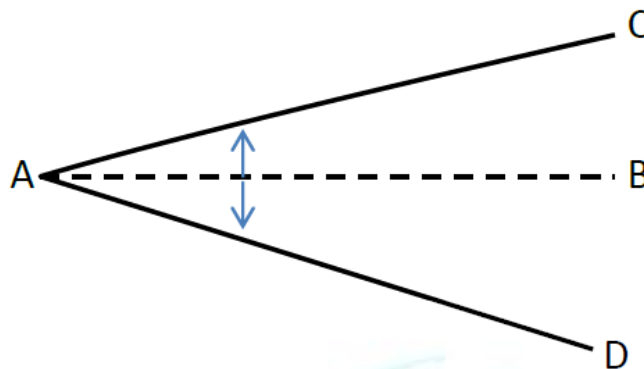
$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } \sin \widehat{BAD} &= \sin 30^\circ &= \frac{BD}{AB} &= \frac{1}{2} \\ \cos \widehat{BAD} &= \cos 30^\circ &= \frac{AD}{AB} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan \widehat{BAD} &= \tan 30^\circ &= \frac{BD}{AD} &= \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \sin \widehat{ABD} &= \sin 60^\circ &= \frac{AD}{AB} &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos \widehat{ABD} &= \cos 60^\circ &= \frac{BD}{AB} &= \frac{1}{2} \\ \tan \widehat{ABD} &= \tan 60^\circ &= \frac{AD}{BD} &= \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3} \end{aligned}$$



กำหนดให้  $\triangle ABC$  เป็น  $\triangle$  หน้าจั่วมี  $\angle ABC = 90^\circ$  ดังนั้น  $\angle BCA = \angle BAC = 45^\circ$   
 และถ้า  $BC = BA = 1$  หน่วย แล้ว  $AC^2 = BC^2 + BA^2$   
 $= 1^2 + 1^2$   
 $= 2$   
 $\therefore AC = \sqrt{2}$  หน่วย

ดังนั้น  $\sin \angle BCA = \sin 45^\circ = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 $\cos \angle BCA = \cos 45^\circ = \frac{BC}{AC} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 $\tan \angle BCA = \tan 45^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{1}{1} = 1$

4. มุมเงย และมุมก้ม



มุมเงย (angle of elevation) หมายถึง มุมที่วัดจากแนวระดับ (สายตา) ขึ้นไป คือ  $\angle BAC$   
 มุมก้ม (angle of depression) หมายถึง มุมที่วัดจากแนวระดับ (สายตา) ลงไป คือ  $\angle BAD$

## 5. สูตรตรีโกณมิติ

$$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A}$$

$$\sec A = \frac{1}{\cos A}$$

$$\cot A = \frac{1}{\tan A}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$\cot A = \frac{\cos A}{\sin A}$$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

$$\sec^2 A - \tan^2 A = 1$$

$$\operatorname{cosec}^2 A - \cot^2 A = 1$$

$$\sin A \cdot \operatorname{cosec} A = 1$$

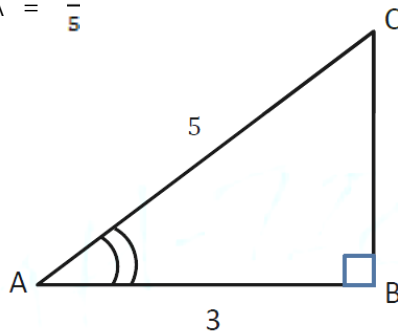
$$\cos A \cdot \sec A = 1$$

$$\tan A \cdot \cot A = 1$$

## โจทย์ตัวอย่าง

ตัวอย่างที่ 1 กำหนดให้  $\cos A = \frac{3}{5}$  จงหา  $\sin A$  และ  $\tan A$

แนวคิด จาก  $\cos A = \frac{3}{5}$



$$CB^2 = AC^2 - AB^2$$

$$= 5^2 - 3^2$$

$$= 25 - 9$$

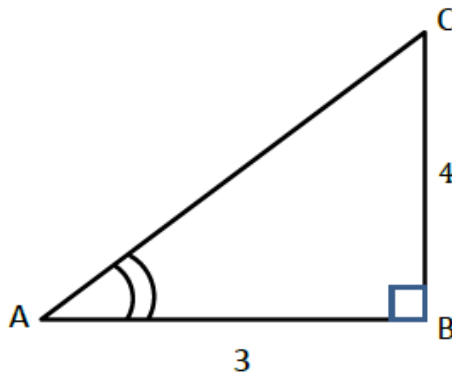
$$= 16$$

$$\therefore CB = 4$$

$$\begin{aligned} \text{ตอบ } \sin A &= \frac{BC}{AC} = \frac{4}{5} \\ \tan A &= \frac{BC}{AB} = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

ตัวอย่างที่ 2 ถ้า  $3\tan A = 4$  จงหาค่าของ  $2\cot A - 5\cos A + \sin A$

แนวคิด  $3\tan A = 4 \quad \tan A = \frac{4}{3}$



$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 3^2 + 4^2 \\ &= 9 + 16 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$AC = 5$$

$$\begin{aligned} 2\cot A - 5\cos A + \sin A &= 2 \cdot \frac{1}{\tan A} - 5\cos A + \sin A \\ &= 2 \cdot \frac{1}{\frac{4}{3}} - 5 \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \\ &= 2 \cdot \frac{3}{4} - 5 \cdot \frac{3}{5} + \frac{4}{5} \\ &= \frac{3}{2} - 3 + \frac{4}{5} \\ &= \frac{15 - 30 + 8}{10} \\ &= \frac{-7}{10} \end{aligned}$$

ตอบ  $\frac{-7}{10}$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าของ  $\tan^2 45^\circ * \sin 60^\circ * \tan 30^\circ * \tan^2 60^\circ$

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด} \quad \tan^2 45^\circ * \sin 60^\circ * \tan 30^\circ * \tan^2 60^\circ \\ &= 1^2 * \frac{\sqrt{3}}{2} * \frac{1}{\sqrt{3}} * \sqrt{3}^2 \\ &= 1 * \frac{1}{2} * 3 \\ &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

ตอบ  $\frac{3}{2}$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาค่าของ  $\cos 60^\circ - \tan^2 45^\circ + \frac{3}{4} \tan^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin 30^\circ$

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด} \quad \cos 60^\circ - \tan^2 45^\circ + \frac{3}{4} \tan^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ - \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} - 1^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{2-4+1+3-2}{4} \\ &= \frac{0}{4} \\ &= 0 \end{aligned}$$

ตอบ 0

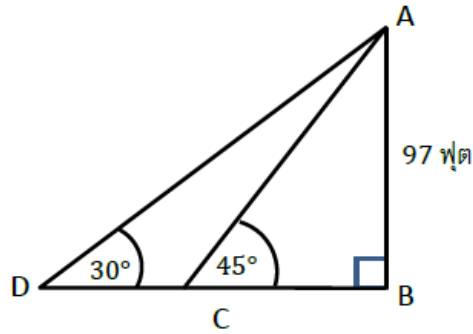
ตัวอย่างที่ 5 จงหาค่าของ x จากสมการ  $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$  เมื่อ  $0^\circ < x < 90^\circ$

$$\begin{aligned} \text{แนวคิด} \quad \cos x &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos x &= \cos 30^\circ \\ \therefore x &= 30^\circ \end{aligned}$$

ตอบ  $30^\circ$

ตัวอย่างที่ 6 ชาย 2 คนอยู่ห่างจากตึกหลังหนึ่งซึ่งสูง 97 ฟุต ทั้งสองวัดมุมเงยของตึกได้  $30^\circ$  และ  $45^\circ$  ตามลำดับ ชาย 2 คนนี้อยู่ห่างกันกี่ฟุต

แนวคิด



$$\begin{aligned} \tan 30^\circ &= \frac{AB}{DB} \\ &= \frac{97}{DB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore DB &= 97 \times \sqrt{3} \\ &= 97 \times 1.732 \\ &= 168 \text{ ฟุต} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tan 45^\circ &= \frac{AB}{CB} \\ 1 &= \frac{97}{CB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore CB &= 97 \text{ ฟุต} \\ \text{ดังนั้น } DC &= 168 - 97 \\ &= 71 \text{ ฟุต} \end{aligned}$$

ตอบ ชายทั้งสองคนอยู่ห่างกัน 71 ฟุต



แบบฝึกหัด

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. นายกล้าหาญ ยืนห่างจากตึกหลังหนึ่ง 165 เมตร สังเกตเห็นยอดตึกเป็นมุมเงย  $30^\circ$  เมื่อเขาเดินไปอีกระยะหนึ่งแล้วสังเกตเห็นยอดตึกหลังเดิมเป็นมุมเงย  $45^\circ$  อยากทราบว่า เขาเดินเข้าไปอีกประมาณกี่เมตร (กำหนดให้  $\frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.577$ )

ตอบ .....

2. นายศักดิ์ชาย สูง 5 ฟุต ยืนอยู่ห่างเสาโทรเลข 14 ฟุต มองดูยอดเสาโทรเลขเป็นมุมเงย  $72^\circ$  เสาโทรเลขสูงกี่เมตร (กำหนดให้  $\tan 72^\circ = 3.078$ )

ตอบ .....

3. นายภักดี ยืนอยู่กลางสนาม สังเกตเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย  $30^\circ$  ถ้าเขาเดินไปหาเสาธงอีก 50 เมตร เขาสังเกตเห็นยอดเสาธงเป็นมุมเงย  $45^\circ$  ถ้า นายภักดีสูง 160 เซนติเมตร เสาธงสูงกี่เมตร (กำหนดให้  $\sqrt{3} \approx 1.732$ )

ตอบ .....

4. เงานของเสาโทรเลขต้นหนึ่ง ยาว 15 ฟุต เมื่อมุมเงยของดวงอาทิตย์เป็น  $58^\circ$  จงหาความยาวของเงาเสาโทรเลขต้นนี้ เมื่อมุมเงยเป็น  $27^\circ$  (กำหนดให้  $\tan 58^\circ = 1.6$  และ  $\tan 27^\circ = 0.5$ )

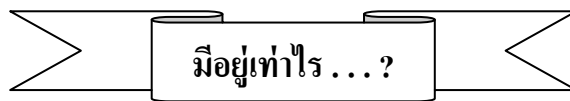
ตอบ .....

5. เสาไฟฟ้าสองต้นสูงเท่ากัน อยู่ห่างกัน 100 ฟุต ชายคนหนึ่งยืนอยู่ ณ จุดหนึ่งระหว่างเสาไฟสองต้นนี้ บนแนวเสาดันเดียวกันกับโคนเสาไฟฟ้าทั้งสองต้น เขามองดูยอดเสาไฟฟ้าเป็นมุมเงย  $30^\circ$  และ  $60^\circ$  จงหาว่าเขายืนอยู่ห่างจากเสาไฟฟ้าต้นแรกกี่ฟุต

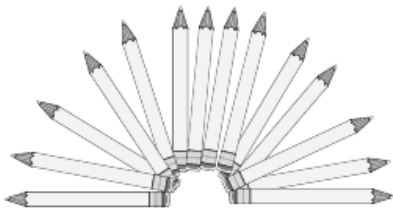
ตอบ .....

### กิจกรรมพัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์

การสร้างองค์ความรู้ทางคณิตศาสตร์จำเป็นต้องอาศัยทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านต่าง ๆ ได้แก่ การแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อความหมายทางคณิตศาสตร์ การนำเสนอ การเชื่อมโยงและความคิดริเริ่มสร้างสรรค์ เพื่อให้นักเรียนได้เห็นกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อย่างชัดเจน จึงจำเป็นต้องให้นักเรียนได้เรียนรู้และฝึกฝนการใช้ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ ด้านต่าง ๆ ผ่านการแก้ปัญหาที่หลากหลาย อันจะทำให้เกิดความคิดสร้างสรรค์และสามารถนำไป ประยุกต์ใช้ได้ดียิ่งขึ้น



#### กิจกรรมชุดที่ 1



วรพลมีดินสออยู่จำนวนหนึ่ง ที่จะนำไปแจกให้เด็ก ๆ ถ้าแจก ให้เด็กคนละ 3 แท่ง จะเหลือดินสออยู่ 1 แท่ง ถ้าแจกให้เด็ก คนละ 4 แท่ง จะเหลือดินสออยู่ 3 แท่งและ ถ้าแจกให้เด็กคน ละ 5 แท่ง จะเหลือดินสออยู่ 4 แท่งจงหาว่าวรพลมีดินสออยู่ อย่างน้อยกี่แท่ง ?

ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาข้างต้นแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1. จากเงื่อนไขในโจทย์ นักเรียนคิดว่าควรเริ่มพิจารณาจากดินสอกี่แท่ง เพราะเหตุใด ?

.....

.....

.....

2. นักเรียนคิดว่าจะต้องใช้ความรู้เรื่องใดในการแก้ปัญหานี้ ?

.....

.....

.....

3. นักเรียนมีแนวคิดและมีรูปแบบการนำเสนอให้เห็นกระบวนการแก้ปัญหานี้อย่างไร ?

.....

.....

.....

.....

นักเรียนอาจหาคำตอบของปัญหาข้างต้นได้จากหลายแนวคิด ต่อไปนี้เป็นแนวคิดหนึ่งที่แก้ปัญหโดย  
ใช้วิธีการแจกนับและใช้ความรู้เกี่ยวกับการหาร

4. ให้นักเรียนทำกิจกรรมและตอบคำถามต่อไปนี้

1) เขียนจำนวนดินสอเริ่มจาก 9 แท่ง แล้วเพิ่มขึ้นทีละ 1 แท่ง และหารแต่ละจำนวนที่ได้ด้วย 3, 4 และ 5 ตามลำดับ แล้วบันทึกคำตอบลงในตารางต่อไปนี้ จนได้จำนวนดินสอที่เป็น คำตอบของปัญหา

จำนวนดินสอ (แท่ง)	เศษที่ได้จากการหารจำนวนดินสอด้วยตัวหาร		
	ตัวหาร 3	ตัวหาร 4	ตัวหาร 5
9	0	1	4

2) จากตาราง วรพลจะต้องมีดินสออย่างน้อยกี่แท่ง ?

.....

.....

.....

3) นักเรียนตรวจสอบได้อย่างไรว่า คำตอบในข้อ 2) เป็นจริง จงอธิบาย

.....

.....

.....

5. เพื่อเป็นการปรับปรุงแนวคิดการแก้ปัญหในข้อ 4 ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1) จากเงื่อนไขที่ว่า “ถ้าแจกให้เด็กคนละ 3 แท่ง จะเหลือดินสออยู่ 1 แท่ง” นักเรียนคิดว่าวรพลจะมี  
จำนวนดินสอเป็นจำนวนคู่ได้หรือไม่ เป็นจำนวนคี่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ?

.....

.....

.....

2) จากเงื่อนไขที่ว่า “ถ้าแจกให้เด็กคนละ 4 แห่ง จะเหลือดินสออยู่ 3 แห่ง” นักเรียนคิดว่าวรพลจะมีจำนวนดินสอเป็นจำนวนคู่ได้หรือไม่ เป็นจำนวนคี่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ?

.....

.....

.....

3) จากเงื่อนไขที่ว่า “ถ้าแจกให้เด็กคนละ 5 แห่ง จะเหลือดินสออยู่ 4 แห่ง” นักเรียนคิดว่าวรพลจะมีจำนวนดินสอเป็นจำนวนคู่ได้หรือไม่ เป็นจำนวนคี่ได้หรือไม่ เพราะเหตุใด ?

.....

.....

.....

4) จากคำตอบในข้อ 1) ถึง 3) นักเรียนคิดว่า วรพลจะมีดินสอเป็นจำนวนคี่ใช่หรือไม่ เพราะเหตุใด ?

.....

.....

.....

5) ให้นักเรียนเติมจำนวนดินสอในตารางดังตัวอย่าง จนได้จำนวนดินสอที่เป็นคำตอบของปัญหา

จำนวนดินสอ (แห่ง)	เศษที่ได้จากการหารจำนวนดินสอด้วยตัวหาร		
	ตัวหาร 3	ตัวหาร 4	ตัวหาร 5
9	0	1	4

6) บวรมีดินสออย่างน้อยกี่แห่ง ?

.....

.....

จากกิจกรรมข้างต้น จะทราบว่า บวรมีดินสออย่างน้อย.....แห่ง และสามารถตรวจคำตอบได้ว่า เป็นจริงตามเงื่อนไขโจทย์ ดังนี้

..... ÷ 3 ได้ผลหารเป็น.....เศษ 1

..... ÷ 4 ได้ผลหารเป็น.....เศษ 3

..... ÷ 5 ได้ผลหารเป็น.....เศษ 4

กิจกรรมชุดที่ 2

มีอยู่กี่จำนวน . . . ?

ให้นักเรียนพิจารณาปัญหาต่อไปนี้

ในระหว่าง 4,000 กับ 5,000 จงหาว่า มีจำนวนนับอยู่กี่จำนวน อะไรบ้าง ที่เลขโดดใน หลักพันน้อยกว่าเลขโดดในหลักร้อย เลขโดดในหลักร้อยน้อยกว่าเลขโดดในหลักสิบ และเลขโดดในหลักสิบน้อยกว่าเลขโดดในหลักหน่วยเช่น 4,589 มี  $4 < 5$ ,  $5 < 8$  และ  $8 < 9$

เพื่อให้ได้แนวคิดในการแก้ปัญหา จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) เลขโดดในหลักพันมีได้กี่ตัว อะไรบ้าง จงอธิบาย

.....  
.....  
.....

2) เลขโดดในหลักร้อยมีได้กี่ตัว อะไรบ้าง จงอธิบาย

.....  
.....  
.....

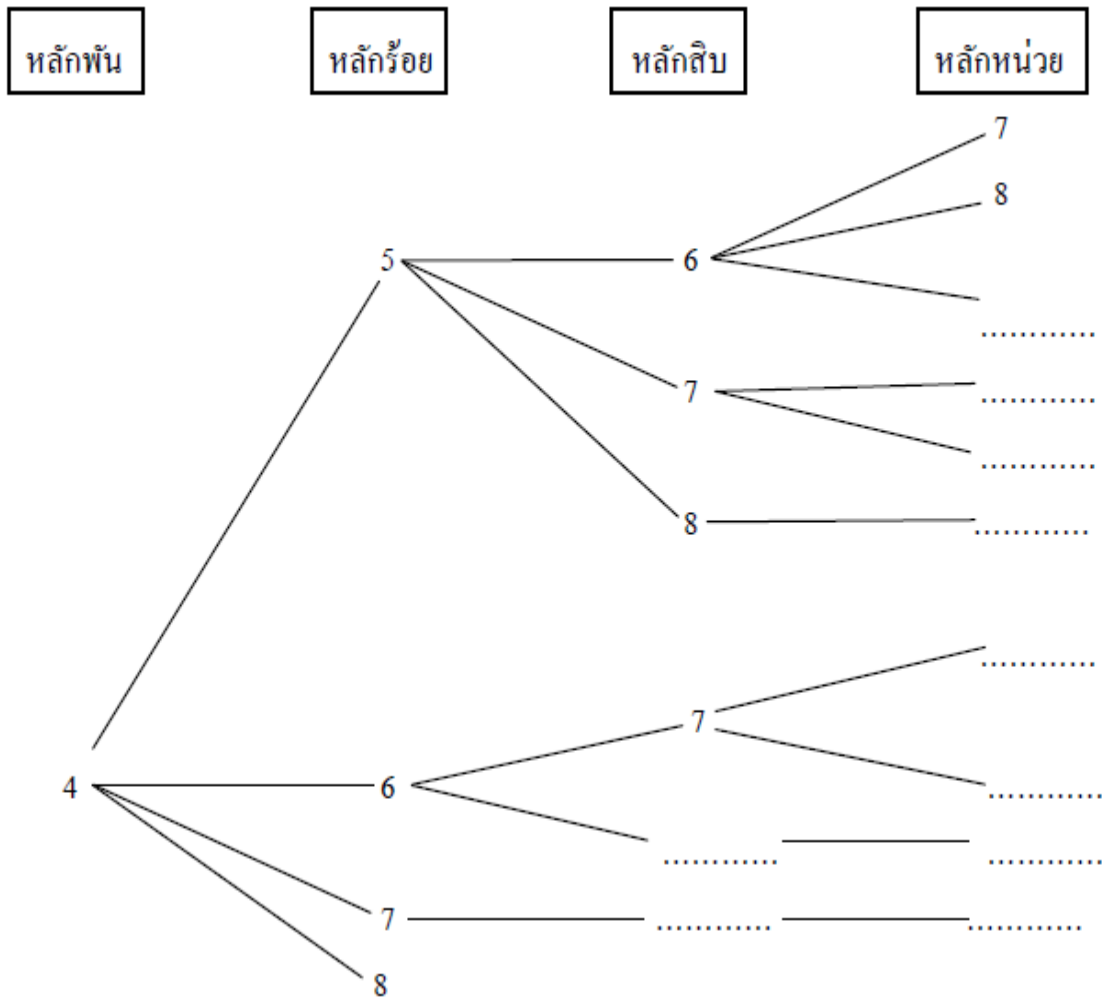
3) ถ้าเลขโดดในหลักร้อยเป็น 5 เลขโดดในหลักสิบ จะเป็นอะไรได้บ้าง จงอธิบาย

.....  
.....  
.....

4) ถ้าเลขโดดในหลักสิบเป็น 6 เลขโดดในหลักหน่วย จะเป็นอะไรได้บ้าง จงอธิบาย

.....  
.....  
.....

5) ให้นักเรียนเติมตัวเลข และทำแผนภาพต้นไม้ต่อไปให้สมบูรณ์



6) คำตอบของปัญหานี้คืออะไร ให้นักเรียนตรวจสอบว่า คำตอบที่ได้สอดคล้องกับเงื่อนไขหรือไม่ ?

.....

.....

.....

.....

ถอดรหัสปริศนาภาษา

กิจกรรมชุดที่ 3

คำชี้แจง จงหาคำตอบของโจทย์ที่กำหนดให้และ ถอดรหัสปริศนาภาษา โดย หาตัวอักษรภาษาอังกฤษลำดับที่ตรงกับค่า ตอบของโจทย์นั้นคือ A = 1, B = 2, C = 3, ..., Z = 26 แล้วเขียนตัวอักษรที่หาได้ทั้งหมดเป็นประโยค พร้อมแปลเป็นภาษาไทย

โจทย์	คำตอบ	ตัวอักษร
$11 \div \frac{1}{2}$	22	V
100% ของ 1	1	A
$\frac{4}{3} \times 9$	12	L
$\sqrt{25}$	5	E
$8 - (-2) + 2 - (-2)$	14	N
$(4 \times 5^2) \div 5$	20	T
$(9 \times 55) - (9 \times 54)$	9	I
$0.014 \div 0.001$	14	N
$5 \times 1^{20}$	5	E
$(444 \times 444) \div (444 \times 111)$	4	D
$(987654321)^0$	1	A
$(\sqrt{25})^2$	25	Y

ประโยคที่ได้ คือ.....

แปลเป็นภาษาไทย คือ.....

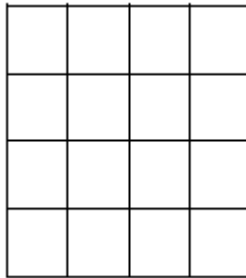




นับได้เท่าไร ?

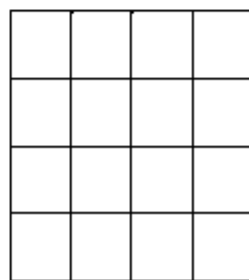
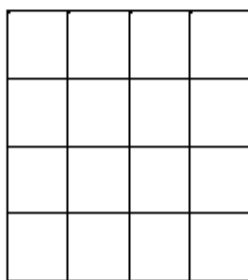
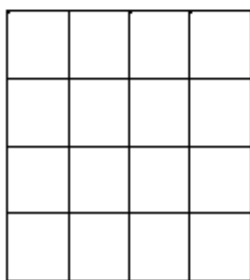
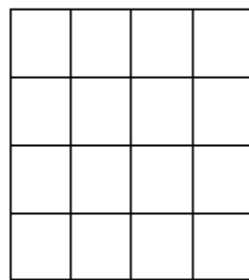
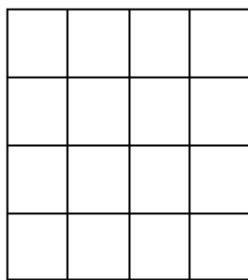
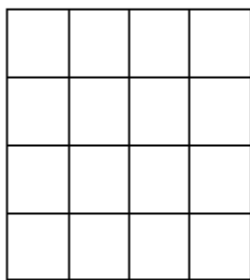
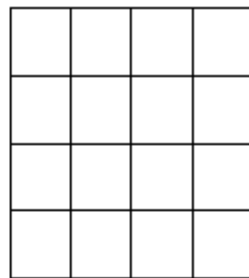
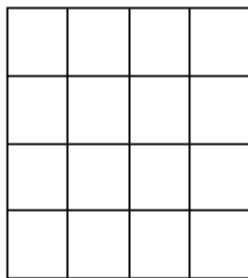
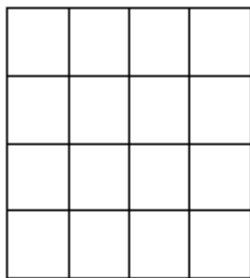
กิจกรรมชุดที่ 5

กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $4 \times 4$  ที่ได้มาจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $1 \times 1$  ต่อกันดังรูป



1. มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $1 \times 1$  ซ่อนอยู่ในรูปที่กำหนดให้ทั้งหมดกี่รูป

2. จงเขียนแผนภาพแสดงการแจกแจงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $2 \times 2$  ทั้งหมดที่ซ่อนอยู่ในรูปที่กำหนดให้ โดยการระบายสี



3. ให้นักเรียนแจกนับรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดต่าง ๆ ที่ซ่อนอยู่ในรูปที่กำหนดให้ และบันทึกผลที่ได้ลงในตารางให้สมบูรณ์

ขนาด	จำนวนรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส
1×1	
2×2	
รวม	

4. ถ้ามีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $10 \times 10$  ที่ได้มาจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $1 \times 1$  ต่อกัน นักเรียนคิดว่า จะมีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดต่าง ๆ ซ่อนอยู่ในรูปที่กำหนดให้ทั้งหมดกี่รูป

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. ถ้ามีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $n \times n$  ที่ได้มาจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $1 \times 1$  ต่อกัน นักเรียนคิดว่า จะมีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดต่าง ๆ ซ่อนอยู่ในรูปที่กำหนดให้ทั้งหมดกี่รูป

.....

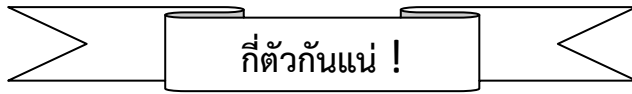
.....

.....

.....

.....

.....



### กิจกรรมชุดที่ 6

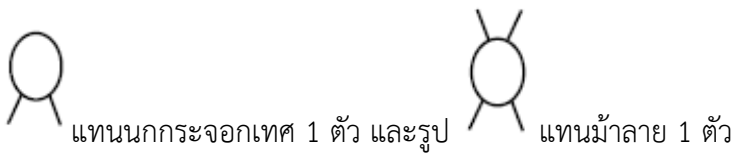
ออมและนุ่นไปเที่ยวสวนสัตว์เบตง ซึ่งสวนสัตว์แห่งนี้เลี้ยงม้าลายและนกกระจอกเทศในรั้วเดียวกัน ออมและนุ่นอยากทราบว่าม้าลายและนกกระจอกเทศอย่างละกี่ตัว จึงได้พยายามช่วยกันนับจำนวนสัตว์ทั้งสองชนิด แต่ทั้งม้าลายและนกกระจอกเทศไม่ยอมอยู่นิ่งให้นับ ออมและนุ่นจึงสอบถามจากนายสัตวแพทย์ที่กำลังดูแลสัตว์อยู่บริเวณนั้น

**ออม :** ในรั้วมีม้าลายและนกกระจอกเทศอย่างละกี่ตัวคะ

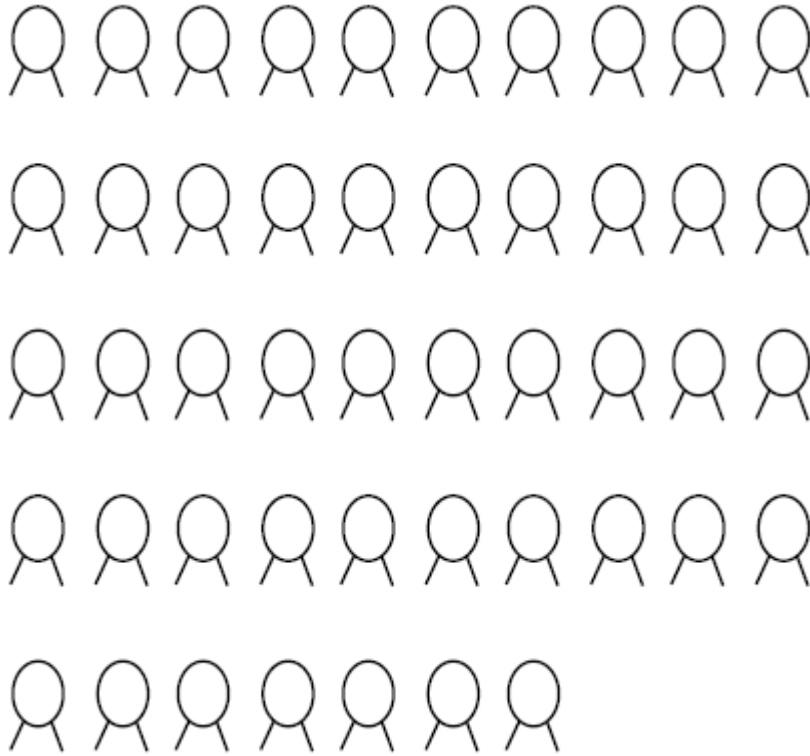
**นายสัตวแพทย์ :** ถ้าหนูอยากรู้ต้องหาคำตอบเองนะ ในรั้วมีม้าลายและนกกระจอกเทศรวมกัน 47 ตัว ถ้านับขาของม้าลายและขาของนกกระจอกเทศรวมกันได้ 118 ขา

**นุ่น :** ไม่ยากเลยคะ เดี่ยวหนูช่วยกันหาคำตอบได้

**นายสัตวแพทย์ :** ถ้าหนูได้คำตอบแล้ว ขอดูวิธีคิดของหนูด้วยนะครับ  
นุ่นเลือกใช้วิธีเขียนรูปแทนตัวสัตว์เพื่อนับตัวและขาของสัตว์ทั้งสองชนิดโดยใช้รูป



เริ่มต้น นุ่นเขียนรูป ทั้งหมด 47 ตัวดังรูป



ให้นักเรียนช่วยค้นหาคำตอบตามวิธีคิดของนุ่นโดยวาดขาเพิ่มภาพละ 2 ขา เพื่อแทนม้าลาย 1 ตัว จนนับจำนวนขาได้ครบตามที่กำหนดให้ นักเรียนหาคำตอบได้เป็นอย่างไร

.....

.....

.....

สำหรับออมคิดว่าจะใช้วิธีวิเคราะห์ประกอบการเดาคำตอบและตรวจสอบโดยตั้งคำถามกับตัวเองก่อน เพื่อการเดามีประสิทธิภาพที่จะทำได้คำตอบเร็วขึ้น ออมจึงตั้งคำถามกับตัวเองว่า “เป็นไปได้หรือไม่ที่จะมีม้าลาย 30 ตัว” หลังจากตอบคำถามตัวเองได้แล้ว ออมจึงเริ่มเดาครั้งแรกโดยคิดจำนวนม้าลายเป็น 20 ตัว และนกกระจอกเทศเป็น 27 ตัว พร้อมทั้งบันทึกข้อมูลการเปลี่ยนแปลงจำนวนตัวสัตว์และจำนวนขาของสัตว์ทั้งสองชนิดไปเรื่อย ๆ จนได้คำตอบโดยใช้ตารางช่วยดังนี้

เดาครั้งที่	ม้าลาย(ตัว)	นกกระจอกเทศ (ตัว)	ขา ม้าลาย	ขา นกกระจอกเทศ	รวมขา ทั้งหมด	ผลสรุป
1	20	27	$20 \times 4 = 80$	$27 \times 2 = 54$	134	x
2						
3						

นักเรียนคิดว่า เพราะเหตุใดออมจึงเริ่มตั้งคำถามกับตัวเองถึงความเป็นไปได้ของการมีม้าลาย 30 ตัว แล้วกลับมาเริ่มเดาที่ 20 ตัว จงอธิบาย

.....

.....

.....

ถ้าออมจะวิเคราะห์โดยพิจารณาจำนวนนกกระจอกเทศก่อน นักเรียนคิดว่าจะหาคำตอบได้หรือไม่ จงอธิบาย

.....

.....

.....

จากผลในตารางจะได้คำตอบของออมตั้งกับคำตอบของนุ่น ทั้งสองคนต่างนำวิธีคิดและคำตอบไปให้นายสัตวแพทย์ดู ทั้งสองคนได้รับคำชมว่าวิธีคิดใช้ได้ และคำตอบได้ก็ถูกต้อง คือ มีม้าลาย.....ตัว และมีนกกระจอกเทศ.....ตัว นายสัตวแพทย์ได้แนะนำออมและนุ่นอีกว่า ถ้าเรามีความรู้เกี่ยวกับสมการ เราอาจใช้สมการมาช่วยหาคำตอบได้อีกวิธีหนึ่งด้วย

ให้นักเรียนช่วยออมและนุ่นแก้ปัญหาอีกครั้งโดยใช้สมการ

วิธีที่ 1 ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ให้จำนวนม้าลายมี  $x$  ตัว  
 จำนวนนกกระจอกเทศมี  $y$  ตัว  
 จะได้ระบบสมการเชิงเส้นเป็น

$$x + y = 47 \quad (1)$$

$$..... \quad (2)$$

แก้ระบบสมการ ดังนี้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบคำตอบ ดังนี้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ดังนั้น มีจำนวนม้าลาย.....ตัว และจำนวนนกกระจอกเทศ.....ตัว

วิธีที่ 2 ใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ให้จำนวนม้าลายมี  $x$  ตัว

จะได้จำนวนนกกระจอกเทศ.....ตัว

และจะได้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็น

.....  
.....  
.....  
.....

แก้ระบบสมการ ดังนี้

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

ตรวจสอบคำตอบ ดังนี้

.....  
.....  
.....  
.....

ดังนั้น มีจำนวนม้าลาย.....ตัว และจำนวนนกกระจอกเทศ.....ตัว

ชวนคิดคณิตศาสตร์  
**MATH**

**จัตุรัสกล...กับคนเก่ง**

ลองทำกิจกรรมดู แล้วคุณจะรู้

ใน “จัตุรัสกล...กับคนเก่ง” ต่อไปนี้ ผลบวกของจำนวนในแต่ละแถว ผลบวกของจำนวนในแต่ละหลัก ผลบวกของจำนวนในแต่ละแนวเส้นทแยงเท่ากันหมด คือเท่ากับ 27 แต่จัตุรัสนี้ยังไม่สมบูรณ์ ต้องการคนเก่งมาช่วยเติมหน่อย เพราะยังไม่ได้หาค่าของ  $x$  และบางช่องยังไม่มีจำนวนปรากฏอยู่ ใครเป็นคนเก่งช่วยเติมจัตุรัสกลให้สมบูรณ์ด้วยนะครับ



7	$3x$	11
$x + 5$		



	$x - 2$	
3	$3x$	9



### บรรณานุกรม

- กนกวลี อุษณกรกุล และคณะ. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.1 เล่ม 1. กรุงเทพมหานคร : อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด, 2553.
- \_\_\_\_\_ . หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.1 เล่ม 2. กรุงเทพมหานคร : อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด, 2553.
- \_\_\_\_\_ . หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ม.2 เล่ม 2. กรุงเทพมหานคร : อักษรเจริญทัศน์ อจท. จำกัด, 2553.
- ทรงวิทย์ สุวรรณธาดา. New สรุปเข้มคณิตศาสตร์ ม.2. กรุงเทพมหานคร : แม็ค, 2552
- \_\_\_\_\_ . หนังสือเรียนเสริมมาตรฐานแม่ค คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.1 ภาคเรียนที่ 1. กรุงเทพมหานคร : แม็ค, 2552.
- เทพฤทธิ์ ยอดใส และคณะ. ตะลุยโจทย์คณิตศาสตร์พื้นฐาน ม.2 . กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์ พ.ศ. พัฒนา จำกัด , 2550.
- ธิดาสิริ ภัทรากาญจน์ และคณะ. คณิตคิดเพลิน : กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2547.
- ธวัชชัย บุญเลิศ. ลุยโจทย์คลังข้อสอบคณิตศาสตร์ ม. ต้น. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ธรรมบัณฑิต, 2549.
- \_\_\_\_\_ . อภินิหารตำนานโจทย์แข่งขันคณิตศาสตร์ SUPER TEST MATHS ม.ต้น (ม.1-2-3) . กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ธรรมบัณฑิต, 2550.
- ฝ่ายวิชาการ พีบีซี. ยอดคณิตศาสตร์ ม.ต้น (ชุดที่ 3). กรุงเทพมหานคร : พีบีซี, 2553.
- ฝ่ายวิชาการ. ยอดคณิตศาสตร์ ม. ต้น ชุดที่ 4. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์ พีบีซี, 2553.
- ศึกษาธิการ, กระทรวง. ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด, 2551.
- \_\_\_\_\_ . หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย จำกัด, 2551.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. เอกสารประกอบการอบรมครูคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ทางสถานีโทรทัศน์เพื่อการศึกษา (ETV), 2549.

<http://www.krupongsak.net/syseqation.html>

<http://mc41.thport.com/education/m2/equation/test05.html>

[http://www.truelookpanya.com/data/product/media/hash\\_knowledge/3378/27378/DOCU2000027378.pdf](http://www.truelookpanya.com/data/product/media/hash_knowledge/3378/27378/DOCU2000027378.pdf)

[http://www.truelookpanya.com/true/login\\_form.php?page\\_url=/true/knowledge\\_detail.php?mul\\_content\\_id=15386&mul\\_source\\_id=027378](http://www.truelookpanya.com/true/login_form.php?page_url=/true/knowledge_detail.php?mul_content_id=15386&mul_source_id=027378)



<https://kanchit004.wordpress.com/>

<http://tanyaporn.wordpress.com/>

<http://bussayamas123.wordpress.com/>

<http://supawimol.wordpress.com/>

<http://prawit1972.wordpress.com/>

<http://kruaun.wordpress.com/>

<http://bussayamas123.files.wordpress.com/>

<http://golek03.wordpress.com/>

D:\MyFirstBrain\_Com

<https://www.google.co.th/>

[www.myfirstbrain.com/](http://www.myfirstbrain.com/)

[www.kanid.com](http://www.kanid.com)

[www.ipst.ac.th](http://www.ipst.ac.th)

ภาคผนวก ก  
เฉลยแบบฝึกหัด

เฉลยแบบฝึกหัด

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.1 ม. 1/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 1	1	ค
	2	ข
	3	ก
	4	ง
	5	ง

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.1 ม. 1/2 แบบฝึกหัดชุดที่ 2	1	ก
	2	ข
	3	ง
	4	ข
	5	ค

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.1 ม. 2/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 3	1	2.5
	2	4.666...
	3	$\frac{1527}{9990} = \frac{509}{3330}$
	4	$\frac{9912}{990}$
	5	$\frac{234}{990}$

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.1 ม. 2/2 แบบฝึกหัดชุดที่ 4	1	ตรรกยะ
	2	ตรรกยะ
	3	อตรรกยะ
	4	ตรรกยะ
	5	อตรรกยะ

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.1 ม. 2/3 แบบฝึกหัดชุดที่ 5	1	4
	2	3
	3	$\frac{3}{7}$
	4	$\frac{4}{5}$
	5	0.1

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.1 ม. 2/4 แบบฝึกหัดชุดที่ 6	ตอนที่ 1	
	1	ข
	2	ง
	3	ข
	ตอนที่ 2	
	1	ไนโตรเจน = 100 กก. โพแทสเซียม = 100 กก. ฟอสฟอรัส = 200 กก. อื่น ๆ = 600 กก.
2	20,000 บาท	

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2 ม. 1/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 7		
	1	10
	2	11
	3	13
	4	13
	5	18

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2 ม. 1/2 แบบฝึกหัดชุดที่ 8		
	1	-0.2
	2	4.76
	3	-85.64
	4	$\frac{349}{18} = 19\frac{7}{18}$
	5	10
6	875 ตัว	

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2 ม. 1/3 แบบฝึกหัดชุดที่ 9		
	1	$2^5$
	2	$(-7)^4$
	3	$(xy)^3$
	4	$\left(\frac{2}{5}\right)^6$
	5	$10^5$
	6	$(0.09)^2$ หรือ $(0.3)^4$
	7	$-3^5$ หรือ $(-3)^5$
	8	$5^4$
	9	$(0.1)^3$
10	$8^5$	

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2 ม. 1/4 แบบฝึกหัดชุดที่ 10	1	1) $(-2)^{28}$
		2) $a^{13}b^9$
		3) $\left(\frac{5}{6}\right)^{12}$
		4) $x^{m-n}$
	2	1
	3	$1.728 \times 10^8$ ตัว

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2 ม. 2/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 11	1	5, -5
	2	-6
	3	$\frac{-5}{14}$
	4	$\approx 7$ ซม.
	5	140 ซม.
	6	7 ซม.

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2 ม. 2/2 แบบฝึกหัดชุดที่ 12	1	$7\sqrt{3} + \frac{13}{2}\sqrt{6}$
	2	5
	3	7
	4	196
	5	9

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.3 ม. 1/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 13		
	1	100
	2	1
	3	6,570 บาท
	4	25 เซนติเมตร
	5	150 กิโลเมตร

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.3 ม. 2/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 14		
	1	3.74
	2	4.47
	3	-5.00
	4	-5.92
	5	8.51

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.4 ม. 1/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 15	1	
	1)	2
	2)	-93
	3)	28
	4)	25
	5)	9
	6)	3
	7)	875
	8)	-113
	9)	0
	10)	-2735
	2	
	2.1	ก
	2.2	ค
	3	ข
	4	ค
	5	ค

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.4 ม. 2/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 16		
	1	✓
	2	✓
	3	✗
	4	✓
	5	✗

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 2 การวัด มาตรฐาน ค 2.1 ม. 2/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 1		
	1	6.15
	2	21.1
	3	58
	4	0.84
	5	320

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 2 การวัด มาตรฐาน ค 2.1 ม. 2/2 แบบฝึกหัดชุดที่ 2		
	1	ไม่เหมาะสม เพราะถ้าเอกต้องใช้เวลาในการช่วยแม่มากกว่า 3 ชั่วโมงเล็กน้อย แม้เพียง 10 นาที เอกก็จะอาบน้ำแต่งตัวเพื่อไปงานไม่ทันในเวลา 5 นาที หรือนักเรียนอาจตอบว่าเหมาะสมเพราะเทียบกันตนเองที่ใช้เวลาในการอาบน้ำแต่งตัวไม่เกิน 5 นาที
	2	เหมาะสม เพราะจิตรราใช้เวลาเดินทาง 35 นาที
	3	เหมาะสม เพราะครั้งแรกแม่ค้าใช้เวลาเจียวไข่ 5 นาที เนื่องจากสำลี้เป็นลูกค้าคนแรก กระทะที่ใช้เจียวไข่ยังไม่ร้อน จึงต้องใช้เวลาานาน แต่สีดาสั่งไข่เจียวต่อจากสำลี้ในขณะที่กระทะยังคงร้อนอยู่



สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 2 การวัด		
มาตรฐาน ค 2.1 ม. 2/3	1	2,430 บาท
แบบฝึกหัดชุดที่ 3	2	240 แผ่น
	3	ไปบ้านเพื่อน
	4	16 แปลง
	5	สมพรชายที่ดินได้มากกว่าสมชาย 60,000 บาท

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 2 การวัด		
มาตรฐาน ค 2.1 ม. 3/1	1	6.21 ตารางเมตร
แบบฝึกหัดชุดที่ 4	2	35.2 ตารางเมตร
	3	1,440 ตารางเซนติเมตร
	4	6,600 ตารางเซนติเมตร
	5	60 ตารางเซนติเมตร

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 2 การวัด		
มาตรฐาน ค 2.1 ม. 3/2	1	1,125 ลูกบาศก์เซนติเมตร
แบบฝึกหัดชุดที่ 5	2	180 ลิตร
	3	36 ลูกบาศก์เมตร
	4	3,215.36 ลูกบาศก์เซนติเมตร
	5	5 เซนติเมตร

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 2 การวัด		
มาตรฐาน ค 2.1 ม. 3/3	1	37,680 ลิตร
แบบฝึกหัดชุดที่ 6	2	210 ลิตร
	3	113,040 ลิตร
	4	502.4 ลูกบาศก์เซนติเมตร
	5	5 เมตร

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 2 การวัด		
มาตรฐาน ค 2.1 ม. 3/4 แบบฝึกหัดชุดที่ 7	1	ควรซื้อน้ำส้มเขียวหวานคั้นสำเร็จรูป 100 %

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 2 การวัด		
มาตรฐาน ค 2.2 ม. 2/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 8	1	นิรันทร์
	2	5,600 บาท
	3	200 เมตร
	4	9.6 ตารางเมตร
	5	9 กระป๋อง

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 2 การวัด		
มาตรฐาน ค 2.2 ม. 3/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 9	1	3,850 ครั้ง
	2	14 ชั้น
	3	37,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร
	4	832 บาท
	5	12 เซนติเมตร

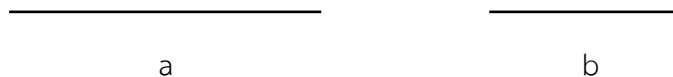


สาระที่ 3 เรขาคณิต

มาตรฐาน ค 3.1 ม. 1/1

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 1 (ค 3.1 ม.1/1)

1. กำหนด  $a$  และ  $b$  แทนความยาวของส่วนของเส้นตรงสองเส้นดังรูป



จงสร้างส่วนของเส้นตรงเส้นหนึ่งให้มีความยาวเท่ากับ  $a + b$  และ  $a - b$

- 1) ส่วนของเส้นตรงที่มีความยาวเท่ากับ  $a + b$

วิธีสร้าง

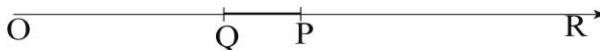
(1) ลาก  $\overrightarrow{AD}$

(2) ใช้  $A$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาวเท่ากับ  $a$  เขียนส่วนโค้งให้ตัด  $\overrightarrow{AD}$  ที่จุด  $B$

(3) ใช้  $B$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาวเท่ากับ  $b$  เขียนส่วนโค้งให้ตัด  $\overrightarrow{BD}$  ที่จุด  $C$

จะได้  $\overline{AC}$  ยาวเท่ากับ  $a + b$

- 2) ส่วนของเส้นตรงที่มีความยาวเท่ากับ  $a - b$



วิธีสร้าง

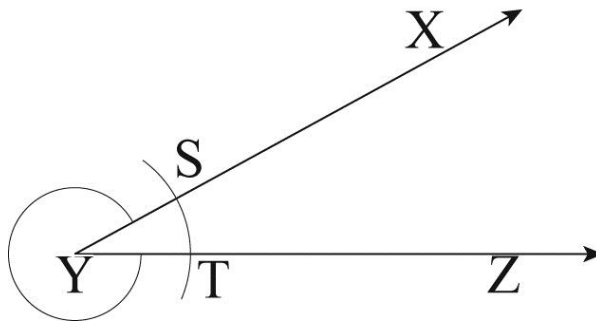
(1) ลาก  $\overrightarrow{OR}$

(2) ใช้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาวเท่ากับ  $a$  เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{OR}$  ที่จุด  $P$

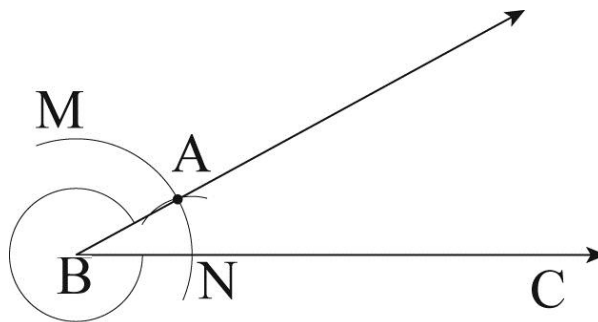
(3) ใช้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางรัศมียาวเท่ากับ  $b$  เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{OR}$  ที่จุด  $Q$

จะได้  $\overline{QP}$  ยาวเท่ากับ  $a - b$

2. จงสร้าง  $\hat{ABC}$  ให้มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมกลับที่กำหนดให้



วิธีสร้าง ให้มุมที่กำหนดให้ คือ  $\hat{XYZ}$

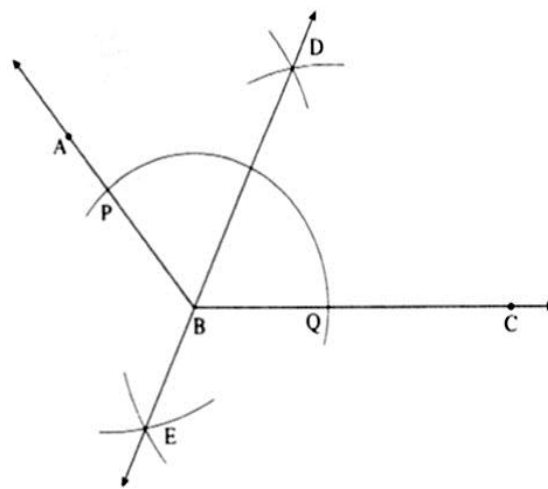


- (1) ลาก  $\overrightarrow{BC}$
- (2) ใช้ Y เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวพอสมควร เขียนส่วนโค้งตัด  $\overrightarrow{XY}$  และ  $\overrightarrow{YZ}$  ที่จุด S และจุด T ตามลำดับ
- (3) ใช้ B เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวเท่ากับ YT เขียนส่วนโค้ง MN ให้ตัด  $\overrightarrow{BC}$  ที่จุด N
- (4) ใช้ N เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมีเท่ากับ TS เขียนส่วนโค้งให้ตัดส่วนโค้ง MN ที่จุด A ลาก  $\overrightarrow{BA}$  จะได้ มุมกลับ  $\hat{ABC}$  ที่มีขนาดเท่ากับมุมกลับที่กำหนดให้

3. จงสร้าง  $\hat{ABC}$  ให้มีขนาดน้อยกว่า 180 องศา

- 1) จงสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุม ABC
- 2) จงสร้างเส้นแบ่งครึ่งมุมกลับ ABC
- 3) เส้นแบ่งครึ่งมุมในข้อ 1) และ 2) เกี่ยวข้องกันอย่างไร

วิธีสร้าง

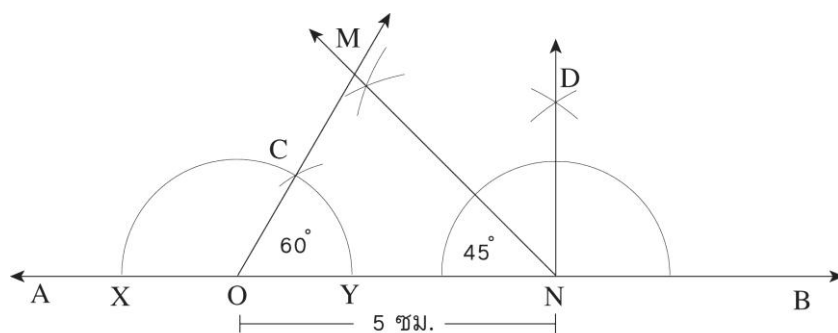


- 1) สร้างมุม  $\hat{ABC}$  ให้มีขนาดน้อยกว่า 180 องศา แล้วสร้างเส้นแบ่งครึ่ง  $\hat{ABC}$ 
  - (1) ใช้ B เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวพอสมควรเขียนส่วนโค้งตัด  $\vec{BA}$  และ  $\vec{BC}$  ที่จุด P และจุด Q ตามลำดับ
  - (2) ใช้ P และ Q เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวเท่ากันเขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด D ลาก  $\vec{BD}$  จะได้  $\vec{BD}$  เป็นเส้นแบ่งครึ่ง  $\hat{ABC}$
- 2) สร้างเส้นแบ่งครึ่งมุมกลับ ABC เช่นเดียวกับข้อ (1) ได้  $\vec{BE}$  เป็นเส้นแบ่งครึ่งมุมกลับ ABC
- 3) เส้นแบ่งครึ่งมุมในข้อ 1) และ 2) เป็นเส้นตรงเดียวกัน

มาตรฐาน ค 3.1 ม. 1/2

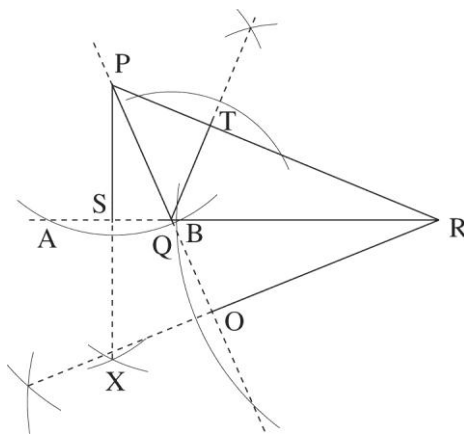
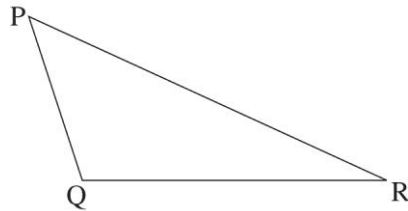
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2 (ค 3.1 ม.1/2)

1. จงสร้างรูปสามเหลี่ยม MON ให้มีด้าน ON ยาว 5 เซนติเมตร มุม MON มีขนาด  $60^\circ$  และมุม MNO มีขนาด  $45^\circ$



- วิธีสร้าง (1) สร้าง  $\overleftrightarrow{AB}$  และสร้าง  $\overline{ON}$  บน  $\overleftrightarrow{AB}$  ให้  $ON = 5$  เซนติเมตร
- (2) ใช้ O เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวพอสมควร เขียนส่วนโค้งตัด  $\overleftrightarrow{AB}$  ที่จุด X และจุด Y
- (3) ใช้ Y เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมีเท่ากับ OY เขียนส่วนโค้งตัดส่วนโค้ง XY ที่จุด C
- (4) ลาก  $\overrightarrow{OC}$  จะได้  $\widehat{OCY}$  หรือ  $\widehat{CON}$  มีขนาด  $60^\circ$
- (5) ที่จุด N สร้าง  $\overrightarrow{ND}$  ให้ตั้งฉากกับ  $\overline{ON}$  จะได้  $m(\widehat{OND}) = 90^\circ$
- (6) สร้าง  $\overrightarrow{NM}$  ให้แบ่งครึ่งมุมฉาก OND และให้  $\overrightarrow{NM}$  ตัดกับ  $\overline{OC}$  ที่จุด M จะได้  $m(\widehat{MNO}) = 45^\circ$  และจะได้รูปสามเหลี่ยม MON ที่มีด้าน ON ยาว 5 เซนติเมตร มุม MON มีขนาด  $60^\circ$  และ มุม MNO มีขนาด  $45^\circ$  ตามต้องการ

2. จงสร้างส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม PQR ทั้ง 3 เส้น



$\overline{PS}$  เป็นส่วนสูงเมื่อ  $\overline{QR}$  เป็นฐาน  
ของ  $\triangle PQR$

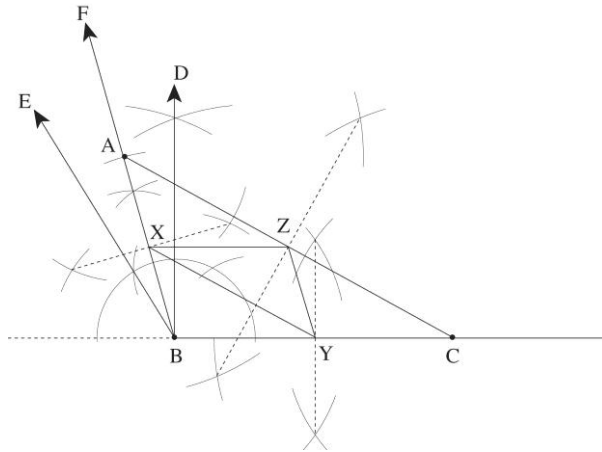
$\overline{QT}$  เป็นส่วนสูงเมื่อ  $\overline{PR}$  เป็นฐาน  
ของ  $\triangle PQR$

$\overline{RO}$  เป็นส่วนสูงเมื่อ  $\overline{PQ}$  เป็นฐาน  
ของ  $\triangle PQR$

### วิธีสร้าง

- (1) สร้างส่วนสูงที่ลากจากจุด P มาตั้งฉากกับส่วนของ  $\overline{QR}$  โดยใช้ P เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวพอสมควรเขียนส่วนโค้งตัด  $\overline{QR}$  และส่วนของ  $\overline{QR}$  ที่จุด A และจุด B แล้วใช้ A และ B เป็นจุดศูนย์กลาง รัศมีเท่ากัน เขียนส่วนโค้งตัดกันที่จุด X ลาก  $\overline{PX}$  ตัดส่วนของ  $\overline{QR}$  ที่จุด S จะได้  $\overline{PS}$  เป็นส่วนสูงของรูปสามเหลี่ยม PQR ที่ลากจากจุด P มายังส่วนของฐาน  $\overline{QR}$
- (2) สร้างส่วนสูง  $\overline{QT}$  ที่ลากจากจุดยอด Q ไปยังฐาน  $\overline{PR}$  โดยใช้วิธีการเช่นเดียวกับข้อ (1)
- (3) สร้างส่วนสูง  $\overline{RO}$  ที่ลากจากจุดยอด R ไปยังส่วนของฐาน  $\overline{PQ}$  โดยใช้วิธีการเช่นเดียวกับข้อ (1)

3. จงสร้างรูปสามเหลี่ยม ABC ให้ด้าน BC ยาว 6 เซนติเมตร ด้าน AB ยาว 4 เซนติเมตร และมุม ABC มีขนาด  $105^\circ$  แล้วลากเส้นตรงเชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC



#### วิธีสร้าง

- (1) สร้าง  $\overline{BC}$  ให้  $BC = 6$  เซนติเมตร
- (2) สร้าง  $\overrightarrow{BD}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{BC}$  ที่จุด B จะได้  $\angle DBC = 90^\circ$
- (3) สร้าง  $\angle EBC$  ให้มีขนาด  $120^\circ$  จะได้  $\angle EBD = 30^\circ$
- (4) สร้าง  $\overrightarrow{BF}$  แบ่งครึ่ง แบ่งครึ่ง  $\angle EBD$  จะได้  $\angle FBD = 15^\circ$   
 ดังนั้น  $\angle FBC$  มีขนาด  $90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$
- (5) สร้าง  $\overline{AB}$  บน  $\overline{FB}$  ให้  $AB = 4$  เซนติเมตร
- (6) ลาก  $\overline{AC}$  จะได้รูปสามเหลี่ยม ABC ที่มีด้าน AC ยาว 6 เซนติเมตร ด้าน AB ยาว 4 เซนติเมตร และมุม ABC มีขนาด  $105^\circ$
- (7) แบ่งครึ่ง  $\overline{AB}$  ที่ X แบ่งครึ่ง  $\overline{BC}$  ที่จุด Y และแบ่งครึ่ง  $\overline{AC}$  ที่จุด Z
- (8) ลาก  $\overline{XY}$ ,  $\overline{YZ}$  และ  $\overline{ZX}$  จะได้เส้นตรงที่เชื่อมจุดกึ่งกลางของด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม ABC



มาตรฐาน ค 3.1 ม. 1/3

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 2 (ค 3.1 ม.1/3)

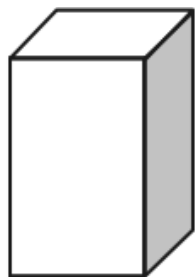
1. รูปสามเหลี่ยม ABC
2. รูปวงรี
3. รูปสามเหลี่ยม ABC

มาตรฐาน ค 3.1 ม. 1/4

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 4 (ค 3.1 ม.1/4)

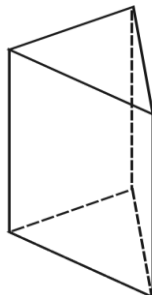
คำชี้แจง บอกชื่อรูปเรขาคณิตสามมิติที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้

1)



ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก

2)



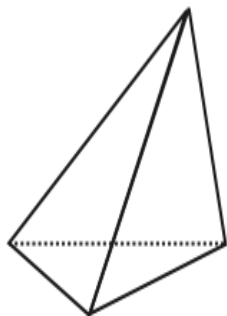
ปริซึมฐานสามเหลี่ยม

3)



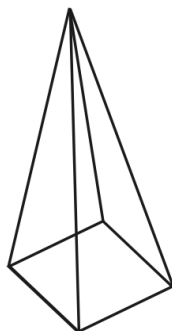
ทรงกระบอก

4)



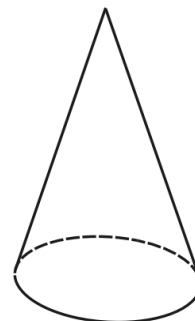
พีระมิดฐานสามเหลี่ยม

5)



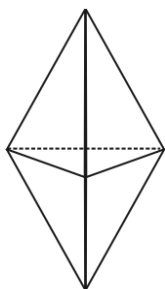
พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมจัตุรัส

6)



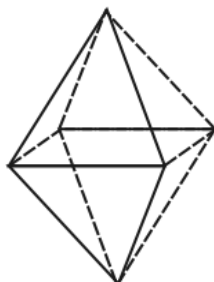
กรวย

7)



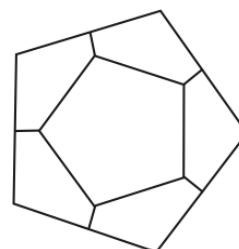
ทรงทงหน้า

8)



ทรงแปดหน้า

9)



ทรงสิบสองหน้า



มาตรฐาน ค 3.1 ม. 1/5

เฉลยแบบฝึกหัดที่ 5 (ค 3.1 ม.1/5)

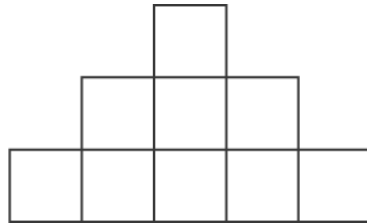
- 1) ค                      2) ข                      3) จ                      4) ง

มาตรฐาน ค 3.1 ม. 1/6

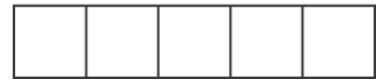
เฉลยแบบฝึกหัดที่ 6 (ค 3.1 ม.1/6)



ด้านข้าง

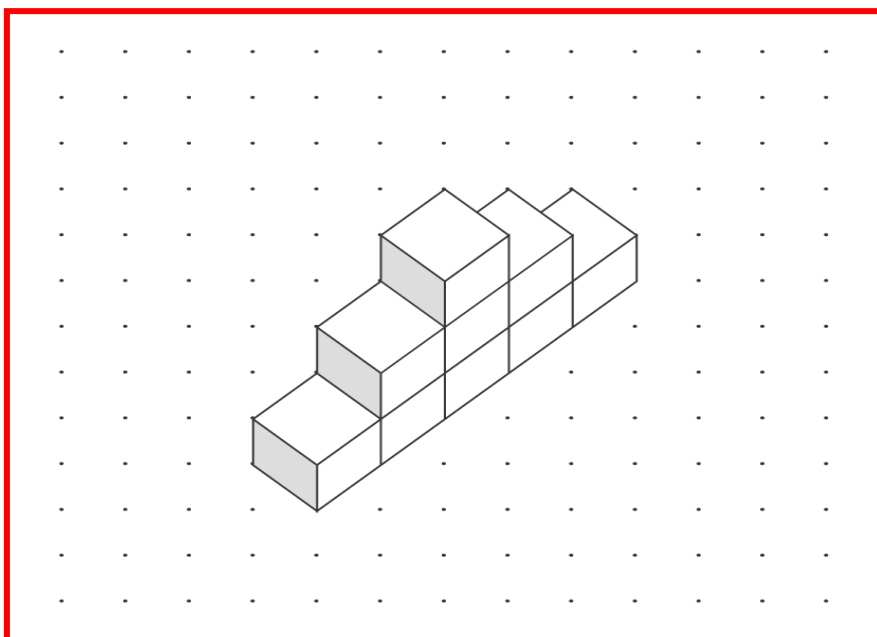


ด้านหน้า



ด้านบน

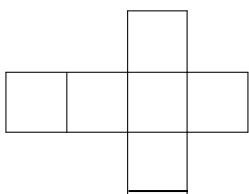
จะได้รูปเรขาคณิตสามมิติแสดงการจัดเรียงของลูกบาศก์ ดังนี้



## มาตรฐาน ค 3.1 ม. 3/1

## เฉลยแบบฝึกหัดที่ 7 (ค 3.1 ม.3/1)

1. รูปคลี่ที่กำหนดให้ เป็นรูปเรขาคณิตสามมิติชนิดใด



ตอบ ..... ทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก .....

2. ถ้าใช้ระนาบตัดกรวยในแนวตั้งฉากกับฐานโดยตัดผ่านจุดยอดกรวยจะได้หน้าตัดเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

ตอบ ..... รูปสามเหลี่ยม .....

3. ถ้าใช้ระนาบตัดทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากตามแนวเส้นทแยงมุม และให้ระนาบตั้งฉากกับฐาน หน้าตัดจะเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

ตอบ ..... รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก .....

4. ถ้าใช้ระนาบตัดมุมของทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากออก จะได้หน้าตัดเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

ตอบ ..... รูปสี่เหลี่ยมคางหมู .....

5. ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกระบอกในแนวที่ตั้งฉากกับฐานจะได้หน้าตัดเป็นรูปเรขาคณิต ชนิดใด

ตอบ ..... รูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก .....

6. ถ้าใช้ระนาบตัดทรงกลม จะได้หน้าตัดเป็นรูปเรขาคณิตชนิดใด

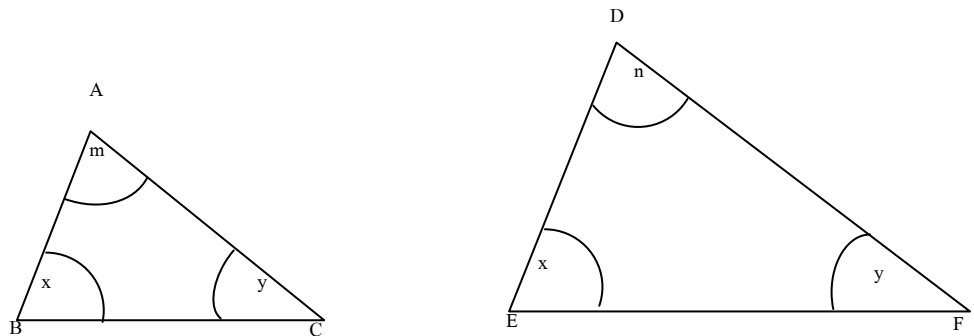
ตอบ ..... รูปวงกลม .....

มาตรฐาน ค 3.2 ม. 2/1

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 8 (ค 3.2 ม.2/1)

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงเหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริงหรือไม่

1. แสดงเหตุผลให้เห็นว่า “ถ้ามุมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้ว มุมคู่ที่สามจะมีขนาดเท่ากันด้วย” เป็นความจริง



จากรูป  $\triangle ABC$  ,  $x + y + m = 180^\circ$  (ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม)

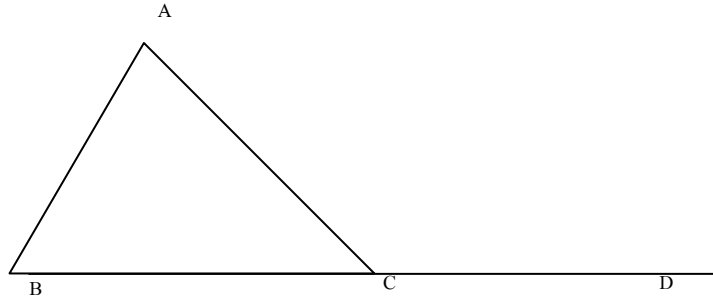
$\triangle DEF$  ,  $x + y + n = 180^\circ$  (ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม)

$$x + y + m = x + y + n \quad (\text{จากข้อ 1 และข้อ 2 ต่างเท่ากับ } 180^\circ)$$

$$x = n \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

ดังนั้น ถ้ามุมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใดๆ มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้ว มุมคู่ที่สามจะมีขนาดเท่ากันด้วย

2. แสดงเหตุผลให้เห็นว่า “ ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้น จะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น เป็นความจริง



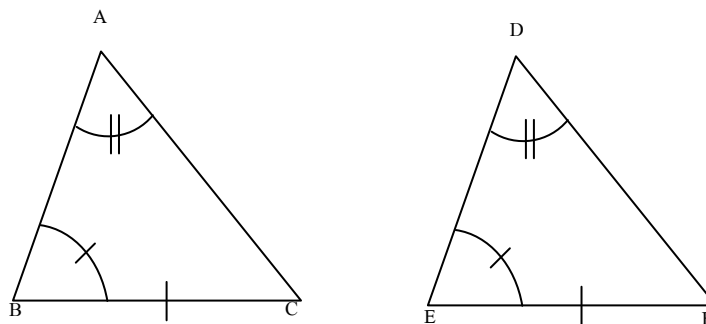
$$\hat{ACB} + \hat{ACD} = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมตรง})$$

$$\hat{ACB} + \hat{ABC} + \hat{BAC} = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม รวมกันได้ 180 องศา})$$

$$\hat{ACB} + \hat{ACD} = \hat{ACB} + \hat{ABC} + \hat{BAC} \quad (\text{ต่างก็เท่ากับ 180 องศา})$$

$$\text{ดังนั้น } \hat{ACD} = \hat{ABC} + \hat{BAC} \quad (\text{สมบัติของการเท่ากัน})$$

3. แสดงเหตุผลให้เห็นว่า “ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่ และมีด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันคู่หนึ่งแล้วรูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จะเท่ากันทุกประการ” เป็นความจริง



$$\hat{ABC} = \hat{DEF} \quad (\text{โจทย์กำหนดให้})$$

$$\hat{BAC} = \hat{EDF} \quad (\text{โจทย์กำหนดให้})$$

$$BC = EF \quad (\text{โจทย์กำหนดให้})$$

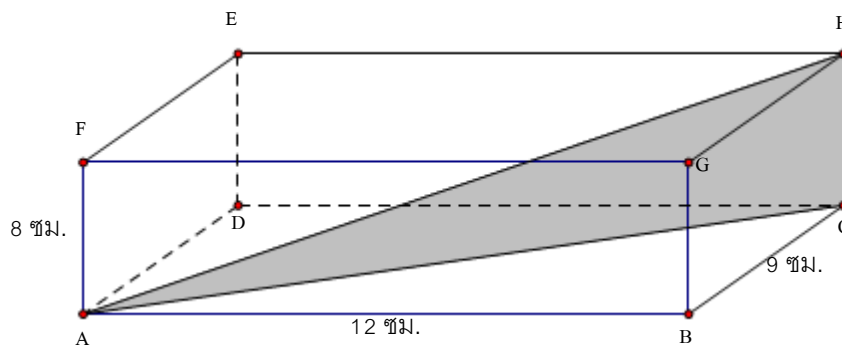
$$\text{ดังนั้น } \triangle ABC \cong \triangle DEF \quad \text{แบบ ม.ม.ด.}$$

มาตรฐาน ค 3.2 ม. 2/2

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 9 (ค 3.2 ม.2/2)

คำชี้แจง แสดงวิธีทำโจทย์ปัญหาต่อไปนี้

- กำหนดกล่องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป มีด้าน  $\overline{AB}$  ยาว 12 เซนติเมตร ด้าน  $\overline{BC}$  ยาว 9 เซนติเมตร และด้าน  $\overline{AF}$  ยาว 8 เซนติเมตร จงหาความยาวของ  $\overline{AH}$



วิธีทำ จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก  $ABC$  ซึ่งมี  $\hat{A}BC$  เป็นมุมฉาก  
จะได้  $AC^2 = AB^2 + BC^2$

จากรูป  $ACH$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี  $\hat{A}CH$  เป็นมุมฉาก  
จะได้  $AH^2 = AC^2 + CH^2$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น} \quad AH^2 &= (AB + BC)^2 + CH^2 \\ &= (12^2 + 9^2) + 8^2 \\ &= 144 + 81 + 64 \end{aligned}$$

$$AH^2 = 289$$

$$AH = \sqrt{289}$$

$$AH = 17$$

ดังนั้น  $\overline{AH}$  มีความยาวเท่ากับ 17 เซนติเมตร

2. เรือเดินทะเลลำหนึ่งแล่นไปทางทิศเหนือ 20 ไมล์ แล้วแล่นไปทางทิศตะวันตก 2 ไมล์ จึงจอดเรือเพื่อหยุดพักเครื่อง แล้วแล่นต่อไปทางทิศเหนืออีก 20 ไมล์ และแล่นไปทางทิศตะวันออกอีก 11 ไมล์ เรือลำนี้อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้นกี่ไมล์

วิธีทำ ให้ A แทน จุดที่เรือเดินทะเลเริ่มต้นออกเดินทาง

AB แทน ระยะทางที่เรือแล่นไปทางทิศเหนือ 20 ไมล์

BC แทน ระยะที่เรือแล่นไปทางทิศตะวันตก 2 ไมล์

CD แทน ระยะทางที่เรือแล่นไปทางทิศเหนืออีก 20 ไมล์

DE แทน ระยะทางที่เรือแล่นไปทางทิศตะวันออก 11 ไมล์

AE แทน ระยะทางที่เรืออยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น

ลาก  $\overline{AF}$  ขนานกับ  $\overline{DE}$  แล้วลาก  $\overline{EF}$  ขนานกับ  $\overline{DC}$

จะได้  $\triangle AEF$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่มี  $\hat{A}FE$  เป็นมุมฉาก

โดย  $\overline{AF}$  ยาว  $11 - 2 = 9$  ไมล์

และ  $\overline{EF}$  ยาว  $20 + 20 = 40$  ไมล์

จะได้ว่า  $AE^2 = AF^2 + EF^2$

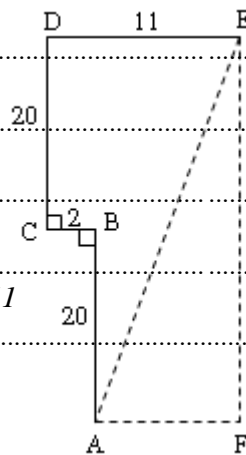
$$= 9^2 + 40^2$$

$$= 81 + 1,600$$

$$AE^2 = 1,681$$

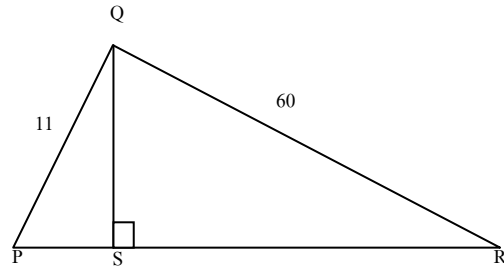
$$AE = \sqrt{1,681}, AE = 41$$

ดังนั้น เรืออยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น 41 ไมล์





3. จากรูป กำหนดให้  $\hat{PQR}$  เป็นมุมฉาก  $\overline{QS}$  ตั้งฉากกับ  $\overline{PR}$  ตัวเลขที่กำกับด้านมีหน่วยเป็นหน่วย ความยาว จงหา  $QS$



วิธีทำ

เนื่องจาก  $PQR$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มี  $PQR$  เป็นมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad PR^2 &= 11^2 + 60^2 \\ &= 121 + 3,600 \end{aligned}$$

$$PR^2 = 3,721$$

$$PR = \sqrt{3,721}$$

$$PR = 61$$

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม } PQR &= \frac{1}{2} \times PQ \times QR \\ &= \frac{1}{2} \times 11 \times 60 \\ &= 330 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

เนื่องจาก  $\overline{QS} \perp \overline{PR}$  จะได้ว่า  $\overline{QS}$  เป็นความสูงของ  $\triangle PQR$

เมื่อ  $\overline{PR}$  เป็นฐานของรูปสามเหลี่ยม

$$\begin{aligned} \text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม } PQR &= \frac{1}{2} \times PR \times QS \\ 330 &= \frac{1}{2} \times 61 \times QS \\ QS &= \frac{330 \times 2}{61} \\ QS &\approx 10.82 \end{aligned}$$

ดังนั้น  $QS$  ยาวประมาณ 10.82 หน่วย

มาตรฐาน ค 3.2 ม. 2/3

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 10 (ค 3.2 ม.2/3)

1. ข
2. ง
3. ข
4. ง
5. ข

มาตรฐาน ค 3.2 ม. 2/4

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 11 (ค 3.2 ม.2/4)

1. การเลื่อนขนาน
2. การสะท้อน
3. การเลื่อนขนาน การหมุน การเลื่อนขนาน
4. การหมุน การสะท้อน การเลื่อนขนาน
5. การหมุน 2 ครั้ง การเลื่อนขนาน

มาตรฐาน ค 3.2 ม. 3/1

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 12 (ค 3.2 ม.3/1)

1. 50 เมตร
2. 0.75 เมตร
3. 2 : 3

สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 ม. 1/1

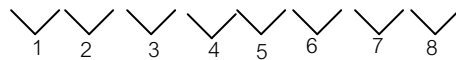
เฉลยแบบฝึกหัดชุดที่ 1 (ค 4.1 ม.1/1)

คำชี้แจง จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้องพร้อมทั้งแสดงวิธีการคิดหรือแนวคิด

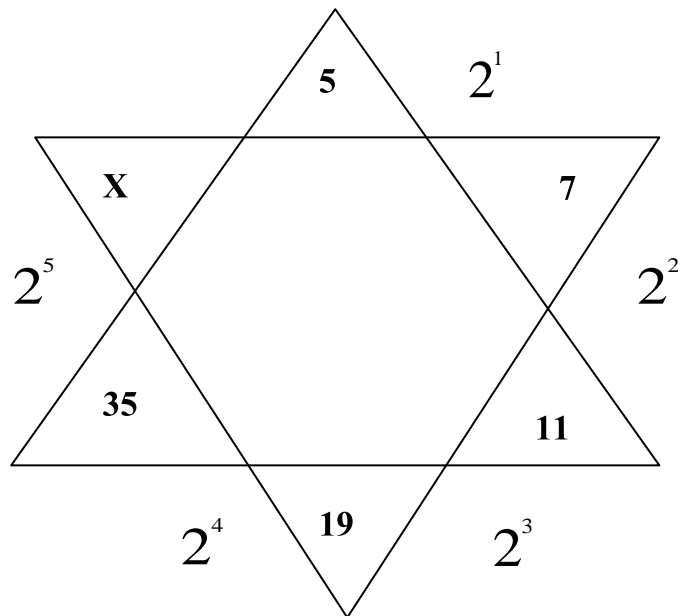
ข้อ 1. 10, 11, 13, 16, 20, 25, ... , ....., 46

แนวคิด : เปลี่ยนแบบใหม่เป็นการเพิ่มอย่างเป็นระบบแต่ไม่คงตัว

พิจารณา 10 11 13 16 20 25 ..31... 38... 46



ข้อ 2. จงหาค่า X



แนวคิด : ตัวเลขที่ต่อจาก 5 จะบวกด้วย 2 ยกกำลังหนึ่ง ถึง 2 ยกกำลัง 5

เริ่ม  $5 + 2^1 = 5 + 2 = 7$        $19 + 2^4 = 19 + 16 = 35$

$7 + 2^2 = 7 + 4 = 11$        $35 + 2^5 = 35 + 32 = 67$

$11 + 2^3 = 11 + 8 = 19$

ดังนั้น **X = 67**

ข้อ 3. คำชี้แจง จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้องพร้อมทั้งแสดงแนวคิด

35, 31, 27, 23, 19, .... , 11, ..... , 3

อธิบายแนวคิด : เปลี่ยนแบบใหม่เป็นการลดลงทีละเท่า ๆ กัน โดยลดลงทีละ 4 เท่า ๆ กัน

จะได้ 35, 31, 27, 23, 19, ...15.., 11, ...7.., 3

เริ่มพิจารณาจาก	35	=	35 - 0
	31	=	35 - 4 - 0
	27	=	35 - 4 - 4 - 0
	23	=	35 - 4 - 4 - 4 - 0
	19	=	35 - 4 - 4 - 4 - 4 - 0
	15	=	35 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 0
	11	=	35 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 0
	7	=	35 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 0
	3	=	35 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 4 - 0

ข้อ 4. คำชี้แจง จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้องพร้อมทั้งแสดงแนวคิด

56, 50, 44, 38, 32, ..., 20

อธิบายแนวคิด : เปลี่ยนแบบใหม่เป็นการลดลงทีละเท่า ๆ กัน โดยลดลงทีละ 6 เท่า ๆ กัน

56, 50, 44, 38, 32, .. 26.., 20

เริ่มพิจารณาจาก	56	=	56 - 0
	50	=	56 - 6 - 0
	44	=	56 - 6 - 6 - 0
	38	=	56 - 6 - 6 - 6 - 0
	32	=	56 - 6 - 6 - 6 - 6 - 0
	26	=	56 - 6 - 6 - 6 - 6 - 6 - 0
	20	=	56 - 6 - 6 - 6 - 6 - 6 - 6 - 0

ข้อ 5. คำชี้แจง จงเติมจำนวนลงในช่องว่างให้ถูกต้องพร้อมทั้งแสดงแนวคิด

11, 14, 17, 20, 23, ....., ....., 32, 35

อธิบายแนวคิด : เปลี่ยนแบบใหม่เป็นการลดลงทีละเท่า ๆ กัน โดยลดลงทีละ 3 เท่าๆกัน

11, 14, 17, 20, 23, ..26..., ...29..., 32, 35

เริ่มพิจารณาจาก

$$11 = 11 + 0$$

$$14 = 11 + 3 + 0$$

$$17 = 11 + 3 + 3 + 0$$

$$20 = 11 + 3 + 3 + 3 + 0$$

$$23 = 11 + 3 + 3 + 3 + 3 + 0$$

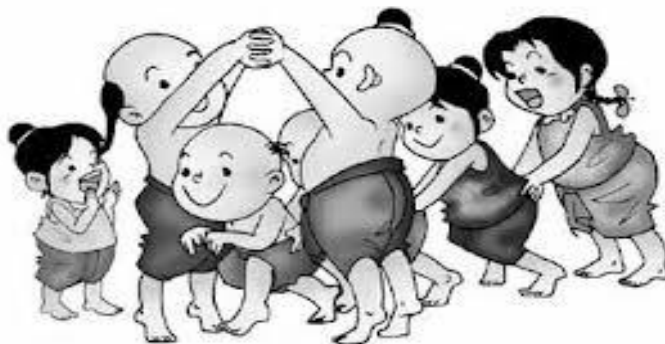
$$26 = 11 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 0$$

$$29 = 11 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 0$$

$$32 = 11 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 0$$

$$35 = 11 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 0$$

$$38 = 11 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 0$$



มาตรฐาน ค 4.2 ม. 1/1

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 2 (ค 4.2 ม.1/1)

1.  $x + 58 = 99$

แนวคิด : นำ -58 มาบวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ (สมบัติการบวก)

$$\text{จะได้ } x + 58 - 58 = 99 - 58$$

$$\therefore x = 41$$

ตรวจสอบ

แทน  $x = 41$  ในสมการ  $x + 58 = 99$

$$\text{จะได้ } 41 + 58 = 99$$

$$99 = 99 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 41 เป็นคำตอบของสมการ  $x + 58 = 99$

2.  $b - 2.6 = 1.2$

แนวคิด : นำ 2.6 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ (สมบัติการบวก)

$$\text{จะได้ } b - 2.6 + 2.6 = 1.2 + 2.6$$

$$\therefore b = 3.8$$

ตรวจสอบ

แทน  $b = 3.8$  ในสมการ  $b - 2.6 = 1.2$

$$\text{จะได้ } 3.8 - 2.6 = 1.2$$

$$1.2 = 1.2 \text{ เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น 3.8 เป็นคำตอบของสมการ  $b - 2.6 = 1.2$

3.  $y - \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$

แนวคิด : นำ  $\frac{5}{3}$  มาบวกทั้งสองข้างของสมการ (สมบัติการบวก)

$$\text{จะได้ } y - \frac{5}{3} + \frac{5}{3} = \frac{7}{3} + \frac{5}{3}$$

$$y = \frac{12}{3} \quad \therefore y = 4$$

ตรวจสอบ แทน  $y = 4$  ในสมการ  $y - \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$

$$\text{จะได้ } 4 - \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{7}{3} = \frac{7}{3}$$

เป็นสมการที่เป็นจริง

ดังนั้น 4 เป็นคำตอบของสมการ  $y - \frac{5}{3} = \frac{7}{3}$

4.  $-0.3a = 2.4$

แนวคิด : นำ  $\frac{-1}{0.3}$  มาคูณเข้าทั้งสองข้างของสมการ (สมบัติการคูณ)

$$\text{จะได้ } \frac{-1}{0.3} \times (-0.3a) = 2.4 \times \frac{-1}{0.3}$$

$$a = \frac{-2.4}{0.3}$$

$$\therefore a = -8$$

ตรวจสอบ แทน  $a = -8$  ในสมการ  $-0.3a = 2.4$

$$\text{จะได้ } -0.3 \times (-8) = 2.4$$

$$2.4 = 2.4 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น  $-8$  เป็นคำตอบของสมการ  $-0.3a = 2.4$

5.  $\frac{c}{3} = -14$

แนวคิด : นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ (สมบัติการคูณ)

$$\text{จะได้ } \frac{c}{3} \times 3 = -14 \times 3$$

$$\therefore c = -42$$

ตรวจสอบ แทน  $c = -42$  ในสมการ  $\frac{c}{3} = -14$

$$\text{จะได้ } \frac{-42}{3} = -14$$

$$-14 = -14 \quad \text{เป็นสมการที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น  $-42$  เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{c}{3} = -14$

### มาตรฐาน ค 4.2 ม. 1/2

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 3 ค 4.2 ม.1/2

(1)  $\frac{3}{7}x - \frac{4}{5}x = 15$

(2)  $\frac{4}{5}x - 2 = 19$

(3)  $2x + (2x+2) = 58$

(4)  $12x - 33 = 3$

(5)  $\frac{1}{2}x - 11 = 18$

(6)  $15 - 2x = 3$

(7)  $2\left(\frac{3}{4}x + 3\right) = 96$

มาตรฐาน ค 4.1 ม. 1/1

เจดยแบบฝึกหัด ชุดที่ 4 ค 4.2 ม.1/3

**ข้อ 1.** พ่อค้าคนหนึ่งซื้อข้าวกล้องและข้าวมันปูเพื่อนำมาผสมกันให้ได้ 100 กิโลกรัม เขาซื้อข้าวมันปู กิโลกรัมละ 20 บาท ซื้อข้าวกล้องกิโลกรัมละ 18 บาท เมื่อนำมาผสมกันแล้ว เขาขายไปได้กำไร 40% คิดเป็นกำไร 776 บาท อยากทราบว่า พ่อค้าซื้อข้าวแต่ละชนิดอย่างละ กี่กิโลกรัม

**วิธีทำ** ขั้นที่ 1 สิ่งทีโจทย์กำหนด และสิ่งทีโจทย์ต้องการทราบ

สิ่งทีกำหนดให้ คือ พ่อค้าซื้อข้าวกล้องและข้าวมันปูผสมกัน ให้ได้ 100 กิโลกรัม  
 ซื้อข้าวมันปู กิโลกรัมละ 20 บาท ซื้อข้าวกล้อง กิโลกรัมละ 18 บาท  
 เมื่อนำมาผสมกันแล้ว เขาขายไปได้กำไร 40% คิดเป็นกำไร 776 บาท  
 สิ่งทีโจทย์ถาม คือ พ่อค้าซื้อข้าวแต่ละชนิดอย่างละกี่กิโลกรัม

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้โจทย์ปัญหา กำหนดให้ พ่อค้าซื้อข้าวกล้อง  $x$  กิโลกรัม  
 และ ซื้อข้าวมันปู  $100 - x$  กิโลกรัม

ขั้นที่ 3 อธิบายขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาตามแผนที่วางไว้

ซื้อข้าวกล้อง กิโลกรัมละ 18 บาท คิดเป็นเงิน  $18x$  บาท

ซื้อข้าวมันปู กิโลกรัมละ 20 บาท คิดเป็นเงิน  $20(100 - x)$  บาท

ขายข้าวผสมได้กำไร 40% คิดเป็นเงิน 776 บาท

$$\text{จะได้สมการ } \frac{40}{100} [18x + 20(100 - x)] = 776$$

$$\frac{2}{5} (18x + 2,000 - 2x) = 776$$

$$\frac{2}{5} (2,000 - 2x) = 776$$

$$2,000 - 2x = 776 \times \frac{5}{2}$$

$$2,000 - 2x = 1,940$$

$$\text{จะได้ } -2x = 1,940 - 2,000$$

$$-2x = -60$$

$$\therefore x = 30$$



ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบด้วยวิธีที่หลากหลายและรวดเร็ว

ถ้าพ่อค้าซื้อข้าวกล้อง 30 กิโลกรัม จะซื้อข้าวมันปู  $100 - 30 = 70$  กิโลกรัม

ซื้อข้าวกล้อง 30 กิโลกรัม คิดเป็นเงิน  $18 \times 30 = 540$  บาท

ซื้อข้าวมันปู 70 กิโลกรัม คิดเป็นเงิน  $20 \times 70 = 1,400$  บาท

จะได้กำไร  $\frac{40}{100}(540 + 1,400) = \frac{2}{5} \times 1,945 = 776$  บาท

ดังนั้น ซื้อข้าวกล้อง 30 กิโลกรัม และซื้อข้าวมันปู 70 กิโลกรัม

ข้อ 2 ปัจจุบันเตี้ยอายุมากกว่าเต้า 6 ปี อีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนอายุของเตี้ยต่ออายุของเต้าเป็น 5 : 4 ปัจจุบันเตี้ยและเต้าอายุเท่าไร

วิธีทำ

ขั้นที่ 1 สิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

สิ่งที่กำหนดให้ คือ ปัจจุบันเตี้ยอายุมากกว่าเต้า 6 ปี อีก 14 ปีข้างหน้า อัตราส่วนของอายุของเตี้ยต่ออายุของเต้าเป็น 5 : 4

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ ปัจจุบันเตี้ยและเต้าอายุเท่าไร

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้โจทย์ปัญหา

สมมติให้ ปัจจุบันเตี้ยมีอายุ  $x$  ปี

จะได้ว่า เต้ามีอายุ  $x - 6$  ปี

ขั้นที่ 3 อธิบายขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาตามแผนที่วางไว้

อีก 14 ปีข้างหน้า เตี้ยจะมีอายุ  $x + 14$  ปี

อีก 14 ปีข้างหน้า เต้าจะมีอายุ  $x - 6 + 14 = x + 8$  ปี

เนื่องจาก อีก 14 ปีข้างหน้า อายุของเตี้ยต่ออายุของเต้า เป็น 5 : 4

ดังนั้น จึงเขียนเป็นสัดส่วน  $\frac{x+14}{x+8} = \frac{5}{4}$

เมื่อใช้การคูณไขว้ จะได้สมการเป็น  $(x+14) \times 4 = (x+8) \times 5$

$$4x + 56 = 5x + 40$$

$$4x - 5x = 40 - 56$$

$$-x = -16, \quad x = 16$$

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบด้วยวิธีที่หลากหลายและรวดเร็ว

ถ้า 16 ปี เต่าจะมีอายุ  $16 - 6 = 10$  ปี

อีก 14 ปีข้างหน้า เต่าจะมีอายุ  $16 + 14 = 30$  ปีและ เต่าจะมีอายุ  $10 + 14 = 24$  ปี

อัตราส่วนอายุของเตี้ย ต่อ อายุของเต่าเป็น  $30 : 24$  ซึ่งเท่ากับ  $5 : 4$

และเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์ดังนั้น ปัจจุบันเตี้ยมีอายุ 16 ปี และเต่ามีอายุ 10 ปี

ข้อ 3. เมื่อ 3 ปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดาถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 8 ปี  
จงหาอายุปัจจุบันของบิดา

วิธีทำ ให้อายุปัจจุบันของบิดา  $x$  ปี ถ้าปัจจุบันบุตรมีอายุ 8 ปี

เมื่อสามปีที่แล้วบุตรมีอายุเป็นหนึ่งในหกของอายุของบิดา

เมื่อ 3 ปีที่แล้วบุตรมีอายุ  $8 - 3 = 5$  ปี

และเมื่อ 3 ปีที่แล้ว บิดามีอายุ  $x - 3$  ปี

ดังนั้น  $5 = \frac{1}{6}(x - 3)$  หรือ  $\frac{1}{6}(x - 3) = 5$

นำ 6 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้  $x - 3 = 30$

นำ 3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ จะได้  $x = 30 + 3$

$x = 33$

ตรวจสอบ เมื่อ 3 ปีที่แล้วบุตรมีอายุ  $8 - 3 = 5$  ปี

เมื่อ 3 ปีที่แล้วบิดามีอายุ  $33 - 3 = 30$  ปี

ดังนั้น เมื่อ 3 ปีที่แล้ว บุตรมีอายุเป็น  $\frac{5}{30} = \frac{1}{6}$  ของอายุบิดา ซึ่งเป็นจริง  
ตอบ อายุปัจจุบันของบิดา  $= 33$  ปี

ข้อ 4 โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดงานสังสรรค์ศิษย์เก่า แต่มีนักเรียนปัจจุบันไปร่วมงาน  $\frac{3}{7}$  ของผู้ร่วมงาน

ทั้งหมด ถ้านักเรียนปัจจุบันไปร่วมงาน 420 คน ผู้ร่วมงานทั้งหมดมีกี่คน

วิธีทำ มีนักเรียนปัจจุบันไปร่วมงานสังสรรค์ศิษย์เก่า  $\frac{3}{7}$  ของผู้ร่วมงานทั้งหมด

ถ้านักเรียนปัจจุบันไปร่วมงาน 420 คน

สิ่งที่โจทย์ถาม ผู้ร่วมงานทั้งหมดมีกี่คน (ให้  $x$  แทนจำนวนผู้ร่วมงานทั้งหมด)

นักเรียนปัจจุบันไปร่วมงาน  $\frac{3}{7}$  ของ  $x$  เท่ากับ 420 คน

สมการที่ได้ คือ  $\frac{3}{7}x = 420$

นำ  $\frac{3}{7}$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ(สมบัติการคูณ) จะได้  $(\frac{7}{3}) \times (\frac{3}{7})x = \frac{7}{3} \times 420$

$x = 980$

ตรวจสอบ นักเรียนปัจจุบันไปร่วมงาน  $\frac{3}{7}$  ของผู้ร่วมงานทั้งหมดเท่ากับ  $\frac{3}{7} \times 980 = 420$

ดังนั้น ผู้ร่วมงานทั้งหมด 980 คน

ข้อ 5 สามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่านายรายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท ถ้านาย ข มีรายได้ 2,600 บาท จงหารายได้ของนาย ก

วิธีทำ ให้รายได้ของนาย ก เป็น  $x$  บาท

ดังนั้น สามในสี่ของรายได้ของนาย ข เท่ากับ  $\frac{3}{4}x$  บาท

$\frac{3}{4}x$  บาท น้อยกว่ารายได้ของนาย ข อยู่ 500 บาท

ดังนั้น รายได้ของนาย ข เท่ากับ  $\frac{3}{4}x + 500$  บาท

แต่รายได้ของนาย ข เท่ากับ 2,600 บาท

ดังนั้น  $\frac{3}{4}x + 500 = 2,600$  บาท

นำ  $-500$  มาบวกเข้าทั้งสองข้างของสมการ จะได้  $\frac{3}{4}x + 500 - 500 = 2,600 - 500$

$$\frac{3}{4}x = 2,100$$

นำ  $\frac{4}{3}$  มาคูณเข้าทั้งสองข้างของสมการ จะได้  $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3} = \frac{3}{4} \times 2,100$

$$\therefore x = 2,800 \text{ บาท}$$

ตรวจสอบ สามในสี่ของรายได้ของนาย ก น้อยกว่ารายได้ของนาย ข คิดเป็นเงิน

$$2,600 - \left(\frac{3}{4} \times 2,800\right) = 2,600 - 2,100 = 500 \text{ บาท สมการเป็นจริง}$$

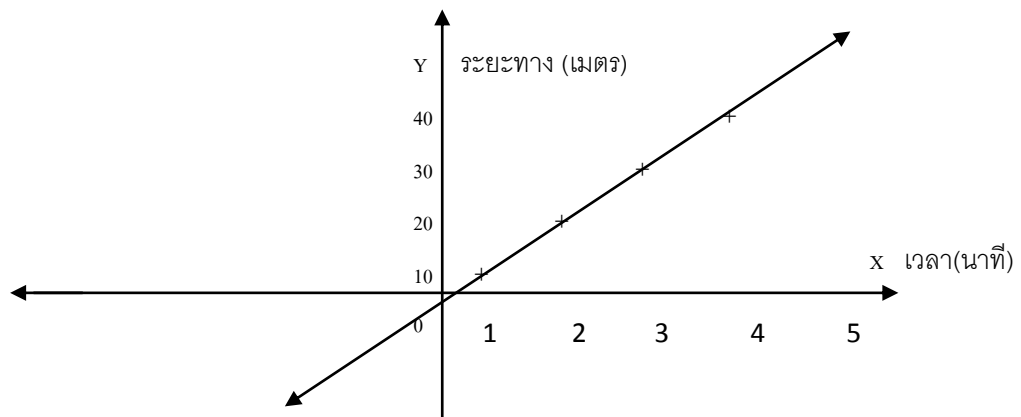
ตอบ รายได้ของนาย ก 2,800 บาท

มาตรฐาน ค 4.2 ม. 1/4

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 5 ค 4.2 ม.1/4

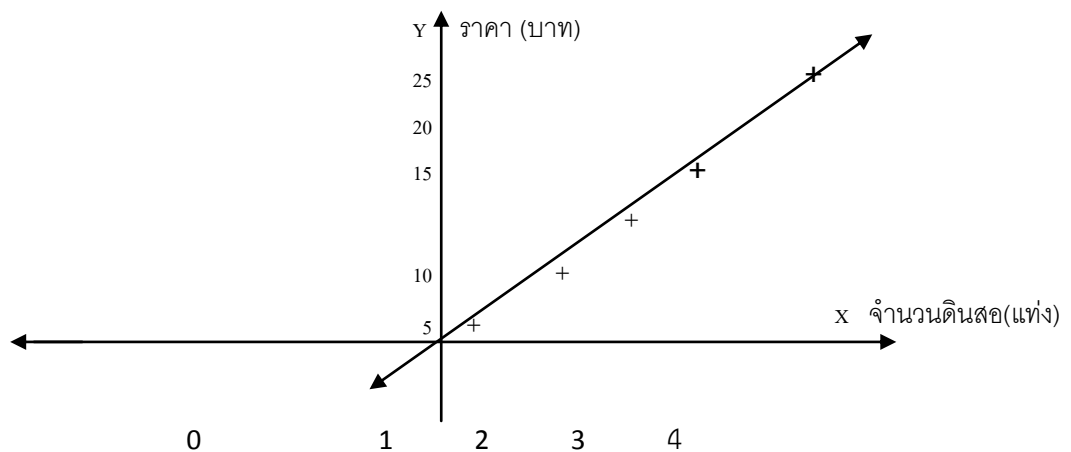
ข้อ 1. จากตารางต่อไปนี้ จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลสองกลุ่มที่กำหนดให้

เวลา(นาทึ)	0	1	2	3	4
ระยะทาง(เมตร)	0	10	20	30	40



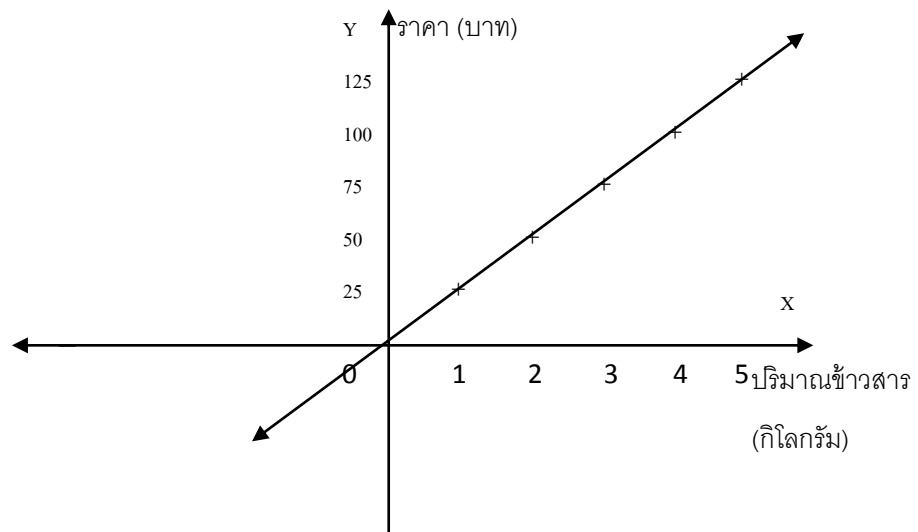
ข้อ 2. จากตารางต่อไปนี้ จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลสองกลุ่มที่กำหนดให้

จำนวนดินสอ (แท่ง)	1	2	3	4	5
ราคา (บาท)	5	10	15	20	25



ข้อ 3 จากตารางต่อไปนี้ จงเขียนกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลสองกลุ่มที่กำหนดให้

ปริมาณข้าวสาร (กิโลกรัม)	1	2	3	4	5
ราคา (บาท)	25	50	75	100	125



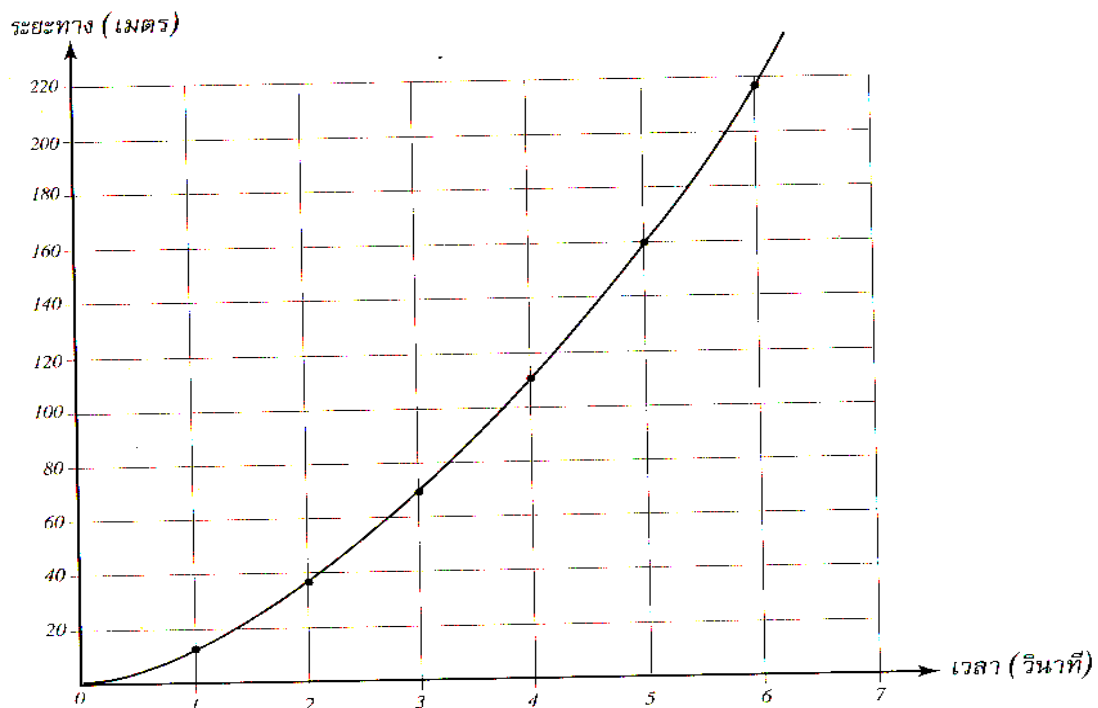
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 1/5

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 6 ค 4.2 ม.1/5

ข้อ 1. เมื่อปล่อยวัตถุเป็นเนื้อเหล็กให้ตกลงจากที่สูง ระยะทางที่วัตถุตกจะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาดังกราฟ ที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาและระยะทางในลักษณะที่ต่อเนื่องกัน เป็นส่วนของเส้นโค้งดังรูป

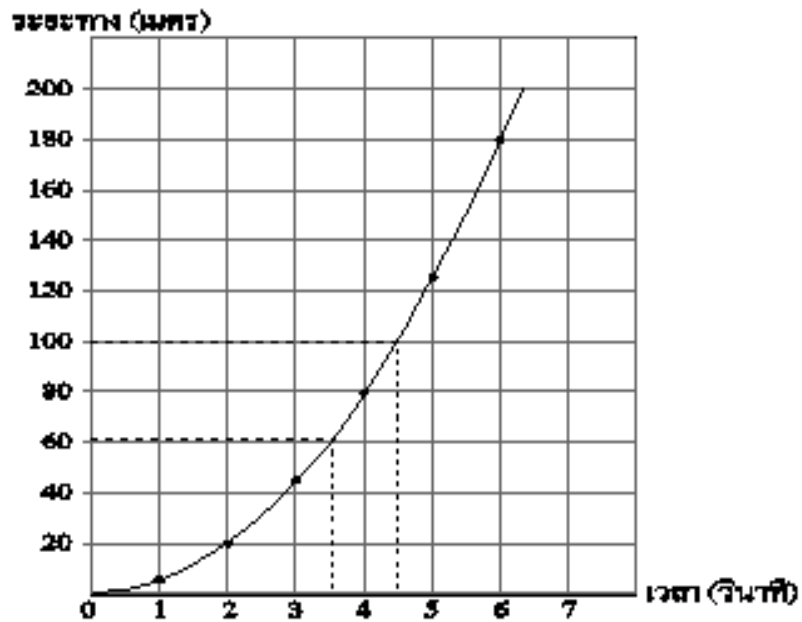
จงตอบคำถามต่อไปนี้

- (1) เมื่อเวลาผ่านไป 3 วินาที วัตถุตกลงมาได้ประมาณกี่เมตร  
ตอบ 70 เมตร
- (2) เมื่อเวลาผ่านไป 6 วินาที วัตถุตกลงมาได้ประมาณกี่เมตร  
ตอบ 215 เมตร
- (3) ถ้าวัตถุตกลงมาได้ 90 เมตร เวลาผ่านไปประมาณกี่วินาที  
ตอบ 3.5 วินาที
- (4) ถ้าวัตถุตกลงมาได้ 180 เมตร เวลาผ่านไปประมาณกี่วินาที ตอบ 5.5 วินาที
- (5) วัตถุตกลงมาที่พิกัด (5, 160) หมายความว่าอย่างไร  
ตอบ เมื่อเวลาผ่านไป 5 วินาที วัตถุตกลงมาได้ประมาณ 160 เมตร



ข้อ 2. จงใช้กราฟ รูปนี้ ตอบคำถามต่อไปนี้

กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างเวลาและระยะทางที่วัตถุตกจากที่สูง



- เมื่อเวลาผ่านไป 4.5 วินาที วัตถุตกลงมาได้ประมาณกี่เมตร  
ตอบ 100 เมตร
- ถ้าวัตถุตกลงมาได้ประมาณ 120 เมตร เวลาผ่านไปประมาณกี่วินาที  
ตอบ 5 วินาที



มาตรฐาน ค 4.2 ม. 2/1

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 7 ค 4.2 ม.2/1

ข้อ 1. ในกระปุกออมสินของมานี มีเงินเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาท รวมกัน 25 เหรียญ คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 185 บาท จงหาว่ามานีมีเงินเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอย่างละกี่เหรียญ  
แนวคิด/ วิธีทำ

ขั้นที่ 1 สิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบสิ่งที่กำหนดให้ คือ กระปุกออมสินของมานี มีเงินเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาท รวมกัน 25 เหรียญ คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 185 บาท สิ่งที่โจทย์ถาม คือ มานีมีเงินเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาทอย่างละกี่เหรียญ

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้โจทย์ปัญหา

กำหนดให้ มานีมีเงินเหรียญห้าบาท จำนวน  $x$  เหรียญ

จะได้ว่า มานีมีเงินเหรียญสิบบาท จำนวน  $25-x$  เหรียญ

ขั้นที่ 3 อธิบายขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาตามแผนที่วางไว้

เหรียญห้าบาท 1 เหรียญ คิดเป็นเงิน 5 บาท

เหรียญห้าบาท  $x$  เหรียญ คิดเป็นเงิน  $5x$  บาท

เหรียญสิบบาท 1 เหรียญ คิดเป็นเงิน 10 บาท

เหรียญสิบบาท  $25-x$  เหรียญ คิดเป็นเงิน  $10(25-x)$  บาท

เนื่องจาก เงินเหรียญห้าบาทและเหรียญสิบบาท รวมกัน 25 เหรียญ คิดเป็นเงินทั้งสิ้น 185 บาท เขียนเป็นสมการ จะได้ดังนี้

$$5x + 10(25-x) = 185$$

$$5x + 250 - 10x = 185$$

$$-5x = 185 - 250$$

$$x = \frac{-65}{-5}$$

$$x = 13$$

ดังนั้น มานีมีเหรียญห้าบาท จำนวน 13 เหรียญ

เหรียญสิบบาท จำนวน  $25-13 = 12$  เหรียญ

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบด้วยวิธีที่หลากหลายและรวดเร็ว

นำค่า  $x = 13$  แทนในสมการ  $5x + 10(25-x) = 185$

$$5(13) + 10(25-13) = 185$$

$$65 + 250 - 130 = 185$$

$$185 = 185 \text{ สมการเป็นจริง}$$



ข้อ 2. แม่ค้าขายมะนาว จัดแบ่งมะนาวเป็นกองเล็กและกองใหญ่ โดยกองเล็กมีมะนาว กองละ 5 ผล และกองใหญ่มีมะนาว กองละ 10 ผล ถ้ามะนาวทั้งกองเล็กและกองใหญ่มีทั้งหมด 30 กอง รวมเป็นมะนาว 280 ผล อยากทราบว่า มีมะนาว กองเล็กและกองใหญ่อย่างละกี่กอง

แนวคิด / วิธีทำ

ขั้นที่ 1 สิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบสิ่งที่กำหนดให้ คือ มะนาวกองเล็ก กองละ 5 ผล มะนาวกองใหญ่ กองละ 10 ผล

มะนาวกองเล็กและกองใหญ่ มีจำนวน 30 กอง คิดเป็นมะนาว 280 ผล

สิ่งที่โจทย์ถาม คือ มีมะนาวกองเล็กและมะนาวกองใหญ่อย่างละกี่กอง

ขั้นที่ 2 วางแผนการแก้โจทย์ปัญหา

สมมติให้ มีมะนาวกองเล็ก  $x$  กอง

จะได้ว่า มีมะนาวกองใหญ่  $30 - x$  กอง

ขั้นที่ 3 อธิบายขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหาตามแผนที่วางไว้

มะนาวกองเล็ก  $x$  กอง กองละ 5 ผล รวมเป็นมะนาว  $5x$  ผล

มะนาวกองใหญ่  $30 - x$  กอง กองละ 10 ผล รวมเป็นมะนาว  $10(30 - x)$  ผล

มะนาวทั้งหมดรวมกัน 280 ผล

เขียนเป็นสมการ ได้ดังนี้

$$5x + 10(30 - x) = 280$$

$$5x + 300 - 10x = 280$$

$$-5x = -20$$

$$x = 4$$

ตอบ ดังนั้น มีมะนาวกองเล็ก 4 กอง และมะนาวกองใหญ่ 26 กอง

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบคำตอบด้วยวิธีที่หลากหลายและรวดเร็ว

นำค่า  $x = 4$  แทนในสมการ  $5x + 10(30 - x) = 280$

$$5(4) + 10(30 - 4) = 280$$

$$20 + 300 - 40 = 280$$

$$280 = 280 \text{ สมการเป็นจริง}$$

ข้อ 3 แม่ค้าซื้อไข่มาจำนวนหนึ่งราคาฟองละ 2.75 บาท แล้วขายไข่ไปฟองละ 3.25 บาท แบ่งให้เพื่อนบ้านไป 12 ฟอง ไข่ที่เหลือทั้งหมดยังได้กำไรอีก 111 บาท จงหาว่าแม่ค้าซื้อไข่มาทั้งหมดกี่ฟอง

วิธีทำ แม่ค้าซื้อไข่มา  $x$  ฟอง

ซื้อไข่ราคาฟองละ 2.75 บาท คิดเป็นเงิน  $2.75x$  บาท

แบ่งให้เพื่อนบ้านไป 12 ฟอง จึงเหลือไข่สำหรับขาย  $x - 12$  ฟอง

ขายไข่  $x - 12$  ฟอง ฟองละ 3.25 บาท คิดเป็นเงิน  $3.25(x - 12)$  บาท

ขายไข่ได้กำไร 111 บาท

$$\text{จะได้สมการ } 3.25(x - 12) - 2.75x = 111$$

$$3.25x - 39 - 2.75x = 111$$

$$(3.25x - 2.75x) - 39 = 111$$

$$0.5x - 39 = 111$$

$$0.5x = 150$$

$$x = 300$$

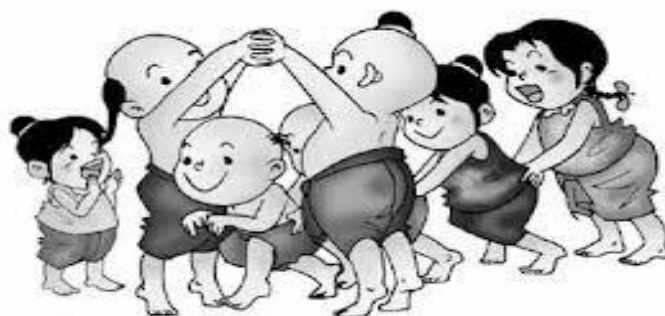
ตรวจสอบ ถ้าแม่ค้าซื้อไข่มาทั้งหมด 300 ฟอง ฟองละ 2.75 บาท

$$\text{คิดเป็นเงิน } 2.75(300) = 825 \text{ บาท}$$

$$\text{ขายไข่ } 300 - 12 = 288 \text{ ฟอง ฟองละ } 3.25 \text{ บาท คิดเป็นเงิน } 3.25(288) = 936 \text{ บาท}$$

$$\text{ขายไข่ได้กำไร } 936 - 825 = 111 \text{ บาท ซึ่งเป็นจริงตามเงื่อนไขในโจทย์}$$

ตอบ ดังนั้น แม่ค้าซื้อไข่มาทั้งหมด 300 ฟอง



ข้อ 4 มานะมีขนมอยู่หนึ่ง แบ่งให้มานี  $\frac{1}{3}$  ของจำนวนขนมในถุงนั้น ปรากฏว่ามานีได้ขนมไป 6 ชิ้น จงหาว่าเดิมมานะมีขนมอยู่ที่กี่ชิ้น

วิธีทำ ให้เดิมมานะมีขนมอยู่  $x$  ชิ้น

แบ่งให้มานี  $\frac{1}{3}$  ของจำนวนขนมในถุง เท่ากับ  $\frac{1}{3}x$

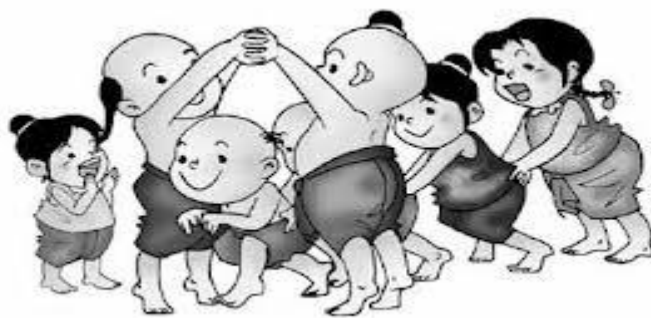
$$\text{จะได้สมการ } \frac{1}{3}x = 6$$

$$\text{นำ 3 มาคูณทั้งสองข้างของสมการ จะได้ } \frac{1}{3}x \times 3 = 6 \times 3$$

$$x = 18$$

ตรวจสอบ แบ่งให้มานี  $\frac{1}{3}$  ของจำนวนขนมในถุง เท่ากับ  $\frac{1}{3} \times 18 = 6$  ซึ่งเป็นจริงตามโจทย์

ตอบ ดังนั้น เดิมมานะมีขนมอยู่ 18 ชิ้น



มาตรฐาน ค 4.2 ม. 2/2

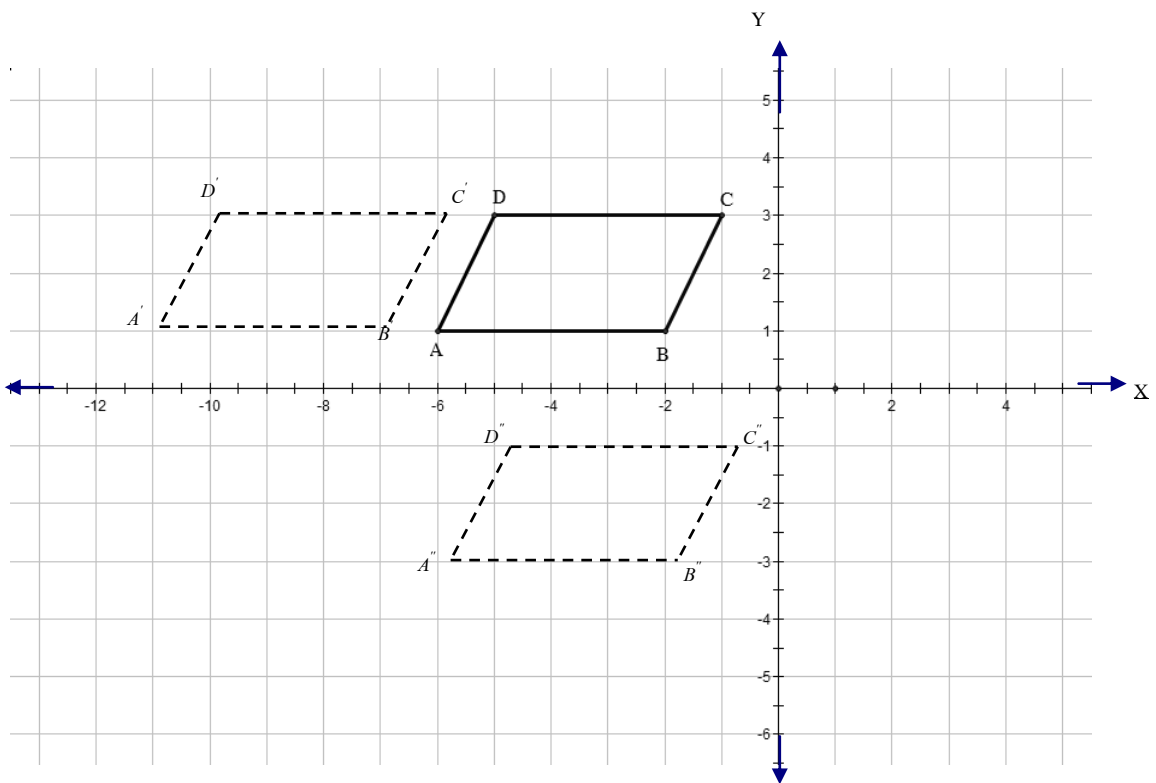
เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 8 (ค 4.2 ม.2/2)

ข้อ 1. กำหนดให้รูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพิกัด ดังนี้ A (-6,1) , B (-2,1) , C (-1,3) และ

D (-5,3) จงสร้างต่อไปนี้

1) รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานของรูปสี่เหลี่ยม ABCD ขนานกับแกน X ไปทางซ้าย 5 หน่วย พร้อมทั้งหา จุดพิกัด

2) รูปที่เกิดจากการเลื่อนขนานรูปสี่เหลี่ยม ABCD ขนานกับแกน Y ลงมาด้านล่าง 4 หน่วย พร้อมทั้งหาจุดพิกัด

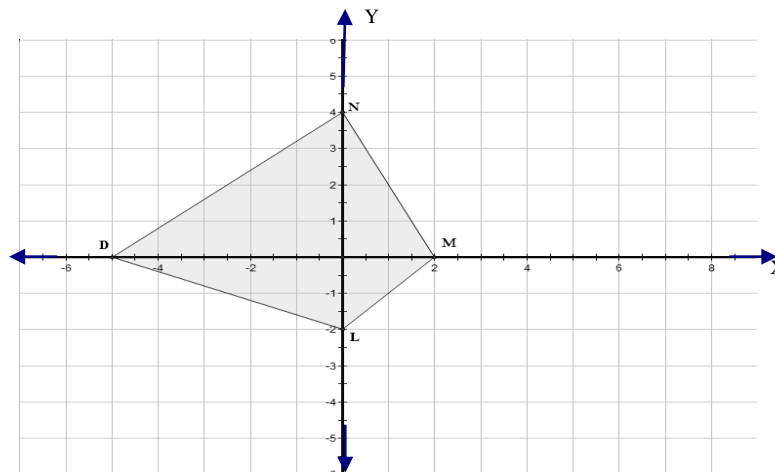


ตอบ

ข้อ 1) จุดพิกัด A' (-11,1) B' (-7,1) C' (-6,3) D' (-10,3)

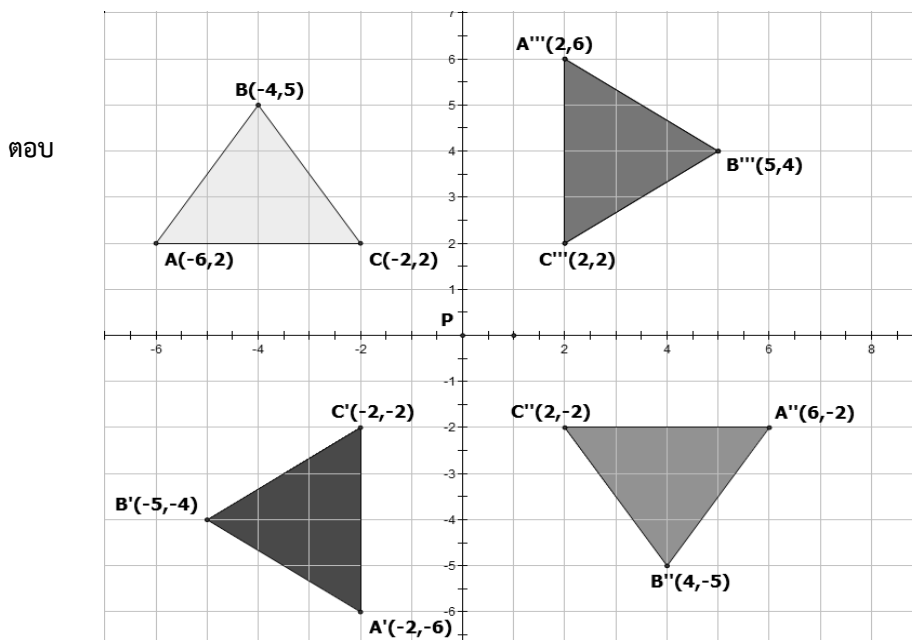
ข้อ 2) จุดพิกัด A'' (-6,-3) B'' (-2,-3) C'' (-1,-1) D'' (-5,-1)

ข้อ 2. จงหาพิกัดของจุดบนรูปที่ได้จากการสะท้อนของรูปต้นแบบที่กำหนดให้ใน  
แต่ละข้อ โดยมีแกน Y เป็นเส้นของการสะท้อน



พิกัดของ N' ..... (0,4)      D' ..... (5,0)      L' ..... (0,-2)      M' ..... (-2,0)

ข้อ 3. ให้นักเรียนสร้างรูปสามเหลี่ยม ABC และให้ P เป็นจุดหมุน และหมุนตามเข็มนาฬิกาเป็น  
90 องศา ตามภาพ ดังนี้



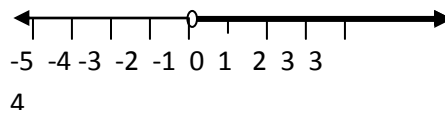
มาตรฐาน ค 4.2 ม. 3/1

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 9 ค 4.2 ม.3/1

1. จงแก้สมการ  $5x + 6 < 7x + 8$

วิธีทำ  $5x + 6 < 7x + 8$   
 $5x + 6 - 5x < 7x + 8 - 5x$   
 $6 < 2x + 8$   
 $6 - 8 < 2x + 8 - 8$   
 $-2 < 2x$   
 $-1 < x$

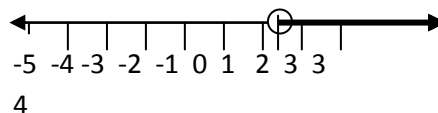
ตอบ คำตอบของสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า  $-1$



2. จงแก้สมการ  $-8x + 7 < -15 + 6x$

วิธีทำ  $-8x + 7 < -15 + 6x$   
 $-8x - 6x < -15 - 7$   
 $-14x < -22$   
 $x > \frac{-22}{-14}$   
 $x > \frac{11}{7}$  หรือ 1.51

ตอบ คำตอบของสมการคือ จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า  $\frac{11}{7}$

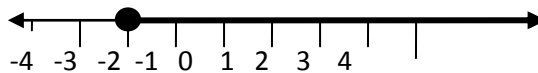


3. จงแก้สมการ  $-4x + 1 \geq 9$

วิธีทำ  $-4x + 1 \geq 9$   
 นำ  $-1$  บวกทั้งสองข้าง จะได้  $-4x + 1 + (-1) \geq 9 + (-1)$   
 $-4x \geq 8$   
 นำ  $-\frac{1}{4}$  คูณทั้งสองข้าง จะได้  $-\frac{1}{4}(-4x) \geq -\frac{1}{4}(8)$   
 $x \geq -2$

ตอบ แสดงว่า คำตอบของสมการคือ จำนวนจริงทุกจำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ  $-2$

กราฟแสดงคำตอบ

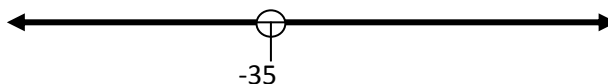


4. จงหาแก้สมการ  $\frac{3x}{5} - 5 \neq \frac{4x}{5} + 2$

วิธีทำ หาคำตอบของสมการ  $\frac{3x}{5} - 5 = \frac{4x}{5} + 2$   
 $-\frac{x}{5} = 7$   
 $x = -35$

ตอบ คำตอบของสมการ คือ จำนวนทุกจำนวนยกเว้น  $-35$

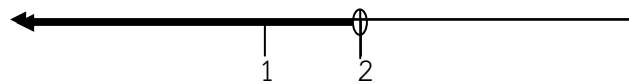
กราฟแสดงคำตอบ



5. จงแก้สมการ  $10 - a > 8$  พร้อมเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

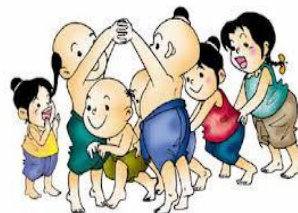
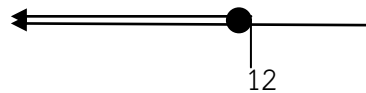
$$\begin{aligned} 10 - a &> 8 \\ 10 - 10 - a &> 8 - 10 \\ -a &> -2 \\ a &< 2 \end{aligned}$$



6. จงแก้สมการ  $\frac{c}{2} - 1 \leq 5$  พร้อมเขียนกราฟแสดงคำตอบ

วิธีทำ

$$\begin{aligned} \frac{c}{2} - 1 &\leq 5 \\ \frac{c}{2} - 1 + 1 &\leq 5 + 1 \\ \frac{c}{2} &\leq 6 \\ \frac{c}{2} * 2 &\leq 6 * 2 \\ c &\leq 12 \end{aligned}$$





7. เด็กชายแสนดีได้รับเงินจากพ่อและแม่เป็นจำนวนเท่า ๆ กัน เพื่อเป็นค่าใช้จ่ายประจำสัปดาห์ เมื่อสิ้นสัปดาห์เขารวมรายจ่ายแล้วพบว่าได้ใช้เงินไปทั้งสิ้น 310 บาท และฝากธนาคารออมสินไว้ 100 บาท เมื่อนับเงินที่เหลือแล้วปรากฏว่าเหลือไม่ถึง 50 บาท จงหาว่าเด็กชายแสนดีได้รับเงินจากพ่อเท่าไร

**วิธีทำ** สมมติว่าพ่อให้เงินเด็กชายแสนดี  $x$  บาท

ดังนั้น เด็กชายแสนดีได้รับเงินทั้งหมด  $2x$  บาท

เมื่อหักสวณที่นำไปฝากธนาคาร และค่าใช้จ่ายแล้วจะเหลือ  $2x - 310$  บาท

ดังนั้น  $2x - 310 < 50$

แก้สมการได้ดังนี้  $2x < 360$

$x < 180$  .....(1)

แต่จำนวนเงินที่เด็กชายแสนดีได้รับทั้งสิ้นต้องมากกว่า 310 บาท

นั่นคือ  $2x > 310$

$x > 155$  .....(2)

จาก (1) และ (2)

ตอบ ดังนั้นเด็กชายแสนดีได้รับเงินจากพ่อกว่า 155 บาท แต่ไม่ถึง 180 บาท



มาตรฐาน ค 4.2 ม. 3/2

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 10 ค 4.2 ม.3/2

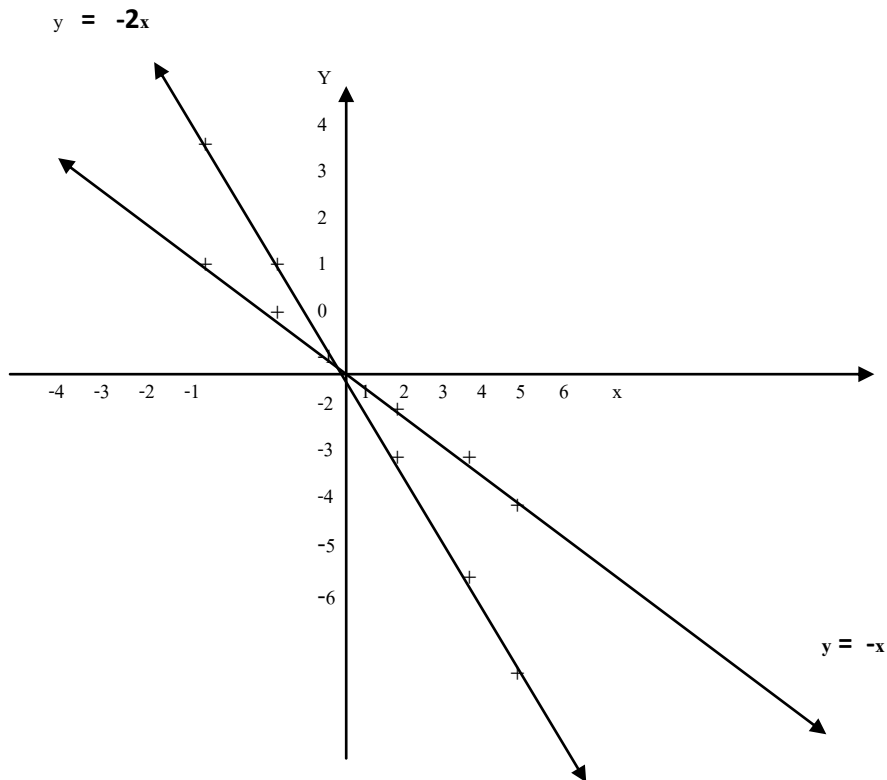
1. จงเขียนกราฟของสมการต่อไปนี้โดยใช้แกนคู่เดียวกัน เส้นตรงเหล่านี้ตัดแกน  $y$  ที่จุดใด

1.1  $y = -2x$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	4	2	0	-2	-4	-6

1.2  $y = -x$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	2	1	0	-1	-2	-3



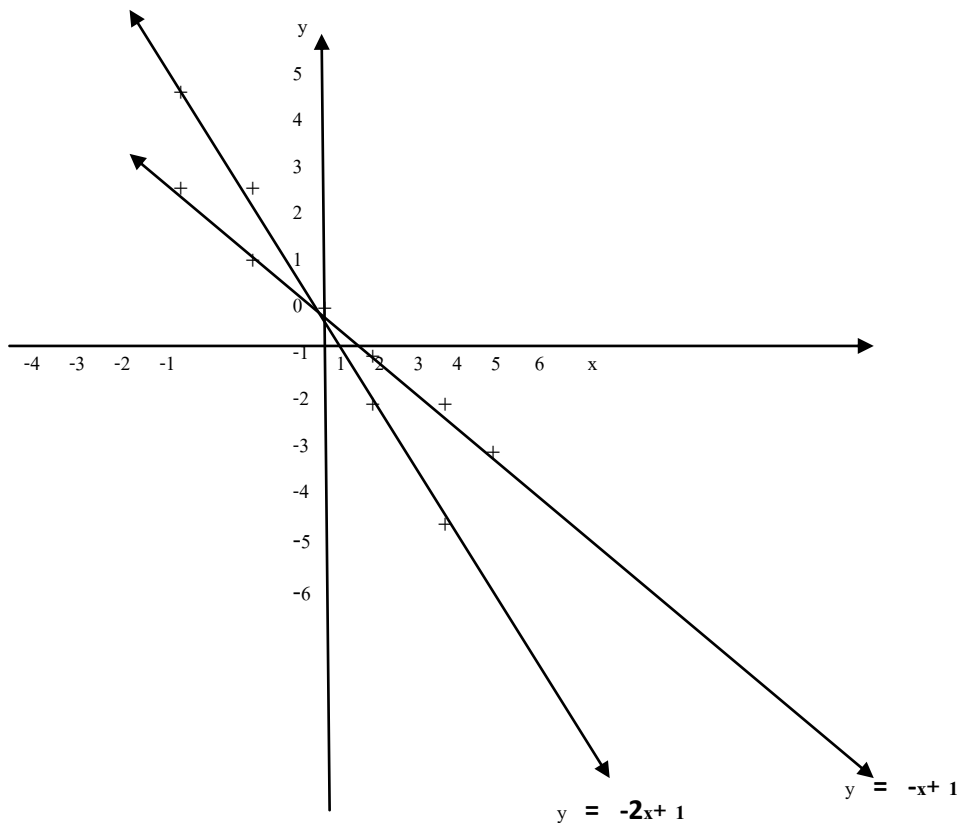
2. จงเขียนกราฟของสมการต่อไปนี้โดยใช้แกนคู่เดียวกัน เส้นตรงเหล่านี้ตัดแกน  $y$  ที่จุดใด

2.1  $y = -x + 1$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	3	2	1	0	-1	-2

2.2  $y = -2x + 1$

x	-2	-1	0	1	2	3
y	5	3	1	-1	-3	-5



มาตรฐาน ค 4.2 ม. 3/3

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 11 ค 4.2 ม.3/3

ข้อ 1. จงแก้ระบบสมการ  $x + y = 4$  .....(1)

$x - y = 2$  .....(2)

วิธีทำ  $x + y = 4$  .....(1)

$x - y = 2$  .....(2)

นำสมการที่ (1) + (2) ,  $(x + y) + (x - y) = 4 + 2$

$x + y + x - y = 6$

$2x = 6$

$x = 3$

นำสมการที่ (1) - (2) ,  $(x + y) - (x - y) = 4 - 2$

$x + y - x + y = 2$

$2y = 2$

$y = 1$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x$  ,  $y$  ในสมการที่ (1) และ (2)

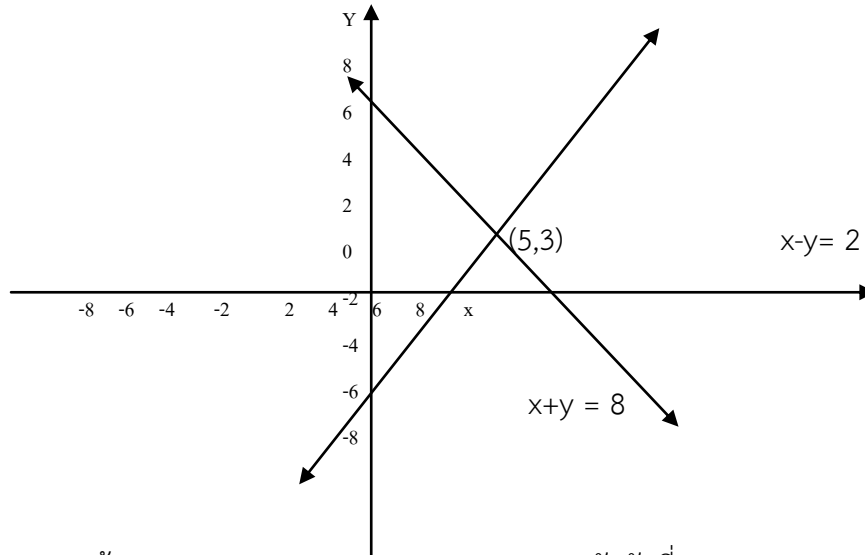
$x = 3$  ,  $y = 1$  จะได้ประโยคที่เป็นจริงสองประโยคดังนี้

$3 + 1 = 4$

$3 - 1 = 2$

สรุปได้ว่า  $(3, 1)$  เป็นคำตอบของระบบสมการ    ตอบ

ข้อ 2. จงแก้ระบบสมการ  $x + y = 8$  และ  $x - y = 2$  เขียนกราฟลงบนแกนคู่เดียวกัน



ดังนั้น กราฟเส้นตรง  $x + y = 8$  และ  $x - y = 2$  ตัดกันที่จุด  $(5, 3)$

เรียก  $(5, 3)$  ว่าคำตอบของระบบสมการ  $x + y = 8$  และ  $x - y = 2$

ข้อ 3 จงแก้ระบบสมการ  $2a - b = 3$  .....(1)

$a + 2b = 4$  .....(2)

วิธีทำ  $2a - b = 3$  .....(1)

$a + 2b = 4$  .....(2)

นำสมการ (1)  $\times 2$  จะได้  $4a - 2b = 6$  .....(3)

นำสมการ (2) + (3) ,  $(a + 2b) + (4a - 2b) = 4 + 6$

$$a + 2b + 4a - 2b = 10$$

$$2a = 10$$

$$a = 2$$

แทนค่า  $a = 2$  ใน (1)

$$2(2) - b = 3$$

$$4 - b = 3$$

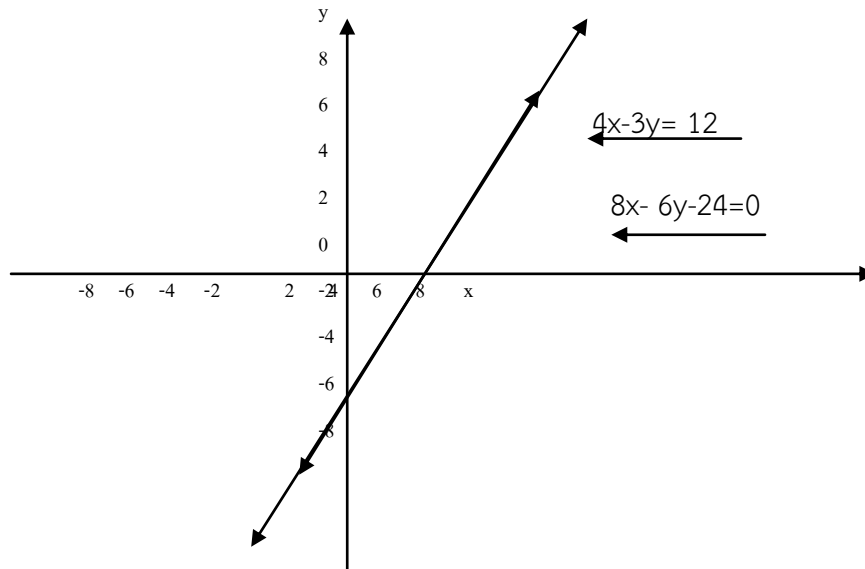
$$-b = 3 - 4$$

$$-b = -1$$

$$b = 1$$

คำตอบของระบบสมการ คือ ( 2 , 1 )      **ตอบ**

ข้อ 4. จงแก้ระบบสมการ  $4x - 3y = 12$  และ  $8x - 6y - 24 = 0$



ดังนั้น จากสมการ  $4x - 3y = 12$  และ  $8x - 6y - 24 = 0$  เมื่อนำมาเขียนกราฟเราจะได้ เส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน แสดงว่า ทุกคู่อันดับที่แทนจุดบนเส้นตรงที่ได้ คือ คำตอบของระบบสมการที่กำหนดให้

มาตรฐาน ค 4.2 ม. 3/4

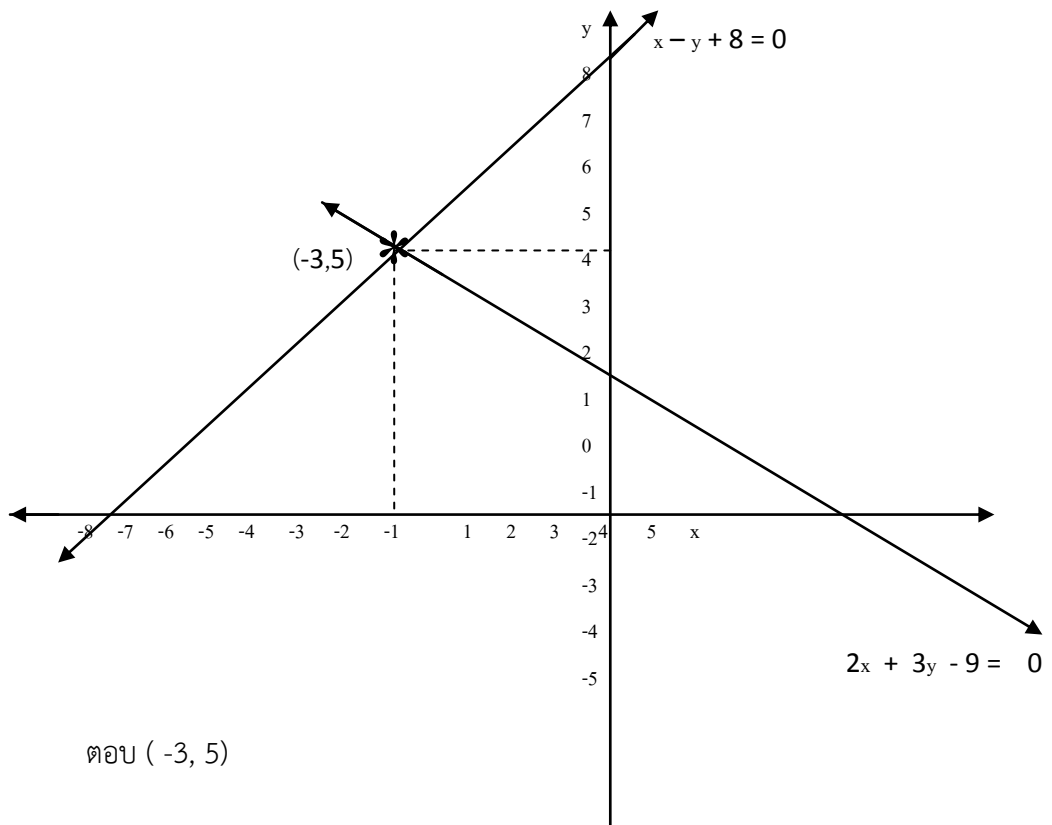
เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 12 ค 4.2 ม.3/4

คำสั่ง จงหาคำตอบของระบบสมการต่อไปนี้ โดยวิธีเขียนกราฟ

1.  $2x + 3y - 9 = 0$  .....(1)

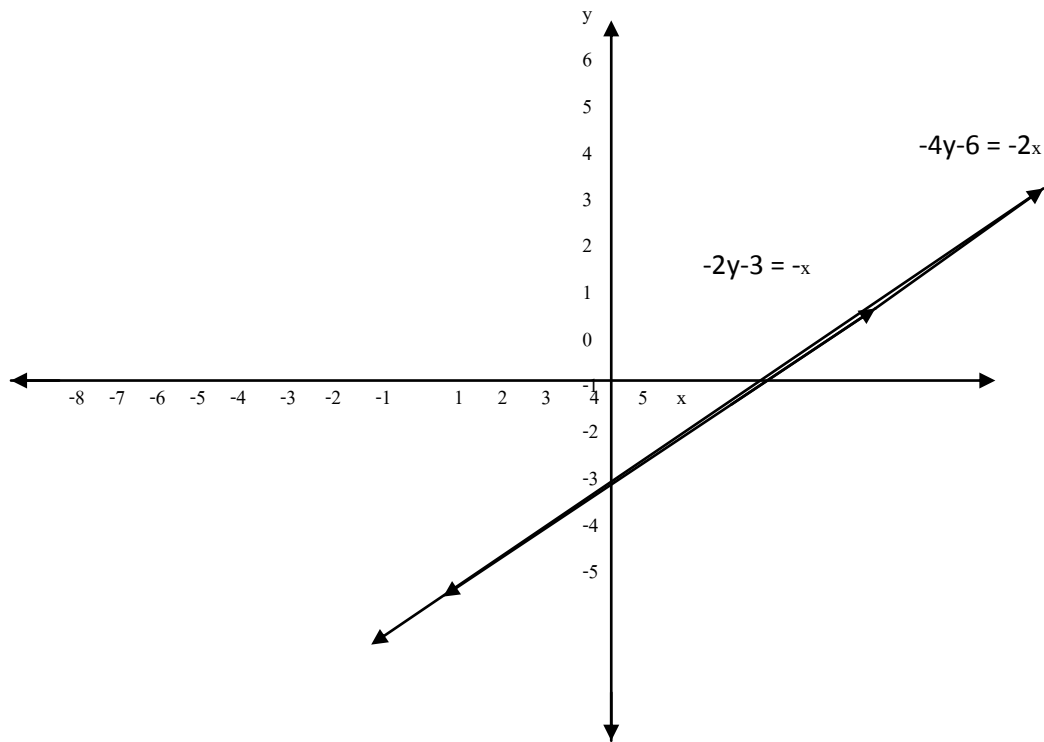
$x - y + 8 = 0$  .....(2)

วิธีทำ จาก $2x + 3y - 9 = 0$ .....(1) จะได้ $3y = -2x + 9$ $y = \frac{-2}{3}x + 3$	จาก $x - y + 8 = 0$ .....(2) จะได้ $-y = -x - 8$ $y = x + 8$
--	--



2.  $-4y - 6 = -2x$  .....(1)  
 $-2y - 3 = -x$  .....(2)

วิธีทำ จาก $-4y - 6 = -2x$ จะได้ $-2y - 3 = -x$ $-2y = -x + 3$ $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$	จาก $-2y - 3 = -x$ จะได้ $-2y = -x + 3$ $y = \frac{x}{2} - \frac{3}{2}$
---	---



ตอบ คำตอบของระบบสมการนี้คือจุดทุกจุดบนเส้นตรงคือ  $(x, \frac{x-3}{2})$



มาตรฐาน ค 4.2 ม. 3/5

เฉลยแบบฝึกหัด ชุดที่ 13 ค 4.2 ม.3/5

ข้อ 1. จงหาค่า  $x$  และ ค่า  $y$  จากระบบสมการ  $9x+y=2$  และ  $4x+y=2$

ตอบ ( 0,2 ) หรือ (  $x = 0, y = 2$  )

ข้อ 2. จงแก้ระบบสมการ  $x + y = 8$  และ  $x - y = 6$

แนวคิด/วิธีทำ

$$x + y = 8 \dots\dots\dots (1)$$

$$x - y = 6 \dots\dots\dots (2)$$

นำสมการที่ (1) + (2) , (  $x + y$  ) + (  $x - y$  ) = 8 + 6

$$x + y + x - y = 14$$

$$2x = 14$$

$$x = 7$$

นำสมการที่ (1) - (2) , (  $x + y$  ) - (  $x - y$  ) = 8 - 6

$$x + y - x + y = 2$$

$$2y = 2$$

$$y = 1$$

ตรวจคำตอบ แทนค่า  $x$  ,  $y$  ในสมการที่ (1) และ (2)

$x = 7$  ,  $y = 1$  จะได้ประโยคที่เป็นจริงสองประโยคดังนี้

$$7 + 1 = 8$$

$$7 - 1 = 6$$

ตอบ สรุปได้ว่า ( 7 , 1 ) เป็นคำตอบของระบบสมการ



ข้อ 3. จงแก้ระบบสมการ  $2a - b = 3$  และ  $a + 2b = 4$

แนวคิด/วิธีทำ  $2a - b = 3$  .....(1)

$a + 2b = 4$  .....(2)

นำสมการ (1) x 2 จะได้  $4a - 2b = 6$  .....(3)

นำสมการ (2) + (3) ,  $(a + 2b) + (4a - 2b) = 4 + 6$

$a + 2b + 4a - 2b = 10$

$2a = 10$

$a = 2$

แทนค่า  $a = 2$  ใน  $2a - b = 3$  .....(1)

$(2) \times (2) - b = 3$

$4 - b = 3$

$-b = 3 - 4$

$-b = -1$

$b = 1$

ตอบ คำตอบของระบบสมการ คือ ( 2 , 1 )



ข้อ 4 จงหาคำตอบของระบบสมการ  $3x - 2y = 6$  และ  $-5x + 6y = 30$

แนวคิด/วิธีทำ  $3x - 2y = 6$  .....(1)

$-5x + 6y = 30$  .....(2)

นำ  $3 \times (1)$  จะได้  $9x - 6y = 18$  .....(3)

นำสมการ (2) + (3) ,  $(-5x + 9x) + (6y - 6y) = 30 + 18$

$4x = 48$

$x = \frac{48}{4}$

$x = 12$

แทนค่า นำ  $x = 12$  แทนค่าใน  $3x - 2y = 6$  .....(1)

$3(12) - 2y = 6$

$36 - 2y = 6$

$-2y = 6 - 36$

$-2y = -30$

$y = 15$

ตอบ คำตอบของระบบสมการ คือ ( 12 , 15 )

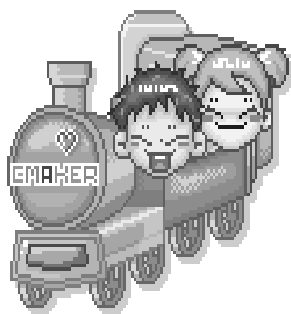
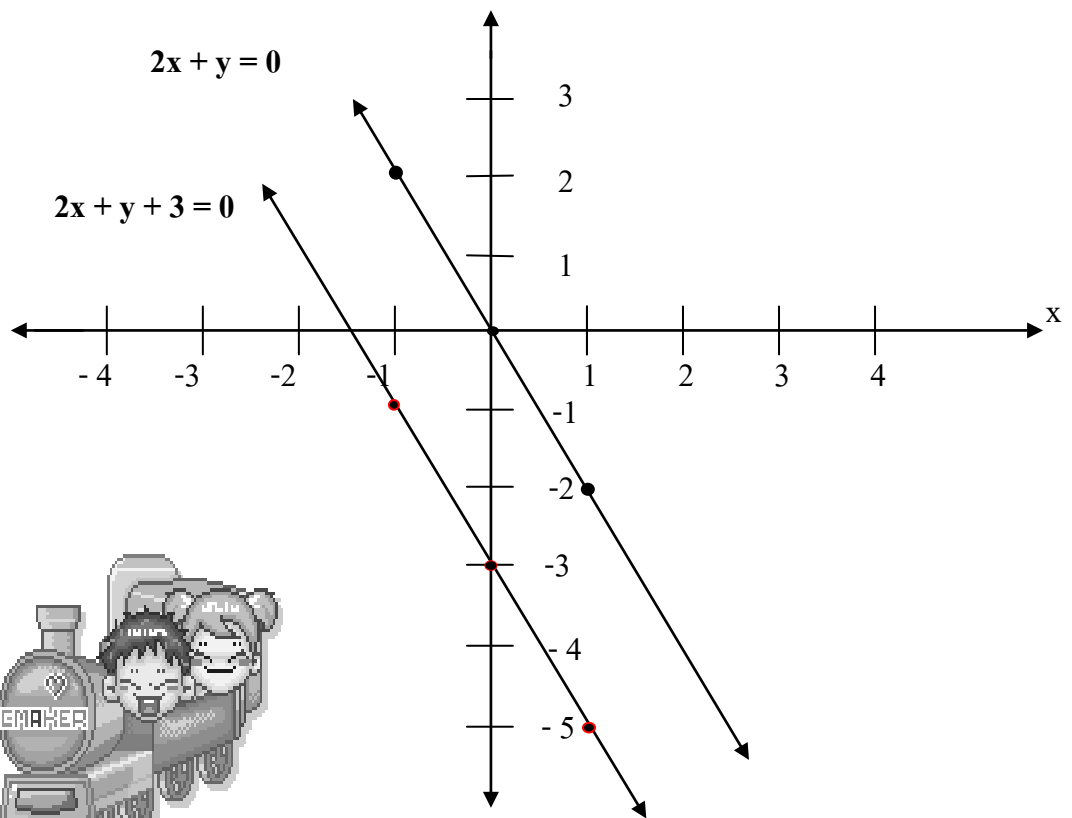


ข้อ 5. จงเขียนกราฟของสมการ  $2x + y = 0$  และ กราฟของสมการ  $2x + y + 3 = 0$

จากสมการ  $2x + y = 0$   
 จะได้  $y = -2x$   
 สมการ  $y = -2x$

และ จากสมการ  $x + y + 3 = 0$   
 จะได้  $y = -2x - 3$   
 สมการ  $y = -2x - 3$

สมการ $2x + y = 0$				สมการ $2x + y + 3 = 0$			
x	$y = -2x$	y	(x,y)	x	$y = -2x - 3$	y	(x,y)
-1	$y = -2(-1)$	2	(-1, 2)	-1	$y = -2(-1) - 3$	-1	(-1,-1)
0	$y = -2(0)$	0	(0,0)	0	$y = -2(0) - 3$	-3	(0,-3)
1	$y = -2(1)$	-2	(1,-2)	1	$y = -2(1) - 3$	-5	(1,-5)



สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.1 ม. 2/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 1	1	ก
	2	ง
	3	ข
	4	ข
	5	ก

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.1 ม. 3/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 2	1	อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน
	2	อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.1 ม. 3/2 แบบฝึกหัดชุดที่ 3	1	ไม่ต่างกัน
	2	9
	3	14
	4	15
	5	9

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.1 ม. 3/3 แบบฝึกหัดชุดที่ 4	1	ข
	2	ง
	3	ก
	4	ก
	5	ค

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.1 ม. 3/4 แบบฝึกหัดชุดที่ 5		
	1	8
	2	8,100 บาท
	3	9
	4	6
	5	27

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.2 ม. 1/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 6		
	1	ลูกบอลสีขาวได้มากกว่ากัน
	2	สีแดง
	3	เอ้อย

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.2 ม. 2/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 7		
	1	1) ไม่มีโอกาสเกิดขึ้น
		2) มีโอกาสเกิดขึ้นอย่างแน่นอน
		3) มีโอกาสเกิดขึ้นอย่างแน่นอน
		4) ไม่มีโอกาสเกิดขึ้น
	2	1) โอกาสเหตุการณ์ ก น้อยกว่าโอกาสเหตุการณ์ ข
		2) โอกาสเหตุการณ์ ก เท่ากับโอกาสเหตุการณ์ ค
		3) โอกาสเหตุการณ์ ข มากกว่าโอกาสเหตุการณ์ ค
	3	1) เหรียญ 10 บาท
		2) เหรียญบาท
		3) เหรียญสิบจำนวน 1 เหรียญ เหรียญห้าจำนวน 2 เหรียญเหรียญ บาทจำนวน 3 เหรียญ
		4) เป็นไปไม่ได้

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.2 ม. 3/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 8		
	1	ง
	2	ง
	3	ข
	4	ก
	5	ก

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.3 ม. 3/1 แบบฝึกหัดชุดที่ 9	ตอนที่ 1	
	1	ง
	2	ค
	3	ก
	4	ก
	5	ก
	6	ก
	7	ค
	8	ข
	9	ง
	10	ค
	ตอนที่ 2	
	1	ไม่ควรเล่น เพราะเล่นแต่ละครั้ง จะต้องเสียเงิน 0.08 บาท
	2	ควรทำธุรกิจ เพราะได้กำไร ครั้ง ละ 67,500 บาท
	3	ไม่ควรรับ เพราะเสียเปรียบ 50 บาท

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.3 ม. 3/2 แบบฝึกหัดชุดที่ 10	1	อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน
	2	อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน
	3	อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน
	4	อยู่ในดุลยพินิจของครูผู้สอน

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 แบบฝึกหัด	1	70 เมตร
	2	12.93 เมตร
	3	69.9 เมตร
	4	48 ฟุต
	5	25 ฟุต



ภาคผนวก ข

ตัวอย่างข้อสอบ **O – NET** ทุกสาระ

ตัวอย่างข้อสอบ O-NET คณิตศาสตร์ ม.3

สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ

มาตรฐาน ค 1.1 เข้าใจถึงความหลากหลายของการแสดงจำนวนและการใช้จำนวนในชีวิตจริง

1. ข้อใดถูกต้อง (ปี 2550)
  - ก. มีจำนวนเต็มบวกที่น้อยกว่า 1
  - ข. มีจำนวนเต็มลบที่มากกว่า 0
  - ค. มีจำนวนเต็มที่น้อยที่สุดแต่มากกว่า -3
  - ง. มีจำนวนตรรกยะที่น้อยที่สุดแต่มากกว่า 5
2. ข้อใดเป็นจำนวนอตรรกยะทุกจำนวน (ปี 2550)
 

ก. $\sqrt{2}, \sqrt{5}, 3.12\bar{5}$	ค. $\sqrt{7}, \sqrt{9}, \pi$
ข. $\sqrt{8}, -\sqrt{10}, \sqrt{4}$	ง. $\sqrt{5}, 2.12112\dots, \pi$
3. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้ ว่าข้อใดเป็นจริง (ปี 2553)
  - ก. จำนวนจริงที่เป็นจำนวนตรรกยะมีบางจำนวนที่เป็นจำนวนอตรรกยะ
  - ข. จำนวนเต็ม 0 เป็นจำนวนจริงเพียงจำนวนเดียวที่คูณกับจำนวนตรรกยะใดๆ แล้วได้ผลคูณเป็นจำนวนตรรกยะ
  - ค. จำนวนจริงที่เขียนได้ในรูปทศนิยมที่ไม่ซ้ำกันเป็นจำนวนอตรรกยะและเขียนเป็นรูปเศษส่วนที่มีเศษและส่วนเป็นจำนวนเต็มไม่ได้
  - ง. จำนวนเต็มเป็นจำนวนจริงที่ประกอบด้วยจำนวนเต็มลบและจำนวนเต็มบวกเท่านั้น
4. ข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง (ปี 2553)
  - ก. ถ้า  $a$  เป็นจำนวนจริง แล้ว  $a^2 > a$  เสมอ
  - ข. ให้  $a, b, c$  เป็นจำนวนอตรรกยะ ถ้า  $a > b$  แล้ว  $c - a > c - b$
  - ค. ให้  $x$  เป็นจำนวนตรรกยะ ถ้า  $x^2 > 4$  แล้ว  $x > 2$
  - ง. ให้  $y$  เป็นจำนวนเต็ม ถ้า  $\sqrt{y} > 1$  แล้ว  $y > 1$
5. ถ้าเขียนเศษส่วน  $\frac{1}{7}$  ในรูปทศนิยมซ้ำ จะได้ทศนิยมในตำแหน่งที่ 37 เป็นเท่าไร (ปี 2553)
 

ก. 1	ค. 7
ข. 5	ง. 8
6. ถ้า  $(3x - 3) : (x + 3) = 3 : 5$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่ากับข้อใด (ปี 2550)
 

ก. -6	ค. 2
ข. -2	ง. 6

7. ก , ข และ ค มีเงินเป็นอัตราส่วน 4 : 5 : 7 ถ้า ค มีเงินมากกว่า ข 40 บาท ข้อความใดถูกต้อง (ปี 2550)
- ก. ก มีเงินคิดเป็น 80 % ของเงินของ ข
  - ข. ข มีเงิน  $\frac{1}{4}$  เท่าของเงินทั้งหมด
  - ค. ก , ข และ ค มีเงินรวมกัน 640 บาท
  - ง. ค มีเงินเป็น 70 % ของ ก และ ข รวมกัน
8. พ่อค้าคนหนึ่งซื้อส้มมา 10 กิโลกรัม ราคา กิโลกรัมละ 40 บาท ถ้าต้องการขายให้ได้กำไร 5 % จากต้นทุน จะต้องขายส้ม กิโลกรัมละกี่บาท และได้กำไรทั้งหมดกี่บาท (ปี 2552)
- ก. กิโลกรัมละ 50 บาท กำไร 100 บาท
  - ข. กิโลกรัมละ 45 บาท กำไร 50 บาท
  - ค. กิโลกรัมละ 48 บาท กำไร 80 บาท
  - ง. กิโลกรัมละ 42 บาท กำไร 20 บาท
9. ภาสกร สอบวิชาต่างๆ ได้คะแนนดังนี้ คณิตศาสตร์ : ภาษาอังกฤษ ได้คะแนนเป็น 5 : 3  
ภาษาอังกฤษ : วิทยาศาสตร์ ได้คะแนนเป็น 4 : 7 ถ้าแต่ละวิชาคะแนนเต็ม 50 คะแนน และเขาสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 40 คะแนน ถามว่า เขาสอบวิชาวิทยาศาสตร์ได้ร้อยละเท่าไร (ปี 2553)
- ก. 84
  - ข. 80
  - ค. 60
  - ง. 48
10. ถ้า  $A = 0.0000065$  และ  $B = 0.0000095$  แล้ว  $A + B$  เท่ากับข้อใด (ปี 2550)
- ก.  $1.6 \times 10^{-12}$
  - ข.  $1.6 \times 10^{-7}$
  - ค.  $1.6 \times 10^{-6}$
  - ง.  $1.6 \times 10^{-5}$
11. ถ้าให้ A ตัวหารร่วมมากของ 36 และ 54 และ B เป็นตัวคูณร่วมน้อยของ 36 และ 54 แล้ว  $B \div A$  จะมีค่าเป็นเท่าไร (ปี 2554)
- ก. 2
  - ข. 3
  - ค. 4
  - ง. 6

12. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- 1) รากที่สองของ 169 มี 2 ค่าคือ 13 , -13
- 2) รากที่สามของ -64 มี 2 ค่าคือ 4 , -4
- 3) รากที่สองของ -16 มี 1 ค่าคือ -4
- 4) รากที่สามของ -27 มี 1 ค่าคือ -3

มีข้อความที่เป็นจริงกี่ข้อ

- |          |          |
|----------|----------|
| ก. 1 ข้อ | ค. 3 ข้อ |
| ข. 2 ข้อ | ง. 4 ข้อ |

13. อัตราส่วนค่าจ้างรายวันของ ฉลาม เฉลิม เฉลิว เป็น 2 : 1 : 3 ถ้า ฉลาดและฉลิม ได้รับค่าจ้างรายวันรวมกัน 900 บาท ต่อไปนี้ข้อใดผิด

- ก. ฉลิวได้ค่าจ้างวันละ 900 บาท
- ข. ฉลิมได้ค่าจ้างวันละ 300 บาท
- ค. ฉลามได้ค่าจ้างวันละ 600 บาท
- ง. ฉลามได้ค่าจ้างมากกว่าฉลิมวันละ 200 บาท

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจถึงผลที่เกิดขึ้นจากการดำเนินการของจำนวนและความสัมพันธ์ระหว่างการดำเนินการต่างๆ และใช้การดำเนินการในการแก้ปัญหา

1. ข้อใดต่อไปนี้ ไม่จริง (ปี 2550)

- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| ก. $\sqrt{81} = (\sqrt{(3)^2})^2$      | ค. $\sqrt{2^2} \times 3^2 = 6$      |
| ข. $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$ | ง. $3^3\sqrt{8} - 2^3\sqrt{27} = 0$ |

2.  $\sqrt{72} - 3\sqrt{8} - \sqrt[3]{(-27)}$  มีค่าเท่ากับข้อใด (ปี 2550)

- |       |       |
|-------|-------|
| ก. 27 | ค. 11 |
| ข. 21 | ง. 3  |

3. ถ้า  $n = \sqrt{12}$  แล้ว  $\frac{2}{n\sqrt{3}}$  มีค่าเท่าใด (ปี 2550)

- |                          |                          |
|--------------------------|--------------------------|
| ก. $\frac{1}{3\sqrt{3}}$ | ค. $\frac{1}{3\sqrt{6}}$ |
| ข. $\frac{1}{3}$         | ง. $\frac{1}{9}$         |



11. กำหนดให้  $a = -1.2$  และ  $b = -3.6$  ดังนั้น  $[a^2 \times (1 - 0.2 - 0.02)] \div b$  มีค่าเท่ากับข้อใด (ปี 2550)
- |           |          |
|-----------|----------|
| ก. -0.312 | ค. 3.120 |
| ข. -3.120 | ง. 0.312 |
12. แสงเดินทางด้วยอัตราเร็ว  $3 \times 10^8$  เมตรต่อวินาที จงหาว่าในเวลา  $\frac{1}{3}$  วัน แสงจะเดินทางได้ ระยะทางกี่เมตร (ปี 2552)
- |                           |                           |
|---------------------------|---------------------------|
| ก. $6.480 \times 10^{12}$ | ค. $1.296 \times 10^{13}$ |
| ข. $8.640 \times 10^{12}$ | ง. $2.592 \times 10^{13}$ |
13. กำหนด  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริง ถ้า  $x > y$  และ  $xy < 0$  แล้ว จำนวนในข้อใดเป็นจำนวนลบ (ปี 2555)
- |             |                  |
|-------------|------------------|
| ก. $3y - x$ | ค. $x - 4y$      |
| ข. $x - 2y$ | ง. $-x$ และ $-y$ |

**มาตรฐาน ค. 1.3 ใช้การประมาณค่าในการคำนวณและแก้ปัญหา**

1. ค่าประมาณของ  $\sqrt{12} + \sqrt[3]{64}$  มีค่าเท่ากับข้อใด (ปี 2550)
- |         |          |
|---------|----------|
| ก. 7.46 | ค. 11.46 |
| ข. 7.82 | ง. 11.82 |
2. ข้อใดใช้การประมาณ ไม่เหมาะสม (ปี 2550)
- ก. มีเงิน 3,000 บาท ซื้อเสื้อราคาตัวละ 220 บาท ได้ประมาณ 13 ตัว
  - ข. ซื้อผ้า 29.25 เมตร ราคาเมตรละ 54 บาท จะต้องเตรียมเงินประมาณ 1,650 บาท
  - ค. มีอิฐทั้งหมด 28,000 ก้อน รถบรรทุกได้เที่ยวละ 2,500 ก้อน จะต้องบรรทุกประมาณ 11 เที่ยว
  - ง. ในการนำเสนอผลงานใช้เวลาคนละ 12 นาที ถ้าผู้เสนอมีจำนวน 16 คน จะใช้เวลานำเสนอประมาณ 3 ชั่วโมง
3. ผลบวกของเศษส่วน 3 จำนวนต่อไปนี้  $\frac{2007}{2999} + \frac{8008}{5998} + \frac{2009}{3997}$  มีค่าใกล้เคียงจำนวนเต็มในข้อใดต่อไปนี้มากที่สุด (ปี 2553)
- |      |      |
|------|------|
| ก. 1 | ค. 3 |
| ข. 2 | ง. 4 |

**มาตรฐาน ค 1.4 เข้าใจระบบจำนวนและนำเสนอบัติเกี่ยวกับจำนวนไปใช้**

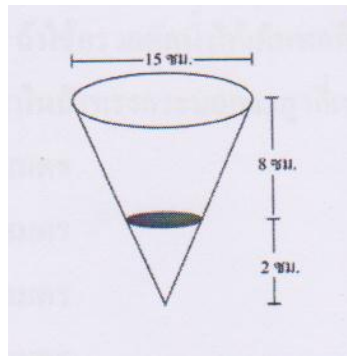
1. ข้อใดต่อไปนี้เป็นผลคูณ (ปี 2552)
  - ก. ห.ร.ม. ของ 8 และ 12 คือ 4
  - ข. ค.ร.น. ของ 8 และ 12 คือ 24
  - ค. ตัวประกอบบวกของ 8 และ 12 คือ 1 , 2 และ 4
  - ง. ตัวหารร่วมของ 8 และ 12 คือ 2 และ 4
2. จงหาจำนวนนับที่น้อยที่สุดที่หารด้วย 60 , 54 , 42 และ 30 แล้วเหลือเศษ 9 ทุกจำนวน (ปี 2552)
  - ก. 3771
  - ข. 3780
  - ค. 3789
  - ง. 3798
3. มีกระดาษหนึ่งแผ่น กว้าง 18 เซนติเมตร ยาว 63 เซนติเมตร ถ้าต้องการตัดกระดาษดังกล่าวเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านกว้างและด้านยาวเป็นจำนวนนับที่มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ โดยที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสนี้จะต้องมีขนาดเท่ากันทุกชิ้น และเมื่อตัดเสร็จแล้วจะต้องไม่มีเศษกระดาษเหลืออยู่เลย จงหาว่าจะตัดกระดาษได้ทั้งหมดกี่ชิ้น (ปี 2552)
  - ก. 126 ชิ้น
  - ข. 42 ชิ้น
  - ค. 14 ชิ้น
  - ง. 8 ชิ้น
4. ให้  $a$  เป็นจำนวนที่มากที่สุดที่หาร 170 และ 94 แล้วเหลือเศษ 5 และ 4 ตามลำดับ แล้ว  $a + 5$  ไม่เป็นพหุคูณของจำนวนใดต่อไปนี้ (ปี 2553)
  - ก. 2
  - ข. 3
  - ค. 4
  - ง. 5

**สาระที่ 2 การวัด**

**มาตรฐาน ค. 2.1 เข้าใจพื้นฐานเกี่ยวกับการวัด วัดและคาดคะเนขนาดของสิ่งของที่ต้องการวัด**

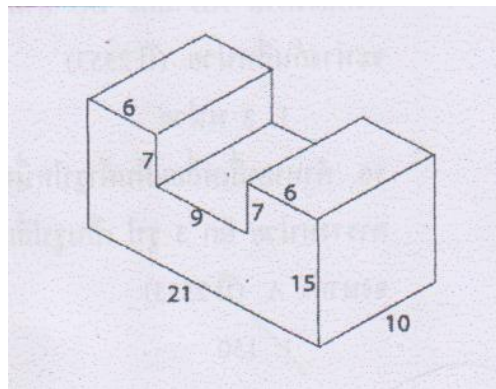
1. จะต้องใช้ขวดขนาด 750 มิลลิลิตร กี่ขวดเพื่อบรรจุน้ำ 600 ลิตร
  - ก. 400 ขวด
  - ข. 600 ขวด
  - ค. 800 ขวด
  - ง. 1,000 ขวด

2. ข้อใดใช้หน่วยการวัดได้เหมาะสมที่สุด (ปี 2550)
- เสาธงของโรงเรียนสูง 480 นิ้ว
  - สระว่ายน้ำจุน้ำได้ 800,000 ลิตร
  - จังหวัดสงขลาอยู่ห่างจากจังหวัดยะลา 140 กิโลเมตร
  - สนามฟุตบอลของโรงเรียนมีพื้นที่ 750 ตารางฟุต
3. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (ปี 2552)



- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| ก. $2.25\pi$ ตารางเซนติเมตร | ค. $6.25\pi$ ตารางเซนติเมตร |
| ข. $3\pi$ ตารางเซนติเมตร    | ง. $9\pi$ ตารางเซนติเมตร    |

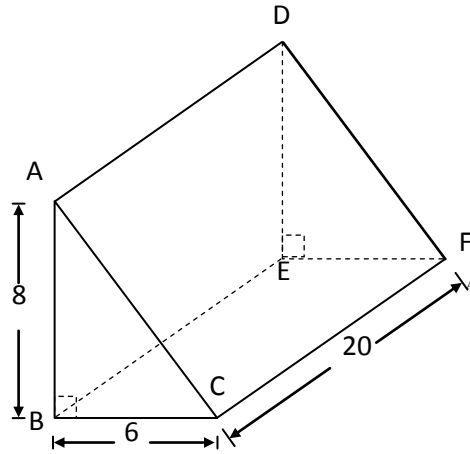
4. จงหาพื้นที่บนหน้าที่มองไม่เห็นของรูปทรงเรขาคณิตข้างล่างนี้ รวมกันได้กี่ตารางหน่วย (ปี 2552)



- |                   |                   |
|-------------------|-------------------|
| ก. 582 ตารางหน่วย | ค. 762 ตารางหน่วย |
| ข. 682 ตารางหน่วย | ง. 772 ตารางหน่วย |



5.



จากรูปถ้าต้องการนำกระดาษมาปิดรอบรูปทุกด้าน จะต้องใช้กระดาษอย่างน้อยที่สุดเท่าใด (ปี 2550)

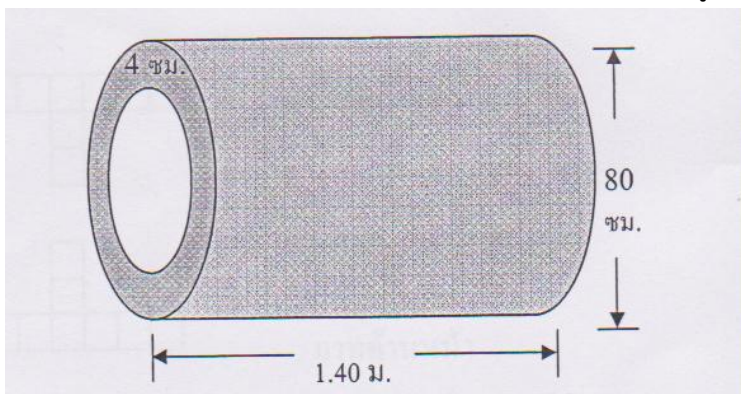
- ก. 480 ตารางหน่วย
- ข. 488 ตารางหน่วย
- ค. 504 ตารางหน่วย
- ง. 528 ตารางหน่วย

6. วงกลมรัศมียาว 7 หน่วย แนบในรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านยาว 14 หน่วย จงหาพื้นที่บริเวณที่แรเงา (ปี 2553)



- ก. 35 ตารางหน่วย
- ข. 40 ตารางหน่วย
- ค. 42 ตารางหน่วย
- ง. 49 ตารางหน่วย

7. ท่อซีเมนต์รูปทรงกระบอกยาว 1.40 เมตร วัดเส้นผ่านศูนย์กลางภายนอกได้ 80 เซนติเมตร ท่อมีความหนา 4 เซนติเมตร ปริมาตรของเนื้อซีเมนต์เป็นกี่ลูกบาศก์เมตร



ก. 0.13376

ค. 0.12560

ข. 1.33760

ง. 1.25600

**มาตรฐาน ค. 2.2** แก้ปัญหาเกี่ยวกับการวัด

1. นายอ๋มมีนากว้าง 102 วา และยาว 195 วา ถ้าปุ๋ย 1 กระสอบหว่านได้เนื้อที่ 98 ตารางวา เขาจะต้องใช้ปุ๋ยประมาณเท่าไร (ปี 2550)

ก. 190 กระสอบ

ค. 210 กระสอบ

ข. 200 กระสอบ

ง. 220 กระสอบ

2. นำกระป๋องทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากขนาดกว้าง 2 นิ้ว ยาว 3 นิ้ว และสูง 2 นิ้ว มาตวงน้ำใส่ถังรูปทรงเดียวกันกว้าง 4 นิ้ว ยาว 6 นิ้ว สูง 12.6 นิ้ว จะตวงน้ำประมาณกี่ครั้งจึงจะเต็มถัง (ปี 2550)

ก. 20 ครั้ง

ค. 30 ครั้ง

ข. 25 ครั้ง

ง. 35 ครั้ง

3. ถ้าต้องการทาสีพื้นที่ผิวภายนอกด้านข้างทั้ง 4 ด้านของถังเก็บน้ำฝนทรงสี่เหลี่ยมกว้าง 4 เมตร ยาว 8 เมตร และสูง 2 เมตร โดยสี 1 กระป๋องทาได้พื้นที่ 8 ตารางเมตร จะต้องใช้สีเท่าไร (ปี 2550)

ก. 3 กระป๋อง

ค. 8 กระป๋อง

ข. 6 กระป๋อง

ง. 9 กระป๋อง

4. ชายคนหนึ่งมีที่ดิน 2 ไร่ 3 งาน 150 ตารางวา ต้องการขายที่ดินดังกล่าวทั้งหมด ในราคาตารางวาละ 12,000 บาท เพื่อซื้อที่ดินอีกแปลงหนึ่งตารางวาละ 15,000 บาท จงหาว่าจะซื้อที่ดินดังกล่าวได้กี่งาน (ปี 2552)

ก. 10 งาน

ค. 15 งาน

ข. 12 งาน

ง. 20 งาน

5. ใส่ น้ำลงในอ่างน้ำทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 25 เซนติเมตร ยาว 50 เซนติเมตร และสูง 38 เซนติเมตร ถ้าระดับน้ำต่ำกว่าขอบบนของอ่างอยู่ 8 เซนติเมตร จงหาว่ามีน้ำอยู่ในอ่างดังกล่าวกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร (ปี 2552)

ก. 19,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ข. 24,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ค. 37,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ง. 47,500 ลูกบาศก์เซนติเมตร

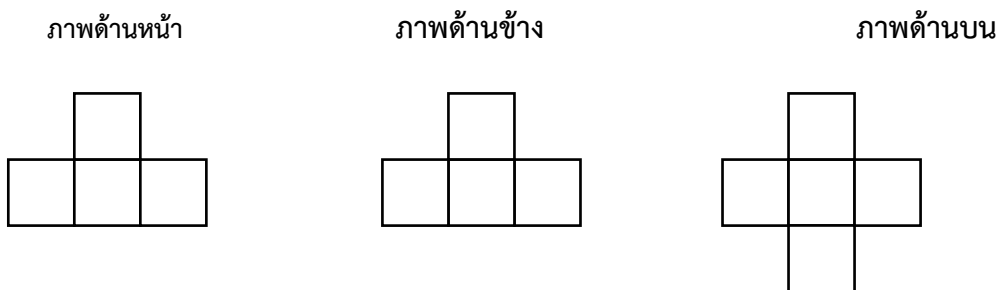
6. ต้องการทำเค้กรูปทรงกระบอกชิ้นหนึ่งที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตร เป็นชั้น ๆ ดังนี้
- ชั้นที่ 1 เป็นเนื้อเค้กหนา 3 เซนติเมตร
  - ชั้นที่ 2 เป็นแยมหนา 1 เซนติเมตร
  - ชั้นที่ 3 เป็นเนื้อเค้กหนา 2 เซนติเมตร
  - ชั้นที่ 4 เป็นครีมหนา 1.5 เซนติเมตร
- ถ้าเนื้อเค้ก 100 ลูกบาศก์เซนติเมตร ราคา 10 บาท แยม 100 ลูกบาศก์เซนติเมตร ราคา 25 บาท และครีม 100 ลูกบาศก์เซนติเมตรราคา 25 บาท ถ้าต้องการกำไรจากการขายเค้กก้อนนี้ 20% จะต้องราคาขายเค้กก้อนนี้ไว้ที่กี่บาท (ปี 2552)
- ก. 138.60 บาท
  - ข. 693.00 บาท
  - ค. 831.60 บาท
  - ง. 925.40 บาท
7. ถังน้ำทรงกระบอกและกรวยมีความสูงและมีเส้นผ่านศูนย์กลางเท่ากัน โดยมีความสูง 15 เซนติเมตร ถ้าใช้กรวยตักน้ำให้เต็มพอดีแล้วเทใส่ถังกระบอก จงหาว่าระดับน้ำในถังทรงกระบอกจะสูงกี่เซนติเมตร (ปี 2552)
- ก. 3 เซนติเมตร
  - ข. 5 เซนติเมตร
  - ค. 10 เซนติเมตร
  - ง. 15 เซนติเมตร
8. กล่องกระดาษรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์ที่มีขนาดภายในกว้าง 21 เซนติเมตร บรรจุลูกบอลลูกหนึ่งได้พอดี อยากรหาว่าปริมาตรของอากาศภายในกล่องที่อยู่ล้อมรอบบอลลูกนั้นก็ลูกบาศก์เซนติเมตร (ปี 2552)
- ก. 4,400 ลูกบาศก์เซนติเมตร
  - ข. 4,410 ลูกบาศก์เซนติเมตร
  - ค. 4,420 ลูกบาศก์เซนติเมตร
  - ง. 4,430 ลูกบาศก์เซนติเมตร
9. สนามหญ้าหน้าบ้านของจรีและจู่เป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีเส้นรอบรูปยาวเท่ากันคือ 20 เมตร และมีพื้นที่ต่างกัน 12 ตารางเมตรโดยความยาวของสนามเป็นจำนวนเต็มเมตรถามว่าพื้นที่สนามหญ้าหน้าบ้านของจรีและจู่รวมกันเป็นกี่ตารางเมตร(ปี 2554)
- ก. 25 ตารางเมตร
  - ข. 30 ตารางเมตร
  - ค. 35 ตารางเมตร
  - ง. 40 ตารางเมตร
10. สระว่ายน้ำรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากยาว 12 เมตร กว้าง 8 เมตร ทางเดินรอบสระมีความกว้างเท่ากันตลอด ถ้าพื้นที่รวมของสระและทางเดินเท่ากับ 320 ตารางเมตร แล้วทางเดินกว้างกี่เมตร (ปี 2554)
- ก. 1 เมตร
  - ข. 2 เมตร
  - ค. 3 เมตร
  - ง. 4 เมตร

11. กรวยกลมและทรงกระบอกมีฐานเท่ากันและมีส่วนสูงเท่ากัน ถ้ากรวยกลมมีปริมาตร 9 ลูกบาศก์เซนติเมตร แล้วทรงกระบอกมีปริมาตรเท่าไร (ปี 2553)
- ก. 30 ลูกบาศก์เซนติเมตร                      ค. 21 ลูกบาศก์เซนติเมตร  
 ข. 27 ลูกบาศก์เซนติเมตร                      ง. 18 ลูกบาศก์เซนติเมตร
12. กล่องทรงกระบอก 2 ใบ มีความสูงเท่ากัน ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางของใบแรกยาวเป็นครึ่งหนึ่งของใบที่สอง ปริมาตรทรงกระบอกใบที่สองเป็นกี่เท่าของใบแรก
- ก.  $\frac{1}{2}$     ค. 2  
 ข.  $\frac{1}{4}$     ง. 4
13. แท็งก์น้ำรูปสี่เหลี่ยมลูกบาศก์มีความยาวด้านละ 1.10 เมตร มีน้ำอยู่  $\frac{3}{4}$  ของแท็งก์ถ้าจะนำน้ำดังกล่าวทั้งหมดไปกรอกใส่ขวดที่มีความจุ 1.5 ลิตร จะต้องใช้ขวดกี่ใบ ( 1 ลูกบาศก์เมตร เท่ากับ 1,000 ลิตร)
- ก. 56    ค. 665  
 ข. 66    ง. 666

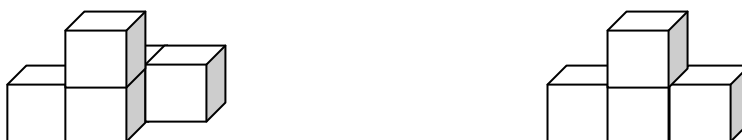
**สาระที่ 3 เรขาคณิต**

**มาตรฐาน ค 3.1** อธิบายและวิเคราะห์รูปเรขาคณิตสองมิติและสามมิติ

1. พิจารณาภาพต่อไปนี้



เกิดจากการนำลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วย มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิต 3 มิติ ตามข้อใด



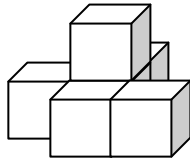
ก.



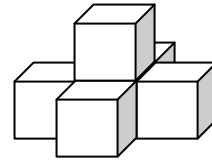
ค.



ข.

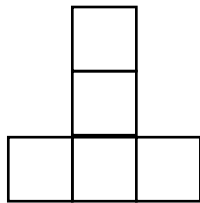


ง.

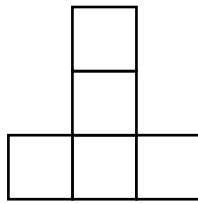


2. พิจารณาภาพต่อไปนี้

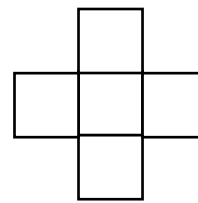
ภาพด้านหน้า



ภาพด้านข้าง

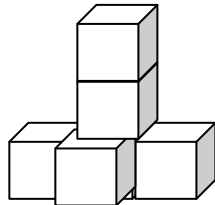


ภาพด้านบน

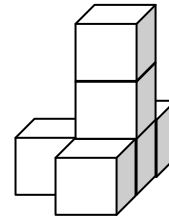


เกิดจากการนำลูกบาศก์ขนาด 1 หน่วย มาประกอบกันเป็นรูปเรขาคณิต 3 มิติ ตามข้อใด

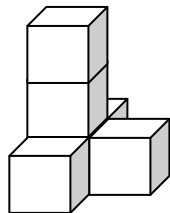
ก.



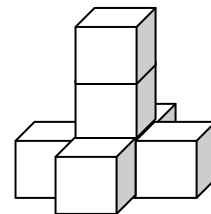
ค.



ข.



ง.

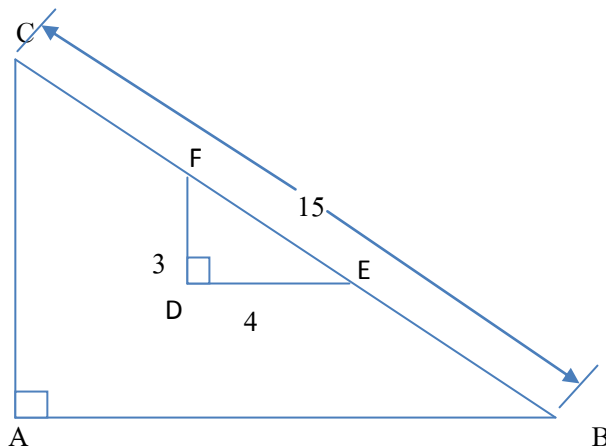






10. สามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีด้านประกอบมุมฉากยาว 3 หน่วย และ 6 หน่วย ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉากมีค่าตรงกับข้อใด (ปี 2553 ชุด D )
- ระหว่าง  $\sqrt{46}$  และ 7
  - ระหว่าง  $\sqrt{43}$  และ  $\sqrt{46}$
  - ระหว่าง  $\sqrt{39}$  และ  $\sqrt{43}$
  - ระหว่าง 6 และ  $\sqrt{39}$
11. เด็กคนหนึ่งเดินออกจากโรงเรียนไปทางทิศตะวันตก 7 เมตร เลี้ยวไปทางทิศเหนือ 20 เมตรแล้ว เลี้ยวไปทางทิศตะวันออกอีกกี่เมตร จึงจะถึงบ้านพอดี ถ้าบ้านและโรงเรียนอยู่ห่างกัน 25 เมตร (ปี 2551)
- 15 เมตร
  - 22 เมตร
  - 27 เมตร
  - 29 เมตร
12. ข้อใดสรุปได้ถูกต้อง (ปี 2550)
- รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก 2 รูปใด ๆ ต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
  - รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว 2 รูปใด ๆ ต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
  - รูปสามเหลี่ยมมุมแหลม 2 รูปใด ๆ ต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
  - รูปสามเหลี่ยมด้านเท่า 2 รูปใด ๆ ต้องเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
13. การเคลื่อนของเด็กเล่นกระดานลื่น เกิดจากการแปลงทางเรขาคณิตแบบใด (ปี 2550)
- การหมุน
  - การสะท้อน
  - การย่อ - ขยาย
  - การเลื่อนขนาน
14. ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน AB ขนานกับด้าน CD และห่างกัน 8 หน่วย จุด P และ จุด Q เป็นจุดกึ่งกลางด้าน AD และ BC ตามลำดับ ถ้ารูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่ 40 ตารางหน่วย แล้วจุด P และจุด Q จะห่างกันกี่หน่วย (ปี 2552)
- 3 หน่วย
  - 4 หน่วย
  - 5 หน่วย
  - 6 หน่วย

15.





จากรูป ถ้า  $\overline{AC} \parallel \overline{DF}$  และ  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ ,  $\overline{BC}$  ยาว 15 หน่วย แล้ว  $\overline{AC}$  ยาวกี่หน่วย (ปี 2550)

ก. 6

ค. 12

ข. 9

ง. 14

16. นิคมซี่จักรยานโดยเริ่มต้นทางจากโรงเรียนไปทางทิศตะวันตก 8 กิโลเมตร ถึงป้อมตำรวจแล้วไปทางทิศเหนือ 14 กิโลเมตร ถึงสถานีอนามัย แล้วเลี้ยวไปทางทิศตะวันออก 13 กิโลเมตร ถึงศาลาพักผ่อนไปทางทิศใต้ 2 กิโลเมตร ถึงที่หมาย ดังนั้นที่หมายอยู่ห่างจากโรงเรียนเท่าไร (ปี 2550)

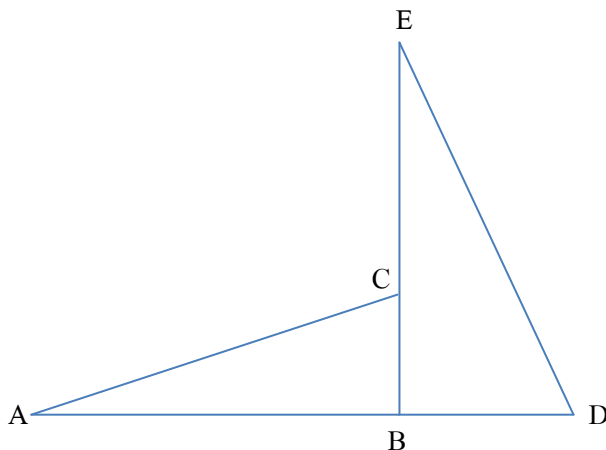
ก. 37 กิโลเมตร

ค. 17 กิโลเมตร

ข. 21 กิโลเมตร

ง. 13 กิโลเมตร

17.



จากรูป รูปสามเหลี่ยม ABC และ BDE เท่ากันทุกประการมี BE ตั้งฉากกับ AD ที่ B ด้าน AB และ BD ยาว 12 และ 5 หน่วย ตามลำดับ ถ้าวถามว่า CE ยาวเท่าไร (ปี 2554)

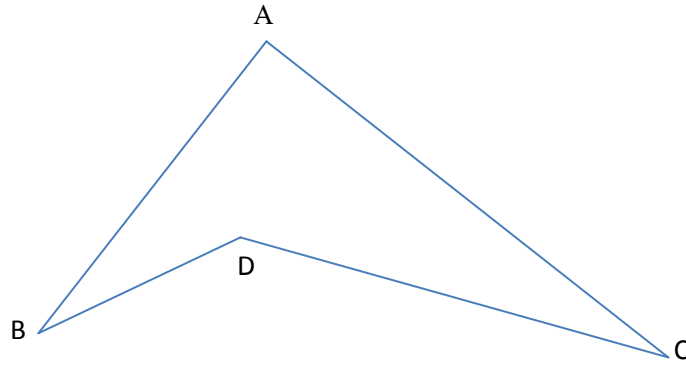
ก. 5 หน่วย

ค. 7 หน่วย

ข. 6 หน่วย

ง. 8 หน่วย

18.



จากรูป ถ้า มุม  $BAC = 85$  องศา มุม  $ABD = 20$  องศา มุม  $BDC$  โตเป็น 4 เท่าของมุม  $ACD$  แล้ว ถ้ามุม  $ACD$  จะมีขนาดกี่องศา (ปี 2554)

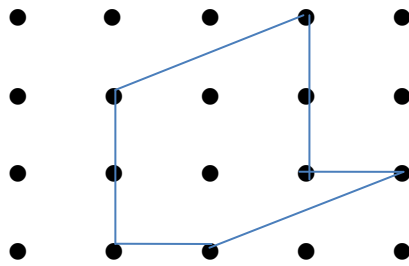
ก. 20 องศา

ค. 30 องศา

ข. 25 องศา

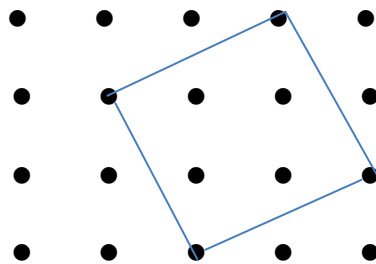
ง. 35 องศา

19.

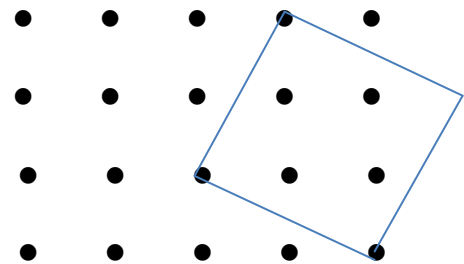


ลากเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดรูปต้นแบบ ข้างบนออกเป็น 2 ส่วน แล้วเลื่อนขนานส่วนหนึ่งไปประกบกับอีกส่วนหนึ่งเป็นรูปในข้อใดต่อไปนี้ได้ (ปี 2554)

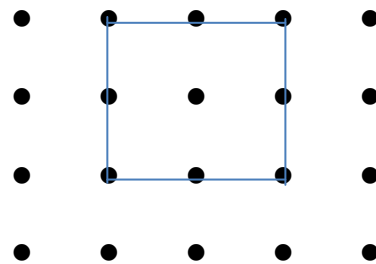
ก.



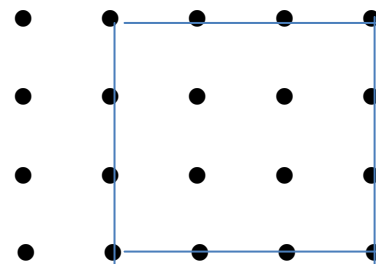
ค.



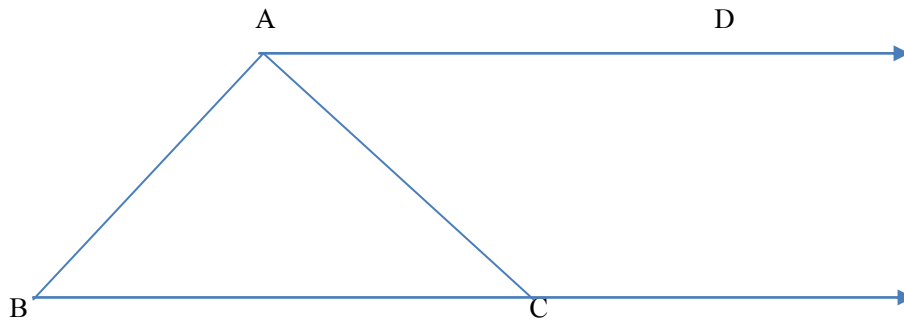
ข.



ง.



20.



จากรูป AD ขนานกับ BC ส่วนของเส้นตรง AB และ AC ยาวเท่ากับ 5 นิ้ว มุม BAC มีขนาดเท่ากับ 2 เท่าของมุม CAD ถามว่า BC ยาวกี่นิ้ว (ปี 2554)

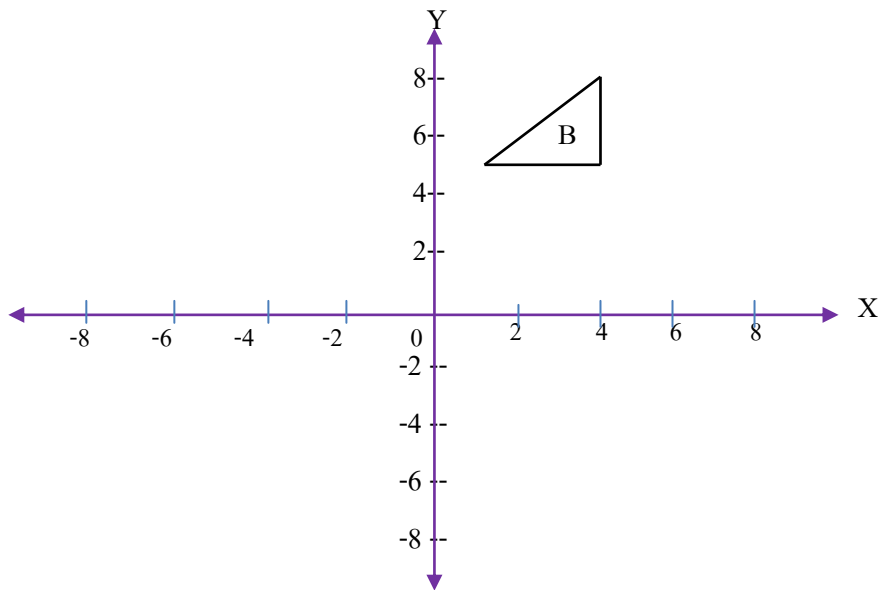
ก.  $2\sqrt{5}$  นิ้ว

ค. 5 นิ้ว

ข.  $5\sqrt{2}$  นิ้ว

ง.  $5\sqrt{3}$  นิ้ว

21. ข้อใดเป็นพิกัดที่เกิดจากการสะท้อนภาพ B บนแกน X (ปี 2550)



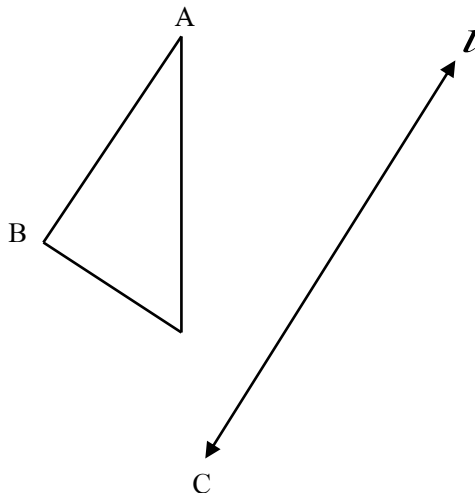
ก.  $(1,-5), (4,-5), (4,8)$

ค.  $(-1,5), (-4,5), (-4,8)$

ข.  $(1,-5), (4,-5), (4,-8)$

ง.  $(-1,-5), (-4,-5), (-4,-8)$

22. ถ้ารูปสามเหลี่ยม  $A'B'C'$  เกิดจากการสะท้อนรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  โดยใช้  $l$  เป็นเส้นสะท้อนแล้วข้อใด ถูกต้อง (ปี 2550)



- ส่วนของเส้นตรง  $AC$  และ  $A'C'$  ขนานกัน
- สามเหลี่ยม  $ABC$  เลื่อนทับ สามเหลี่ยม  $A'B'C'$  ได้สนิท
- จุด  $B$  และจุด  $B'$  อยู่คนละข้างของเส้นตรง  $l$  และมีระยะห่างจากเส้นตรง  $l$  เท่ากัน
- ระยะห่างระหว่างจุด  $B$  และจุด  $B'$  เท่ากับระยะห่างระหว่างจุด  $C$  และจุด  $C'$

#### สาระที่ 4 พีชคณิต

มาตรฐาน ค 4.1 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป (pattern) ความสัมพันธ์ และฟังก์ชัน

- กำหนดแบบรูปของจำนวนดังนี้ 1, 1, 2, 1, 2, 3, 4, ... จากรูปแบบข้างต้น ถ้าเขียนต่อไปเรื่อย ๆ ถึงพจน์ที่ 19 จะตรงกับจำนวนในข้อใด (ปี 2553)
 

ก. 1	ค. 3
ข. 2	ง. 4
- พิจารณาความสัมพันธ์ของคู่อันดับต่อไปนี้ (1,4), (2,9), (3,14), (4,19), ..., (11,y) จากคู่อันดับ (11,y) จงหาค่า  $y$  เป็นเท่าไร (ปี 2554)
 

ก. 54	ค. 48
ข. 49	ง. 44

3. พิจารณาแบบรูปจำนวนต่อไปนี้

2, 5, 14, 41, , 365, 1094 จงหาจำนวนที่ขาดหายไปเป็นจำนวนใด (ปี 2555)

ก. 122

ค. 145

ข. 123

ง. 146

4. หมู่บ้านประชาชื่นมีบ้านอยู่ 150 หลัง บ้านเลขที่เรียงลำดับดังนี้

1, 2, 3, 4, 5, 6, ... , 148, 149, 150

ถามว่ามีบ้านทั้งหมดกี่หลังที่เลขที่บ้าน มีเลข 4 อย่างน้อย 1 ตัว (ปี 2555)

ก. 15 หลัง

ค. 33 หลัง

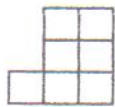
ข. 24 หลัง

ง. 34 หลัง

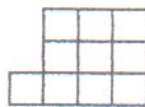
5. จากรูปที่กำหนด รูปที่ 42 มีพื้นที่ เท่าไร (ปี 2550)



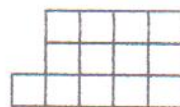
รูปที่ 1



รูปที่ 2



รูปที่ 3



รูปที่ 4

รูปที่	1	2	3	4	...
พื้นที่(ตารางหน่วย)	4	7	10	13	...

ก. 127 ตารางหน่วย

ค. 130 ตารางหน่วย

ข. 133 ตารางหน่วย

ง. 136 ตารางหน่วย

6. กำหนดจุด 6 จุด มี 5 จุดที่อยู่ในแนวเส้นตรงเดียวกัน ดังรูป



จะสร้างสามเหลี่ยม ที่มีจุดยอดมุมเป็นจุดเหล่านี้ได้กี่รูป (ปี 2553)

ก. 13 รูป

ค. 11 รูป

ข. 12 รูป

ง. 10 รูป

7.

A		
	6	B
5		3

รูปข้างบนเป็นจัตุรัสกร จำนวนในบางช่องหายไป เมื่อเติมจำนวนจนครบถ้วน แล้วผลบวกของจำนวนตามแนวนอน หรือแนวตั้ง หรือแนวทแยงมุม จะเท่ากัน จงหาค่าของ  $A + B$  (ปี 2555)

ก. 17

ค. 15

ข. 16

ง. 14

8. ถ้านำจำนวนไปแทนค่า A, B, C ในตารางข้างล่างนี้

2	A	B
C	3	4

แล้วทำให้ผลบวกของจำนวนในแต่ละแถว (แนวนอน) เท่ากันและผลคูณของจำนวนในแต่ละหลัก (แนวตั้ง) เท่ากันแล้ว จงหาค่าของ  $A + B + C$  (ปี 2555)

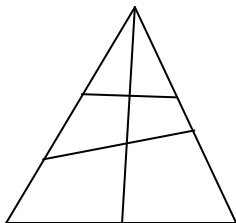
ก. 55

ค. 75

ข. 65

ง. 85

9. รูปข้างล่างนี้มีรูปสามเหลี่ยมหลายรูปวางทับซ้อนกันอยู่ ถ้ามว่ามีรูปสามเหลี่ยมกี่รูป (ปี 2555)



ก. 6 รูป

ค. 8 รูป

ข. 7 รูป

ง. 9 รูป

**มาตรฐาน ค 4.2** ใช้นิพจน์ สมการ อสมการ กราฟ และตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (mathematical model) อื่น ๆ แทนสถานการณ์ต่าง ๆ ตลอดจนแปลความหมายและนำไปใช้แก้ปัญหา

10. จงพิจารณาขั้นตอนต่อไปนี้

$$\begin{aligned}
 6(2x+3) + 5x &= (12x + 18) + 5x && \text{ขั้นที่ 1} \\
 &= 12x + (18 + 5x) && \text{ขั้นที่ 2} \\
 &= 12x + (5x + 18) && \text{ขั้นที่ 3} \\
 &= (12x + 5x) + 18 && \text{ขั้นที่ 4} \\
 &= (12+5)x + 18 && \text{ขั้นที่ 5} \\
 &= 17x + 18
 \end{aligned}$$

ข้อใดต่อไปนี้กล่าวถึงการใช้สมบัติการบวกและการคูณจำนวนเต็มได้ถูกต้อง (ปี 2550)

- ก. ขั้นที่ 1 ไปขั้นที่ 2 ใช้สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก
- ข. ขั้นที่ 2 ไปขั้นที่ 3 ใช้สมบัติการเปลี่ยนหมู่สำหรับการบวก
- ค. ขั้นที่ 3 ไปขั้นที่ 4 ใช้สมบัติการเท่ากันสำหรับการบวก
- ง. ขั้นที่ 4 ไปขั้นที่ 5 ใช้สมบัติการแจกแจง

11. ถ้า  $(2 \times 8^{\frac{1}{2}} + 3 \times 18^{\frac{1}{2}}) - (4 \times 32^{\frac{1}{2}} - 5 \times 50^{\frac{1}{2}}) = \sqrt{2(a+1)}$  แล้ว a มีค่าเท่าใด (ปี 2551)

- ก. 22
- ข. 21
- ค. 33
- ง. 32

12. ถ้า  $3 - 2x = 11$  แล้ว  $2(x + 1)$  มีค่าเท่าไร (ปี 2550)

- ก. - 4
- ข. - 6
- ค. 10
- ง. 22

13. เมื่ออารียา อายุ 6 ปี คุณแม่เธอ อายุ 36 ปี แต่ปัจจุบันนี้คุณแม่มีอายุเป็น 3 เท่าของอารียาแล้ว ถามว่าปัจจุบันอารียา และคุณแม่เธออายุรวมกันได้เท่าไร (ปี 2555)

- ก. 55 ปี
- ข. 60 ปี
- ค. 65 ปี
- ง. 70 ปี









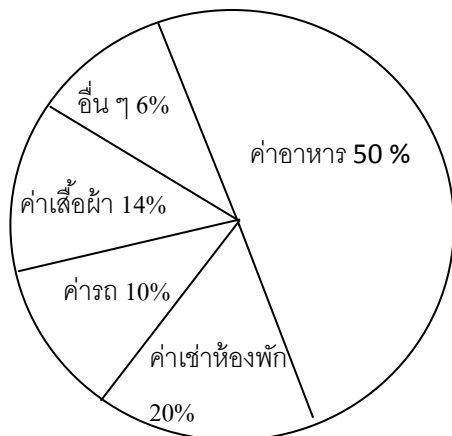
ก. 45 คน

ค. 65 คน

ข. 55 คน

ง. 75 คน

## 2. แผนภูมิรูปวงกลมแสดงค่าใช้จ่ายรายเดือนของกนกพร



ถ้ากนกพรมีเงินเดือน ๆ ละ 15,000 บาท ในแต่ละเดือนต้องเสียค่ารถเท่าไร

ก. น้อยกว่าค่าเสื้อผ้า 600 บาท

ข. น้อยกว่าค่าเช่าห้อง 2,000 บาท

ค. มากกว่าค่าใช้จ่ายอื่น ๆ 500 บาท

ง. คิดเป็น  $\frac{1}{2}$  เท่าของค่าอาหาร

## 3. ข้อมูลชุดหนึ่งเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ดังนี้ ( a, b เป็นจำนวนเต็ม) 2, a, 4, 6, b, 8, 10, 13

ถ้าข้อมูลชุดนี้มีฐานนิยมคือ 6 ดังนั้น ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเป็นเท่าใด (ปี 2550)

ก. 6.0

ค. 7.0

ข. 6.5

ง. 7.5

## 4. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบไปด้วยจำนวน 6 จำนวน ดังนี้ 11, 3, x, x+2, 5, 10 ถ้ามัธยฐานของข้อมูลนี้มีค่าเท่ากับ 7 จงหาว่า x มีค่าเท่าใด (ปี 2552)

ก. 6

ค. 9

ข. 7

ง. 13

5. บรรณารักษ์ห้องสมุดโรงเรียนต้องการทราบจำนวนนักเรียนที่ใช้บริการห้องสมุดในแต่ละวัน ควรเก็บรวบรวมข้อมูลโดยวิธีใดจึงจะเหมาะสมที่สุด (ปี 2550)

ก. การสอบถาม

ค. การสังเกต

ข. การสำรวจ

ง. การนับ

6. ผลการเรียนรู้วิชาภาษาไทยของนักเรียนกลุ่มหนึ่งมีระดับคะแนนดังนี้

2      2      3      1      3

3      1      4      3      2

4      3      3      2      2

4      3      1      2      1

จงหาฐานนิยมระดับคะแนนของผลการเรียนของนักเรียนกลุ่มนี้ (ปี 2553)

ก. 4

ค. 2

ข. 3

ง. 1

**มาตรฐาน ค 5.2** ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างเหมาะสม

1. ในการสอบถามนักเรียน 3 คนว่า “ไป” หรือ “ไม่ไป” เกี่ยวกับน้ำตก ความน่าจะเป็นที่นักเรียนตอบว่า “ไป” ทั้ง 3 คน เป็นเท่าไร (ปี 2550)

ก.  $\frac{1}{2}$

ค.  $\frac{2}{3}$

ข.  $\frac{1}{3}$

ง.  $\frac{1}{8}$

2. ก้อยสุ่มหยิบบัตร 2 ใบ จากบัตร 5 ใบ ที่มีหมายเลข 1 ถึง 5 กำกับไว้โดยหยิบทีละใบแล้วใส่คืน ความน่าจะเป็นที่ก้อยหยิบบัตรแล้วได้ผลรวมของหมายเลขทั้งสองครั้งเป็น 6 มีค่าเท่ากับข้อใด (ปี 2550)

ก.  $\frac{2}{5}$

ค.  $\frac{6}{25}$

ข.  $\frac{1}{5}$

ง.  $\frac{4}{25}$

3. บัตร 9 ใบ มีหมายเลขกำกับเป็น 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, และ 9 ถ้าสุ่มหยิบบัตรขึ้นมา 1 ใบ ความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวเลขที่มากกว่าหรือเท่ากับ 6 เป็นเท่าใด (ปี 2552)

ก.  $\frac{1}{9}$

ค.  $\frac{4}{9}$

ข.  $\frac{3}{9}$

ง.  $\frac{6}{9}$

4. มีบัตร 5 ใบกำกับด้วยตัวเลข 1, 2, 3, 4, 5 สุ่มหยิบมา 2 ใบ ความน่าจะเป็นที่ผลคูณของจำนวนในบัตรทั้ง 2 ใบ ถอดรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม เป็นเท่าไร (ปี 2553)

ก. 0.1

ค. 0.3

ข. 0.2

ง. 0.4

5. บัตรแต่ละใบเขียนจำนวน 400, 401, 402, 403, ..., 498, 499, 500 ตามลำดับ ถ้าสุ่มหยิบบัตรที่เขียนไว้ขึ้นมา 1 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่จำนวนในบัตรนั้นมีเลขโดดในหลักร้อยน้อยกว่าเลขโดดในหลักสิบและเลขโดดในหลักสิบน้อยกว่าเลขโดดในหลักหน่วย (ปี 2554)

ก.  $\frac{7}{101}$

ค.  $\frac{9}{101}$

ข.  $\frac{8}{101}$

ง.  $\frac{10}{101}$

มาตรฐาน ค 5.3 ใช้ความรู้เกี่ยวกับสถิติและความน่าจะเป็นช่วยในการตัดสินใจและแก้ปัญหา

1. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 4 ห้อง (คะแนนเต็ม 20 คะแนน) เป็นดังนี้

ห้องที่	คะแนนต่ำสุด	คะแนนสูงสุด	คะแนนเฉลี่ย	จำนวนนักเรียน (คน)
1	0	20	19.0	20
2	5	20	9.5	20
3	10	20	12.5	20
4	15	20	16.0	20

จากตารางข้างต้น จงหาจำนวนนักเรียนห้องที่ 1 ที่สอบไม่ผ่านว่ามีทั้งหมดกี่คน (ผู้ที่สอบผ่านจะต้องได้คะแนนมากกว่า 10 คะแนน) (ปี 2552)

ก. 1 คน

ค. 3 คน

ข. 2 คน

ง. ข้อมูลไม่เพียงพอที่จะหาคำตอบได้

2. พนักงานบริษัทกลุ่มหนึ่งมีอายุเท่ากับ 25, 27, 30, 26, 27, 29, และ 18 ปี พนักงานกลุ่มนี้จะมีอายุเฉลี่ยเท่าใด เมื่อ 3 ปีที่แล้ว (ปี 2552)

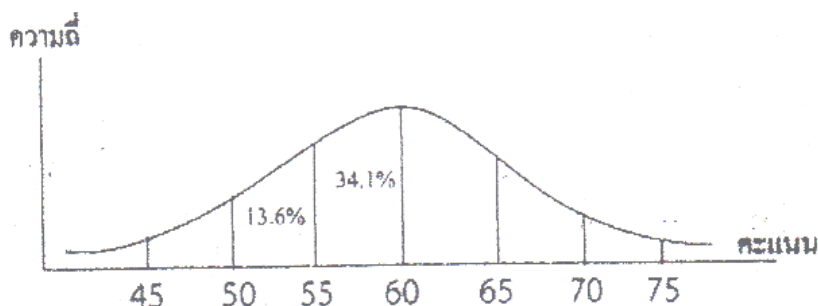
ก. 23 ปี

ค. 26 ปี

ข. 26 ปี

ง. 32 ปี

3. คะแนนสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนห้องหนึ่ง มีการแจกแจงปกติค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 60 คะแนน และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5 คะแนน แสดงพื้นที่ใต้โค้งปกติดังนี้ (ปี 2553)



ถ้ามีนักเรียนเข้าสอบ 44 คน ผู้ที่ได้คะแนนน้อยกว่า 65 คะแนน มีกี่คน

ก. 35 คน

ค. 38 คน

ข. 37 คน

ง. 39 คน

4. นักเรียน 9 คน มีความสูงเฉลี่ยเป็น 161 เซนติเมตร แต่ถ้าเด็กชายสมศักดิ์เข้ามารวมอีก 1 คน ทำให้ความสูงเฉลี่ยเป็นเซนติเมตร (ปี 2554)

ก. 151 เซนติเมตร

ค. 153 เซนติเมตร

ข. 152 เซนติเมตร

ง. 154 เซนติเมตร

5. นักเรียนจำนวน 10 คน มีน้ำหนักเป็นกิโลกรัมดังนี้ (ปี 2554)

47, 48, 45, 48, 46, 44, 47, 45, 48 และ 52

ปรากฏว่า มีนักเรียน 2 คน เดินออกไปจากกลุ่ม แต่นักเรียนที่เหลืออยู่ยังคงมีน้ำหนักเฉลี่ยเท่ากับน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนจำนวน 10 คนเดิม ถ้ามานักเรียนคนที่มีน้ำหนักเท่าไร ในข้อต่อไปนี้จะไม่ใช่คนเรียน 2 คนที่เดินออกไปจากกลุ่มอย่างแน่นอน

ก. 44 กิโลกรัม

ค. 47 กิโลกรัม

ข. 46 กิโลกรัม

ง. 48 กิโลกรัม

6. หมู่บ้านประชาชนมีบ้านอยู่ 150 หลัง บ้านเลขที่เรียงลำดับดังนี้  
 1, 2, 3, 4, 5,....., 148, 149, 150 ถามว่ามีบ้านทั้งหมดกี่หลังที่ เลขที่บ้าน มีเลข 4  
 อย่างน้อย 1 ตัว (ปี 2554)
- |            |            |
|------------|------------|
| ก. 15 หลัง | ค. 33 หลัง |
| ข. 24 หลัง | ง. 34 หลัง |

**สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์**

มาตรฐาน ค. 6.1 มีความสามารถในการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสาร การสื่อความหมาย  
 ทางคณิตศาสตร์และการนำเสนอ การเชื่อมโยงความรู้ต่างๆ ทางคณิตศาสตร์  
 และเชื่อมโยงคณิตศาสตร์กับศาสตร์อื่นๆ และมีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์

ตอนที่ 1 จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. มีกระดาษหนึ่งแผ่น กว้าง 18 เซนติเมตร ยาว 63 เซนติเมตร ถ้าต้องการตัดกระดาษดังกล่าวเป็น  
 รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีด้านกว้างและด้านยาวเป็นจำนวนนับที่มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ โดยที่สี่เหลี่ยม  
 จัตุรัสนี้จะต้องมีขนาดเท่ากันทุกชิ้น และเมื่อตัดเสร็จแล้วจะต้องไม่มีเศษกระดาษเหลืออยู่เลย  
 จงหาว่าจะตัดกระดาษได้ทั้งหมดกี่ชิ้น(ปี 2551)

- |             |            |
|-------------|------------|
| ก. 126 ชิ้น | ค. 14 ชิ้น |
| ข. 42 ชิ้น  | ง. 8 ชิ้น  |

2. ต้องการทำเค้กรูปทรงกระบอกชิ้นหนึ่งที่มีเส้นผ่านศูนย์กลาง 28 เซนติเมตรเป็นชั้น ๆ ดังนี้

ชั้นที่ 1 เป็นเนื้อเค้กหนา 3 เซนติเมตร

ชั้นที่ 2 เป็นแยมหนา 1 เซนติเมตร

ชั้นที่ 3 เป็นเนื้อเค้กหนา 2 เซนติเมตร

ชั้นที่ 4 เป็นครีมหนา 1.5 เซนติเมตร

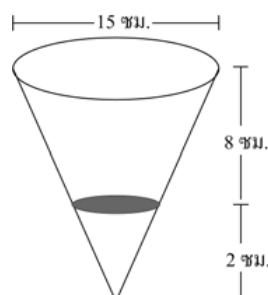
ถ้าเนื้อเค้ก 100 ลูกบาศก์เซนติเมตรราคา 10 บาท แยม 100 ลูกบาศก์เซนติเมตร

ราคา 25 บาท และครีม 100 ลูกบาศก์เซนติเมตรราคา 25 บาท ถ้าต้องการกำไรจากการขาย  
 เค้ก ก้อนนี้ 20% จะต้องตั้งราคาขายเค้กก้อนนี้ไว้ที่กี่บาท (ปี 2551)

- |               |               |
|---------------|---------------|
| ก. 138.60 บาท | ค. 831.60 บาท |
| ข. 693.00 บาท | ง. 925.40 บาท |

3. จงหาพื้นที่ส่วนที่แรเงา (ปี 2551)

- |                             |
|-----------------------------|
| ก. $2.25\pi$ ตารางเซนติเมตร |
| ข. $3\pi$ ตารางเซนติเมตร    |
| ค. $6.25\pi$ ตารางเซนติเมตร |
| ง. $9\pi$ ตารางเซนติเมตร    |







รูปที่ 2 มีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 3 รูป

รูปที่ 3 มีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 6 รูป

รูปที่ 4 มีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 10 รูป

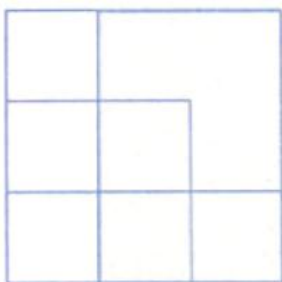
ถามว่า สามเหลี่ยมรูปที่เท่าไร จะมีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 55 รูป

### ตอนที่ 3

#### คำชี้แจง จงหาคำตอบที่ถูกต้องที่สุด

1. กำหนดรูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดของด้านยาว 3, 5, a เซนติเมตร ถ้า a เป็นจำนวนเต็มแล้วจะมีสามเหลี่ยมที่เป็นไปได้กี่รูป (ปี 2553)

2.



จากรูปข้างบนเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $3 \times 3$  ได้จากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $1 \times 1$  มาต่อกันแต่มีบางส่วนขาดหายไป จงหาว่ามีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดต่างๆ กันทั้งหมดกี่รูป (ปี 2553)

3. ร้านขายรถจักรยานสำหรับเด็กมีรถจักรยาน 2 ชนิด คือชนิด 2 ล้อ และชนิด 3 ล้อ ถ้านับจำนวนล้อจักรยานที่วางขายหน้าร้านได้ 17 ล้อพอดี โดยมีจำนวนรถจักรยานชนิด 2 ล้อ มากกว่าชนิด 3 ล้อ และมีกรณีที่เป็นไปได้ 2 กรณี ถามว่าจะมีรถจักรยาน 3 ล้อ ทั้ง 2 กรณีรวมกันกี่คัน (ปี 2553)

4. อรดาและดารินสะสมแสตมป์ไว้จำนวนไม่เท่ากันจึงมาแลกแสตมป์กันถ้าอรดาให้แสตมป์ดาริน 1 ดวง ทำให้ทั้งสองคนมีแสตมป์จำนวนเท่ากัน แต่ถ้าดารินให้แสตมป์อรดา 1 ดวง ทำให้อรดามีแสตมป์เป็น 3 เท่าของดาริน ดังนั้นก่อนจะแลกแสตมป์กันดารินมีแสตมป์กี่ดวง (ปี 2553)

5. พิจารณาการดำเนินการต่อไปนี้ (ปี 2553)

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 5 \times 5 = 25$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 11 \times 11 = 121$$

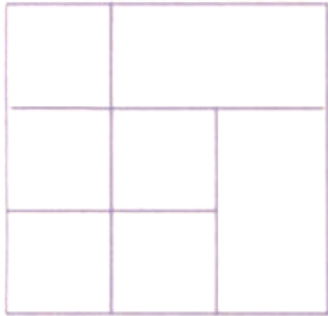
$$3 \times 4 \times 6 \times 7 + 1 = 19 \times 19 = 361$$

$$4 \times 5 \times 6 \times 7 + 1 = 29 \times 29 = 841$$

และถ้า  $23 \times 24 \times 25 \times 26 + 1 = A \times A$  แล้ว A มีค่าเท่าไร

6. กำหนดรูปสามเหลี่ยมที่มีขนาดของด้านยาว 4, 6, a เซนติเมตร ถ้า a เป็นจำนวนเต็มแล้วจะมีสามเหลี่ยมที่เป็นไปได้กี่รูป (ปี 2553)

7.



จากรูปข้างบนเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $3 \times 3$  ได้จากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ขนาด  $1 \times 1$  มาต่อกันแต่มีบางส่วนขาดหายไป จงหาว่ามีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาดต่าง ๆ กันทั้งหมดกี่รูป (ปี 2553)

8. ร้านขายรถจักรยานสำหรับเด็กมีรถจักรยาน 2 ชนิด คือชนิด 2 ล้อ และชนิด 3 ล้อ ถ้านับจำนวนล้อจักรยานที่วางขายหน้าร้านได้ 19 ล้อพอดี โดยมีจำนวนรถจักรยานชนิด 2 ล้อ น้อยกว่าชนิด 3 ล้อ ถามว่าจะมีรถจักรยาน 3 ล้อกี่คัน (ปี 2553)

9. อรดาและดารินสะสมแสตมป์ไว้จำนวนไม่เท่ากันจึงมาแลกแสตมป์กันถ้าอรดาให้แสตมป์ดาริน 2 ดวง ทำให้ทั้งสองคนมีแสตมป์จำนวนเท่ากัน แต่ถ้าดารินให้แสตมป์อรดา 1 ดวง ทำให้อรดา มีแสตมป์เป็น 2 เท่าของดาริน ดังนั้นก่อนจะแลกแสตมป์กันดารินมีแสตมป์กี่ดวง (ปี 2553)

10. พิจารณาการดำเนินการต่อไปนี้ (ปี 2553)

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 5 \times 5 = 25$$

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 + 1 = 11 \times 11 = 121$$

$$3 \times 4 \times 6 \times 7 + 1 = 19 \times 19 = 361$$

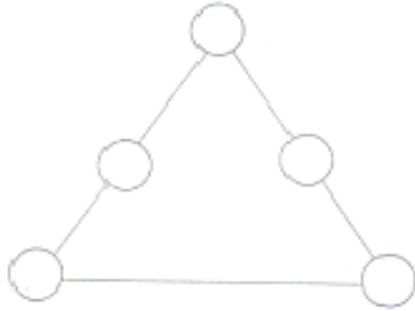
$$4 \times 5 \times 6 \times 7 + 1 = 29 \times 29 = 841$$

และถ้า  $24 \times 25 \times 26 \times 27 + 1 = A \times A$  แล้ว A มีค่าเท่าไร

11. กำหนดให้ A, B แทนจำนวนจริง  $A \star B$  หมายถึง  $A+B-5.5$  จงหาว่า

$1 \star 2 \star 3 \star 4 \star 5 \star 6 \star 7 \star 8 \star 9$  เท่ากับเท่าไร (ปี 2554)

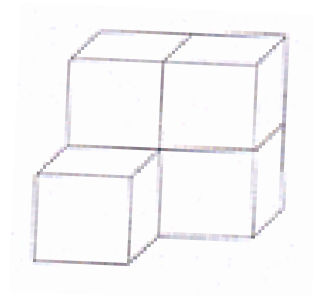
12. นำจำนวน 1, 2, 2, 4, 4, 8, ไปใส่ใน  $\bigcirc$  บนด้านของรูปสามเหลี่ยมดังรูป (ปี 2554)



ถ้าทำให้ผลคูณของจำนวนแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมเท่ากันแล้วผลบวกของทุกจำนวนตรงจุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมมีค่าเท่าไร

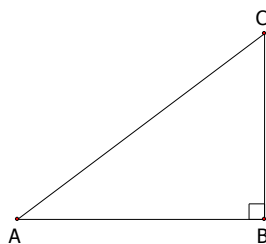
13. รูปทรงมุมฉาก ประกอบด้วยลูกบาศก์ขนาด 1 ลูกบาศก์เซนติเมตร จำนวน 8 ลูก ถูกแบ่งเป็น 2 ส่วน คือส่วน A และส่วน B ส่วน A ประกอบด้วยลูกบาศก์ 5 ลูก ส่วน B ไม่ได้ให้รูปไว้

รูปส่วน A

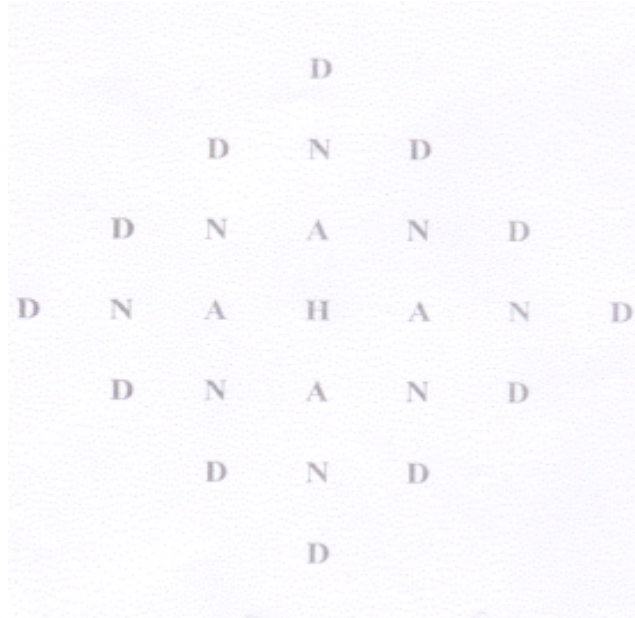


จงหาว่า ส่วน B กี่ตารางเซนติเมตร (ปี 2554)

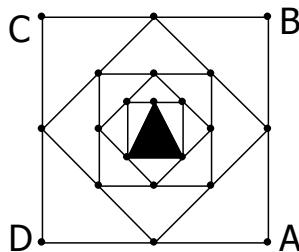
14. ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากโดยมุม ABC มีขนาดโตกว่ามุม BAC และมุม BCA ถ้า  $\sin A = 0.6$  และเส้นรอบรูปสามเหลี่ยม ABC ยาว 24 นิ้ว แล้วด้าน AC ยาวกว่าด้าน AB กี่นิ้ว (ปี 2554)



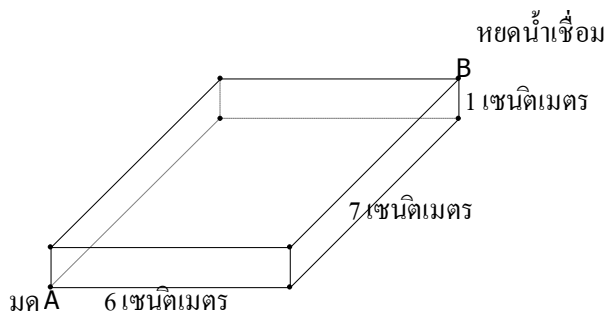
15. จากคำว่า PAMAP มีเส้นทางการอ่านว่า MAP ได้ 2 เส้นทาง ถ้านำคำว่า HAND มาเขียนเรียงกัน ดังรูปข้างล่าง จะมีเส้นทางการอ่านคำว่า HAND ได้กี่เส้นทาง (ปี 2554)



16. สายชุลีนาห่างจากจุดกึ่งกลางของอนุสาวรีย์ชัยสมรภูมิเป็นระยะ 100 เมตร เห็นนกพิราบ เกาะอยู่บนยอดอนุสาวรีย์เป็นมุมเงย  $40^\circ$  จงหว่านนกพิราบอยู่สูงจากพื้นดินกี่เมตร (กำหนด  $\tan 50^\circ = 1.2$ )
17. รูปสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส และรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสเล็กๆที่อยู่ภายในเกิดจากการแบ่งครึ่งด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปใหญ่ ถ้ารูปสี่เหลี่ยม ABCD มีพื้นที่ 128 ตารางหน่วย บริเวณที่แรเงามีพื้นที่เท่าไร



18. นายสมพงษ์เลี้ยงหมูและเป็นรวมกันจำนวน 47 ตัว ถ้านับขาของหมูและเป็ดรวมกันได้ 118 ขา นายสมพงษ์เลี้ยงหมูไว้กี่ตัว
19. มดตัวหนึ่งต้องการกินน้ำเชื่อมที่หกอยู่บนกล่องที่มีขนาดกว้าง 6 เซนติเมตร ยาว 7 เซนติเมตร และสูง 1 เซนติเมตร ถ้ามดอยู่ที่จุด A และหยดน้ำเชื่อมอยู่ที่จุด B บนมุมของกล่องที่อยู่ตรงข้ามกันดังรูป อยากรหาว่าระยะทางที่ใกล้ที่สุดที่มดจะเดินไปหาหยดน้ำเชื่อมเป็นระยะทางกี่ เซนติเมตร



ภาคผนวก ค

เฉลยแนวข้อสอบ **O – NET** ทุกสาระ

เฉลยแนวข้อสอบ O – NET ทุกสาระ

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.1	1	ค
	2	ง
	3	ค
	4	ง
	5	ก
	6	ค
	7	ก
	8	ง
	9	ก
	10	ง
	11	ง
	12	ข
	13	ง

สาระ/มาตรฐาน	ข้อที่	คำตอบ
สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2	1	ค
	2	ง
	3	ข
	4	ง
	5	ง
	6	ค
	7	ข
	8	ข
	9	ก

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.2	ข้อที่	คำตอบ
	10	ค
	11	ก
	12	ข
	13	ก

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.3	ข้อที่	คำตอบ
	1	ก
	2	ข
	3	ค

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 1 จำนวนและการดำเนินการ มาตรฐาน ค 1.4	ข้อที่	คำตอบ
	1	ง
	2	ค
	3	ค
	4	ข

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 2 การวัด มาตรฐาน ค 2.1	ข้อที่	คำตอบ
	1	ค
	2	ค
	3	ก
	4	ข
	5	ง
	6	ค
	7	ก



สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 2 การวัด มาตรฐาน ค 2.2	ข้อที่	คำตอบ
	1	ข
	2	ข
	3	ข
	4	ก
	5	ค
	6	ค
	7	ข
	8	ข
	9	ข
	10	ง
	11	ข
	12	ง
	13	ง

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1	ข้อที่	คำตอบ
	1	ง
	2	ง
	3	ข
	4	ข
	5	ง
	6	ค
	7	ค
	8	ก
	9	ข
	10	ข
	11	ข
	12	ง
	13	ง

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 3 เรขาคณิต มาตรฐาน ค 3.1	ข้อที่	คำตอบ
	14	ค
	15	ข
	16	ง
	17	ค
	18	ง
	19	ก
	20	ข
	21	ค
	22	ค

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 4 พีชคณิต มาตรฐาน ค 4.1	ข้อที่	คำตอบ
	1	ง
	2	ก
	3	ก
	4	ค
	5	ก
	6	ง
	7	ก
	8	ข
	9	ง

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 4 พีชคณิต มาตรฐาน ค 4.2	ข้อที่	คำตอบ
	1	ง
	2	ข
	3	ข
	4	ข
	5	ง

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 4 พีชคณิต มาตรฐาน ค 4.2	ข้อที่	คำตอบ
	6	ค
	7	ค
	8	ก
	9	ก
	10	ง
	11	ข
	12	ง
	13	ก
	14	ข
	15	ข

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและ ความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.1	ข้อที่	คำตอบ
	1	ค
	2	ก
	3	ข
	4	ก
	5	ข
	6	ค

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและ ความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.2	ข้อที่	คำตอบ
	1	ข
	2	ข
	3	ง
	4	ก
	5	ง

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 5 การวิเคราะห์ข้อมูลและ ความน่าจะเป็น มาตรฐาน ค 5.3	ข้อที่	คำตอบ
	1	ง
	2	ก
	3	ข
	4	ก
	5	ก
	6	ค

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 ตอนที่ 1	ข้อที่	คำตอบข้อ
	1	ค
	2	ค
	3	ก
	4	ค
	5	ข
ตอนที่ 2	1	5
	2	4
	3	7
	4	9
	5	1
ตอนที่ 3		เติมคำตอบ
	1	5
	2	9
	3	4
	4	3
	5	599
	6	7

สาระ/มาตรฐาน สาระที่ 6 ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มาตรฐาน ค 6.1 ตอนที่ 3	ข้อที่	เต็มคำตอบ
	7	8
	8	5
	9	11
	10	649
	11	1
	12	7
	13	14
	14	2
	15	28
	16	83.33
	17	4
	18	12
	19	10

## เฉลย สารที่ 6 ค 6.1

### อย่างละเอียด

#### ตอนที่ 1

1 แนวคิด\_ หา ห.ร.ม. ของด้านกว้างและได้ยาว

$$3) \underline{18 \quad 63}$$

$$3) \underline{6 \quad 21}$$

$$2 \quad 7$$

ห.ร.ม. ของ 18 และ 63 คือ  $3 \times 3 = 9$

ด้านกว้างสามารถตัดแบ่งได้เป็น 2 ส่วน

ด้านยาวสามารถตัดแบ่งได้เป็น 7 ส่วน

ดังนั้น จะตัดได้ทั้งหมด  $2 \times 7 = 14$  ชิ้น

2. แนวคิด พื้นที่ฐานของเค้ก =  $\pi \times r \times r$

$$= \frac{22}{7} \times 14 \times 14$$

$$= 616$$

เนื้อเค้กหนา  $3 + 2 = 5$  เซนติเมตร มีปริมาตร  $616 \times 5 = 3,080$  ลูกบาศก์เซนติเมตร

คิดเป็นเงิน  $3,080 \times \frac{10}{100} = 308$  บาท

แยมหนา 1 เซนติเมตร มีปริมาตร  $616 \times 1 = 616$  ลูกบาศก์เซนติเมตร

คิดเป็นเงิน  $616 \times \frac{25}{100} = 154$  บาท

ครีมหนา 1.5 เซนติเมตร มีปริมาตร  $616 \times 1.5 = 924$  ลูกบาศก์เซนติเมตร

คิดเป็นเงิน  $924 \times \frac{25}{100} = 231$  บาท

ดังนั้น ลงทุนทำเค้กเป็นเงิน  $308 + 154 + 231 = 693$  บาท

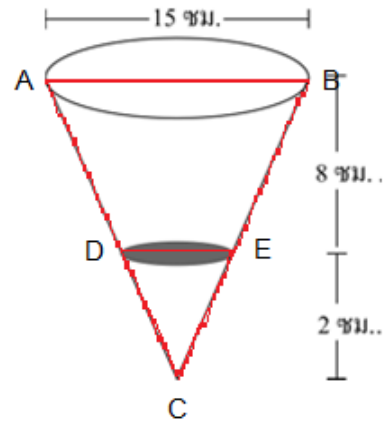
ต้องการกำไรจากการขายเค้ก 20 % คิดเป็นกำไร  $\frac{20}{100} \times 693 = 138.60$  บาท

ดังนั้น ต้องตั้งราคาขายไว้  $693 + 138.60 = 831.60$  บาท

ตอบ ข้อ 3. 831.60 บาท

3 แนวคิด จากรูป  $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

ดังนั้น  $\frac{DE}{2} = \frac{15}{10}$   
 $DE = \frac{15}{10} \times 2$   
 $DE = 3$



นั่นคือ ส่วนที่แรเงามีพื้นที่ =  $\pi \times r \times r$   
 $= \pi \times 1.5 \times 1.5$   
 $= 2.25 \pi$

ตอบ ข้อ 1.  $2.25\pi$  ตารางเซนติเมตร

4. แนวคิด ขนาดของด้าน ของรูปสามเหลี่ยม ด้านที่ยาวที่สุดจะต้องยาวนานน้อยกว่าผลรวมของอีกสองด้านที่เหลือ

ดังนั้น ความยาวที่เป็นไปได้ของด้าน CA ต้องมากกว่า  $13 - 5$  และน้อยกว่า  $13 + 5$   
 นั่นคือ  $8 < CA < 18$

ตอบ ข้อ 3.  $8 < CA < 18$

5. แนวคิด เนื่องจากความสัมพันธ์ระหว่างปริมาตรของทรงกระบอกและกรวยที่มีพื้นที่ฐานเท่ากัน และมีความสูงเท่ากันนั้น ทรงกระบอกจะมีปริมาตรเป็น 3 เท่า ของกรวย

ดังนั้น ถ้าใช้กรวยตักน้ำให้เต็มพอดีแล้วเทใส่ถังทรงกระบอกจะได้ปริมาตรเป็น  $\frac{1}{3}$  ของทรงกระบอก

ระดับน้ำจะสูงเป็น  $\frac{1}{3}$  ของทรงกระบอก =  $\frac{1}{3} \times 15$   
 $= 5$

ตอบ ข้อ 2. 5 เซนติเมตร

## ตอนที่ 2

1. แนวคิด คนที่ 1 จับมือทักทาย 5 ครั้ง  
 คนที่ 2 จับมือทักทาย 4 ครั้ง  
 คนที่ 3 จับมือทักทาย 3 ครั้ง  
 คนที่ 4 จับมือทักทาย 2 ครั้ง  
 คนที่ 5 จับมือทักทาย 1 ครั้ง

ดังนั้น จะมีการจับมือทักทายกันทั้งหมด  $5+4+3+2+1 = 15$  ครั้ง **ตอบ 15 ครั้ง**

2. แนวคิด ขนาดของด้าน ของรูปสามเหลี่ยม ด้านที่ยาวที่สุดจะต้องยาวน้อยกว่าผลรวมของอีกสองด้านที่เหลือ

ดังนั้น ความยาวของด้าน AC ต้องมากกว่า  $30 - 18 = 12$   
 เนื่องจากให้สามเหลี่ยม ABC มีด้านยาวเป็น จำนวนเต็มหน่วย  
 ดังนั้น AC สั้นที่สุด 13 เมตร

**ตอบ 13 เมตร**

3. แนวคิด ให้ a เป็นจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุด  
 B เป็นจำนวนที่มีค่ามากเป็นอันดับที่สอง  
 C เป็นจำนวนที่มีค่ามากที่สุด

ผลบวกที่มีค่าน้อยที่สุด เกิดจากจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดบวกกับจำนวนที่มีค่ามากเป็นลำดับที่สอง  
 จะได้  $a+b = 40$  ①

ผลบวกที่มีค่ามากเป็นลำดับที่สองเกิดจากจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดบวกกับจำนวนที่มีค่ามากที่สุด  
 จะได้  $a+c = 48$  ②

ผลบวกที่มีค่ามากที่สุดเกิดจากจำนวนที่มีค่ามากเป็นลำดับที่สองบวกกับจำนวนที่มีค่ามากที่สุด  
 จะได้  $b+c = 52$  ③

นำสมการ ②-①

จะได้  $c-b = 8$  ④

นำสมการ ③-①

จะได้  $c-a = 12$  ⑤

นำสมการ ③-②

จะได้  $b-a = 4$  ⑥

จากสมการที่ ⑥ และสมการที่ ① จะได้ว่าจำนวนที่มีผลต่างเท่ากับ 4 และมีผลรวมเท่ากับ 40  
 คือ 18 กับ 22

ดังนั้นจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุด คือ 18

**ตอบ 18**

4. แนวคิด จาก  $\cos A = \frac{1}{2}$

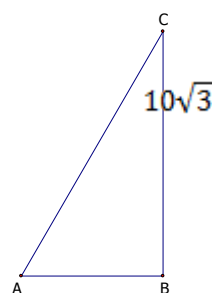
ดังนั้นมุม A มีขนาด  $60^\circ$

จะได้  $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$

ดังนั้น  $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10\sqrt{3}}{x}$

$x = 10\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$

$x = 20$



**ตอบ 20**



5. แนวคิด รูปที่ 1 มีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 1 รูป

รูปที่ 2 มีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด  $1+2$  รูป

รูปที่ 3 มีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด  $1+2+3$  รูป

รูปที่ 4 มีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด  $1+2+3+4$  รูป

จำนวนรูปสามเหลี่ยมในแต่ละลำดับหาได้จาก

$$\frac{n \times (n+1)}{2} \quad \text{เมื่อ } n \text{ คือลำดับของรูป}$$

ดังนั้นรูปที่มีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 55 รูป เกิดจาก

$$\frac{n \times (n+1)}{2} = 55$$

$$n \times (n+1) = 110$$

$$10 \times 11 = 110$$

ดังนั้น สามเหลี่ยมรูปที่ 10 จะมีรูปสามเหลี่ยมทั้งหมด 55 รูป

**ตอบ 10**

### ตอนที่ 3

1. แนวคิด ขนาดของด้าน ของรูปสามเหลี่ยม ด้านที่ยาวที่สุดจะต้องยาวน้อยกว่าผลรวมของอีกสองด้านที่เหลือ ถ้า  $a$  เป็นจำนวนเต็ม ความยาวของแต่ละด้านที่เป็นไปได้มีดังนี้ (3, 5, 3), (3, 5, 4), (3, 5, 5), (3, 5, 6), (3, 5, 7),

ดังนั้น มีสามเหลี่ยมที่เป็นไปได้ 5 รูป

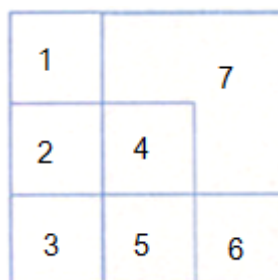
### 2. แนวคิด

1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1 ตารางหน่วย มี 6 รูปได้แก่ รูปที่ 1, 2, 3, 4, 5, 6

2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $2 \times 2$  ตารางหน่วย มี 2 รูป ได้แก่ รูปที่เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1 หน่วย รูปที่ 2, 3, 4, 5, รวมกัน และรูปที่เกิดจากรูปหมายเลข 4 รวมกับหมายเลข 7

3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $3 \times 3$  หน่วยมีจำนวน 1 รูปคือ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เกิดจากการรวมส่วนย่อยๆ ทั้งหมด

ดังนั้น มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด  $6+2+1 = 9$  รูป



3. แนวคิด จากโจทย์สามารถเขียนแจกแจงเหตุการณ์ที่เป็นไปได้โดยใช้ตารางช่วยดังนี้

จำนวนจักษยาน 2 ล้อ	จำนวนจักษยาน 3 ล้อ	จำนวนล้อรวมกัน
7	1	17
4	3	17
2	5	17 (ใช้ไม่ได้เนื่องจากไม่ตรงตามเงื่อนไข)

ดังนั้น จะมีจำนวนรถจักรยาน 3 ล้อ ทั้ง 2 กรณี รวมกัน เท่ากับ  $1+3 = 4$  คัน

4. แนวคิด กำหนดให้เด็มาดาร์รินมีแสดมภ์ a ดวง และอรรดามีแสดมภ์ b ดวง

อรรดาให้แสดมภ์ดาร์ริน 1 ดวงทำให้ทั้งสองคนมีแสดมภ์เท่ากัน

$$\text{จะได้} \quad b-1 = a+1$$

$$b = a+1+1$$

$$b = a+2 \quad \text{①}$$

ถ้าดาร์รินให้แสดมภ์อรรดา 1 ดวง ทำให้อรรดามีแสดมภ์เป็นสามเท่าของดาร์ริน

$$\text{จะได้} \quad 3(a-1) = b+1$$

$$3a-3 = b+1$$

$$3a-4 = b \quad \text{②}$$

แทนค่า b ด้วย  $a+2$  ใน สมการ ② จะได้

$$3a-4 = a+2$$

$$2a = 6$$

$$a = 3$$

ดังนั้น ก่อนจะแลกแสดมภ์กัน ดาร์รินมีแสดมภ์ 3 ดวง

5. แนวคิด

จากการดำเนินการพิจารณาได้ดังนี้

$$\text{แถวที่ 1 } (4 \times 1) \times (2 \times 3) + 1 = 5 \times 5 \quad (\text{สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ})$$

$$4 \times 6 + 1 = 5 \times 5$$

$$\text{แถวที่ 2 } (2 \times 5) \times (3 \times 4) + 1 = 11 \times 11 \quad (\text{สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ})$$

$$10 \times 12 + 1 = 11 \times 11$$

$$\text{แถวที่ 3 } (3 \times 6) \times (4 \times 5) + 1 = 19 \times 19 \quad (\text{สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ})$$

$$18 \times 20 + 1 = 19 \times 19$$

$$\text{แถวที่ 4 } (4 \times 7) \times (5 \times 6) + 1 = 29 \times 29 \quad (\text{สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ})$$

$$28 \times 30 + 1 = 29 \times 29$$

$$\text{และถ้า } 23 \times 24 \times 25 \times 26 + 1 = A \times A$$

$$(23 \times 26) \times (24 \times 25) + 1 = A \times A \quad (\text{สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ})$$

$$598 \times 600 + 1 = A \times A$$

$$599 \times 599 = A \times A$$

ดังนั้น A มีค่าเท่ากับ 599

6. **แนวคิด** ขนาดของด้าน ของรูปสามเหลี่ยม ด้านที่ยาวที่สุดจะต้องยาวน้อยกว่าผลรวมของอีกสองด้านที่เหลือ ถ้า a เป็นจำนวนเต็ม ความยาวของแต่ละด้านที่เป็นไปได้มีดังนี้ (4, 6, 3), (4, 6, 4), (4, 6, 5), (4, 6, 6),

(4, 6, 7), (4, 6, 8), (4, 6, 9),

ดังนั้น มีสามเหลี่ยมที่เป็นไปได้ 7 รูป

7.

1	7	
2	4	6
3	5	

**แนวคิด**

1. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1 ตารางหน่วย มี 5 รูปได้แก่ รูปที่ 1, 2, 3, 4, 5

2. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $2 \times 2$  ตารางหน่วย มี 2 รูป ได้แก่ รูปที่เกิดจากรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด 1 หน่วย รูปที่ 2, 3, 4, 5, รวมกัน และรูปที่เกิดจากรูปหมายเลข 4, 5, 6 รวมกัน

3. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสขนาด  $3 \times 3$  หน่วยมีจำนวน 1 รูปคือ รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่เกิดจากการรวมส่วนย่อยๆ ทั้งหมด

ดังนั้น มีรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสทั้งหมด  $5 + 2 + 1 = 8$  รูป

8. แนวคิด จากโจทย์สามารถเขียนแจกแจงเหตุการณ์ที่เป็นไปได้โดยใช้ตารางช่วยดังนี้

จำนวนจักยาน 2 ล้อ	จำนวนจักยาน 3 ล้อ	จำนวนล้อ รวมกัน	
8	1	19	(ใช้ไม่ได้เนื่องจากไม่ตรงตามเงื่อนไข)
5	3	19	(ใช้ไม่ได้เนื่องจากไม่ตรงตามเงื่อนไข)
2	5	19	ตรงตามเงื่อนไข

ดังนั้น มีจำนวนจักยาน 3 ล้อ 5 คัน

9. แนวคิด กำหนดให้เด็มาดารินมีแสดมภ์ a ดวง และอรดามีแสดมภ์ b ดวง

อรดาให้แสดมภ์ดาริน 2 ดวงทำให้ทั้งสองคนมีแสดมภ์เท่ากัน

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad b-2 &= a+2 \\ b &= a+2+2 \\ b &= a+4 \quad \text{①} \end{aligned}$$

ถ้าดารินให้แสดมภ์อรดา 1 ดวง ทำให้อรดา มีแสดมภ์เป็นสามเท่าของดาริน

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 2(a-1) &= b+1 \\ 2a-2 &= b+1 \\ 2a-3 &= b \quad \text{②} \end{aligned}$$

แทนค่า b ด้วย a+4 ใน สมการ ② จะได้

$$\begin{aligned} 2a-3 &= a+4 \\ a &= 4+3 \\ a &= 7 \end{aligned}$$

แทนค่า a ด้วย 7 ใน สมการ ① จะได้

$$\begin{aligned} b &= 7+4 \\ b &= 11 \end{aligned}$$

ดังนั้น ก่อนจะแลกแสดมภ์กัน อรดา มีแสดมภ์ 11 ดวง

10. แนวคิด

จากการดำเนินการพิจารณาได้ดังนี้

$$\text{แถวที่ 1 } (4 \times 1) \times (2 \times 3) + 1 = 5 \times 5 \quad (\text{สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ})$$

$$4 \times 6 + 1 = 5 \times 5$$

แถวที่ 2  $(2 \times 5) \times (3 \times 4) + 1 = 11 \times 11$  (สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ)

$$10 \times 12 + 1 = 11 \times 11$$

แถวที่ 3  $(3 \times 6) \times (4 \times 5) + 1 = 19 \times 19$  (สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ)

$$18 \times 20 + 1 = 19 \times 19$$

แถวที่ 4  $(4 \times 7) \times (5 \times 6) + 1 = 29 \times 29$  (สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ)

$$28 \times 30 + 1 = 29 \times 29$$

และถ้า  $24 \times 25 \times 26 \times 27 + 1 = A \times A$

$$(24 \times 27) \times (25 \times 26) + 1 = A \times A \quad (\text{สมบัติการเปลี่ยนหมู่ของการคูณ})$$

$$648 \times 650 + 1 = A \times A$$

$$649 \times 649 = A \times A$$

ดังนั้น A มีค่าเท่ากับ 649

### 11. แนวคิด

จาก  $A \star B$  หมายถึง  $A+B-5.5$

$$\text{ดังนั้น } A \star B \star C = (A \star B) + C - 5.5$$

$$= (A+B-5.5) + C - 5.5$$

$$= A+B+C-5.5-5.5$$

$$= (A+B+C) - (2 \times 5.5)$$

จะได้ว่า  $A \star B \star C \star \dots = (A+B+C+\dots) - (n \times 5.5)$  เมื่อ n คือจำนวน  $\star$

$$\text{ดังนั้น } 1 \star 2 \star 3 \star 4 \star 5 \star 6 \star 7 \star 8 \star 9 = (1+2+3+4+5+6+7+8+9) - (8 \times 5.5)$$

$$= 45 - 44$$

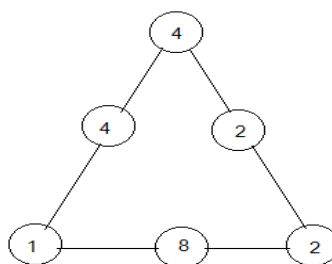
$$= 1$$

12. (หมายเหตุ ทาง สทศ. ได้ตัดข้อนี้ออกไม่นำมาคิดคะแนน ซึ่งอาจเกิดจากข้อคำถามไม่ชัดเจน หรือไม่ครบถ้วน)

แนวคิด อาจสามารถทำได้ดังรูปนี้

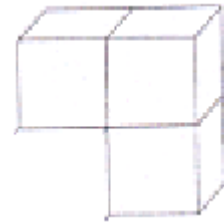
ดังนั้นผลรวมทุกจำนวนของจุดยอดมุม

ของรูปสามเหลี่ยมมีค่าเท่ากับ  $4+2+1 = 7$



13.

**แนวคิด** ส่วน B มีลูกบาศก์จำนวน 3 ลูก ดังนี้  
มีพื้นที่ผิว 14 ตารางเซนติเมตร



14.**แนวคิด** รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม A เป็นมุมฉากเนื่องจากเป็นมุมที่มีขนาดโตกว่ามุมอื่น

$$\sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$= \frac{BC}{AC}$$

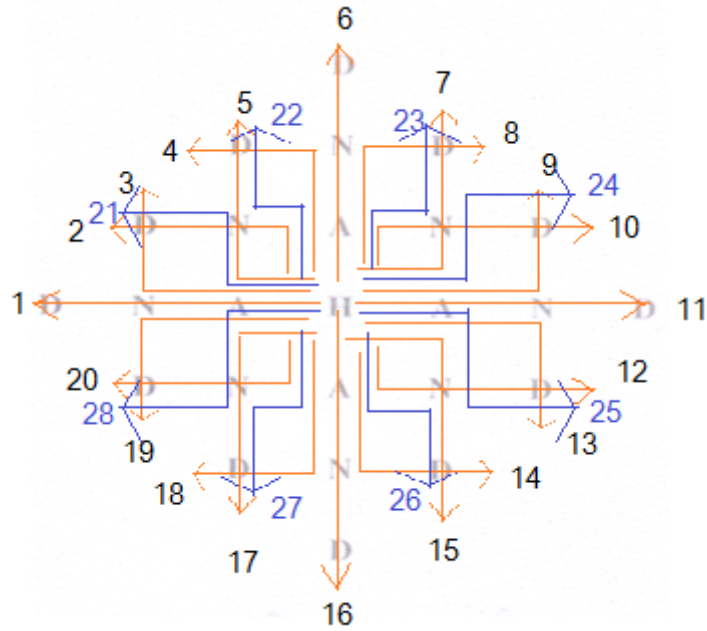
เนื่องจาก  $\sin A = 0.6$

$$= \frac{6}{10}$$

จะได้ว่า	AC	=	10 หน่วย
	BC	=	6 หน่วย
จาก	$AB^2$	=	$AC^2 - BC^2$
		=	$10^2 - 6^2$
		=	$100 - 36$
		=	64
	$\therefore AB$	=	8 หน่วย

ดังนั้น AC ยาวกว่าด้าน AB = 10 - 8 = 2 นิ้ว

15. แนวคิด สามารถอ่านคำว่า HAND ได้ 28 เส้นทางดังนี้



### คณะทำงาน

#### ที่ปรึกษา

นายสุพจน์ เจียมใจ	ผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาบุรีรัมย์ เขต 1
นางสาวรัตติมา พานิชอนุรักษ์	รองผู้อำนวยการสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษาประถมศึกษาบุรีรัมย์ เขต 1
นายปัญญา ยางนอก	ผอ.กลุ่มนิเทศติดตามและประเมินผลการจัดการศึกษา

#### ผู้รับผิดชอบโครงการ

1. นายอดุลย์ สุชีรัมย์	ศึกษานิเทศก์ สพป. บุรีรัมย์ เขต 1
2. นางรุ่งฤดี หมั่นการ	ศึกษานิเทศก์ สพป. บุรีรัมย์ เขต 1

#### คณะจัดทำเอกสาร

1. นายอดุลย์ สุชีรัมย์	ศึกษานิเทศก์ สพป. บุรีรัมย์ เขต 1
2. นางรุ่งฤดี หมั่นการ	ศึกษานิเทศก์ สพป. บุรีรัมย์ เขต 1
3. นายชูศักดิ์ สุระประวัตินวงศ์	ครูโรงเรียนบ้านหนองไฮ
4. นายนิพล อินนอก	ครูโรงเรียนบ้านลุงม่วง
5. นายประสิทธิ์ ชูรัมย์	ครูโรงเรียนบ้านหนองตาตน้อย
6. นายคำภู หน่อสีดา	ครูโรงเรียนไตรคามสามัคคีวิทยา
7. นายประเทือง ตาละคำ	ครูโรงเรียนบ้านตะโก
9. นายบุญรุ่ง จันทรวงษ์วานิชย์	ครูโรงเรียนบ้านโพธิ์ดอนหวาย
10. นางสมถวิล พรหมบุตร	ครูโรงเรียนอนุบาลลำปลายมาศ
11. นางทองจันทร์ ปะสีรัมย์	ครูโรงเรียนบ้านยางคุรุราษฎร์รังสรรค์
12. นางนฤมล ศรีโกตะเพชร	ครูโรงเรียนวัดโคกซาด
13. นางสาวสุภัทราภรณ์ สุขหนา	ครูโรงเรียนบ้านวานเขื่อนค้อวิทยา
14. นางสาวสุภาวดี แสงโทโพธิ์	ครูโรงเรียนบ้านหนองแวง
15. นางนงลักษณ์ ฉายา	ครูโรงเรียนอนุบาลขำนิ
16. นางวิภาดา รัตนวรรณ	ครูโรงเรียนบ้านหนองไผ่
17. นางสาวฐิติรภัค ไผ่ดีนุกูล	ครูโรงเรียนบ้านสำโรงโนนเค็ง



**จัดพิมพ์ต้นฉบับ**

1. นางสาวจิรวดี จิตต์หาญ เจ้าหน้าที่ธุรการ
2. นางสาวภัชริยา พัทรมณีปกรณ์ เจ้าหน้าที่ธุรการ

**คณะบรรณาธิการกิจ**

1. นายอดุลย์ สุชีรัมย์ ศึกษานิเทศก์ สพป. บุรีรัมย์ เขต 1
2. นายชูศักดิ์ สุระประวัตินวงศ์ ครูโรงเรียนบ้านหนองไฮ
3. นางทองจันทร์ ปะสีรัมย์ ครูโรงเรียนบ้านยางคูราษฎร์รังสรรค์
4. นางสาวสุภัทราภรณ์ สุขหนา ครูโรงเรียนบ้านว่านเขื่อนค้อวิทยา
5. นางสาวสุภาวดี แสงโทโพธิ์ ครูโรงเรียนบ้านหนองแวง
6. นางนงลักษณ์ ฉายา ครูโรงเรียนอนุบาลชำนิ

**ออกแบบปก**

- นายศราวุธ โรจนาวรรณ ศึกษานิเทศก์ สพป. บุรีรัมย์ เขต 1